

УДК 532.542.3

© 2001 г. А.А. ПАВЕЛЬЕВ, А.И. РЕШМИН

ПЕРЕХОД К ТУРБУЛЕНТНОСТИ НА НАЧАЛЬНОМ УЧАСТКЕ КРУГЛОЙ ТРУБЫ

Выполнен анализ расчетных и экспериментальных данных по переходу к турбулентности в круглой трубе. Расчеты выполнялись с использованием трехпараметрической модели турбулентности. Получены зависимость расстояния от входа до точки, в которой при переходе коэффициент трения имеет минимум, от числа Рейнольдса при заданных условиях на входе, а также распределение характеристик турбулентности по длине и радиусу трубы. Найдена зависимость максимального (критического) числа Рейнольдса, Re^* , при котором переход в трубе не происходит, от интенсивности и масштаба турбулентности на входе в трубу. Выдвинуто предположение, что Re^* зависит от характеристик возмущений на входе в трубу вплоть до $Re^* \approx 1000$, при котором коэффициенты трения для установившихся ламинарного и турбулентного течений совпадают.

Среди разнообразных турбулентных течений, которые встречаются в природе и технике и которые постоянно привлекают внимание исследователей, течение в круглой трубе занимает особое место. Во-первых, это течение является одним из наиболее широко распространенных. Во-вторых, геометрия этого течения довольно проста и легко воспроизводима. В-третьих, экспериментальные исследования этого течения начались более 100 лет назад и продолжаются по настоящее время. Результаты этих исследований позволяют рассчитывать такие важные для практики свойства течения, как зависимость расхода через трубу от перепада давления, профиль средней скорости, распределение некоторых характеристик пульсационного движения по сечению трубы. Все эти результаты получены для установившегося турбулентного течения. Что касается перехода к турбулентности в круглой трубе, то несмотря на то, что и здесь получены многие важные результаты, проблема остается открытой. Даже ответ на такой вопрос, как существование нижнего критического числа Рейнольдса, требует дополнительных исследований, поскольку для него получены различные значения, изменяющиеся в диапазоне 1800 + 2300.

Экспериментальные исследования перехода к турбулентности проводились в существенно различных условиях. Например, в работе Рейнольдса [1] исследование перехода проводилось в условиях, когда на входе в трубу скорость была постоянной по радиусу, а переход к турбулентности происходил вследствие развития на начальном участке трубы возмущений, которые имелись в потоке жидкости, втекающей в трубу. Здесь можно выделить две группы исследований. В первой жидкость поступала из бака, размеры которого были значительно больше диаметра трубы [1] и пространственные масштабы пульсационного движения на входе в трубу соизмеримы с ее диаметром. Во второй жидкость поступала в трубу после насоса и успокоительной камеры, содержащей сетки и хонейкомбы, с размерами ячеек меньше диаметра трубы [2], а в этом случае соответствующие масштабы могут быть значительно меньше диаметра трубы. Кроме того, конструктивные особенности входа в трубу (гладкая стенка, наличие острых кромок, каверн и т.д.) в этих исследованиях заметно различались.

Другие исследования проводились в условиях, когда ввод в поток возмущений, развитие которых приводило к переходу к турбулентности, осуществлялся через отверстия в стенке вдали от входа в трубу, когда уже сформировался профиль скорости, близкий к профилю Пуазейля [3–5]. Кроме того, в работе [6] исследование перехода проводилось, при формировании на входе в трубу с помощью переменного гидравлического сопротивления профиля скорости, близкого к профилю Пуазейля. Характеристики пульсационного движения на входе в трубу в данном случае определялись обтеканием торца гидравлического сопротивления.

Такое многообразие условий следует учитывать при сопоставлении результатов, полученных в различных исследованиях.

Так, в одной из последних работ, в которой рассматривался вопрос о нижнем критическом числе Рейнольдса [3], возмущения вводились в поток, в котором сформировался профиль скорости, близкий к профилю Пуазейля. Было показано, что Re^* при значениях более 1800 зависит от амплитуды вводимых в поток возмущений. При этом утверждалось, что при $Re < 1760$ любые возмущения, вводимые в поток, угасали и перехода к турбулентности не наблюдалось. Однако приведенные в работе экспериментальные данные не подтверждают этого.

В [7] проводился расчет установившегося течения в круглой трубе и плоском канале при различных числах Рейнольдса и было показано, что отношение скорости на оси к среднерасходной скорости зависит от числа Рейнольдса и стремится к значению, характерному для установившегося ламинарного течения, при стремлении числа Рейнольдса к значению, близкому к 1000. При этом числе Рейнольдса коэффициенты сопротивления для ламинарного и турбулентного течений совпадают, если для ламинарного течения в круглой трубе коэффициент сопротивления вычислять по формуле Блазиуса, а для турбулентного – по формуле Прандтля. Эти результаты позволяют предположить, что критическое число Рейнольдса перехода к турбулентности в трубе зависит от характеристик возмущений на входе в трубу при $Re \geq 10^3$. Это предположение требует экспериментального подтверждения.

Остаются открытыми вопросы о зависимости критического числа Рейнольдса (Re^*) от длины трубы и о перемежаемости при течениях вблизи Re^* . Дело в том, что в эксперименте расход через трубу может поддерживаться с некоторой точностью. Так, в [3] указывается, что число Рейнольдса в трубе при его значении, близком к 2000, поддерживалось с точностью ± 15 . В связи с этим возникает вопрос о влиянии изменения числа Рейнольдса в одном эксперименте на длину участка перехода и, соответственно, на перемежаемость. Очень мало данных об изменении характеристик пульсационного движения по длине начального участка трубы.

В последнее время предпринимаются попытки расчета перехода к турбулентности в круглой трубе с помощью прямого численного моделирования [8]. Это направление исследований представляется довольно перспективным. Главной проблемой в данном случае будет постановка на входе в трубу граничных условий, адекватных условиям в конкретных экспериментах.

1. Постановка задачи. Теоретическое исследование устойчивости течения в трубе показало, что в линейном приближении течение с профилем Пуазейля устойчиво при любых числах Рейнольдса. Однако течение на начальном участке трубы линейно неустойчиво для чисел Рейнольдса, больших 9700. Данных о том, в каком случае развитие возмущений на начальном участке трубы связано с развитием волн, неустойчивых согласно линейной теории, явно недостаточно. Кроме того, можно отметить, что при исследовании перехода к турбулентности в пограничном слое было показано, что развитие волн Толмина – Шлихтинга приводит к переходу к турбулентности в пограничном слое только в том случае, если интенсивность пульсаций скорости вне пограничного слоя меньше 0,5%. При больших интенсивностях пульсаций скорости реализуется другой механизм перехода, не связанный с линейной неустойчивостью потока [9]. Этот механизм может быть связан с полученным в [10] результатом, показывающим, что энергия мелкомасштабной турбулентности, порожденной решеткой,

в потоке с постоянным градиентом скорости может вначале убывать, а затем возрастать. Позднее этот результат был подтвержден экспериментально [11]. Разработанная в [12] модель турбулентности, на основе которой был получен приведенный выше результат, была затем развита [4] и успешно применялась для расчета пристенных турбулентных течений в пограничных слоях и каналах [13]. Впоследствии, в работах [7] и [14], эта модель была использована для расчетов перехода к турбулентности в пограничном слое и были получены удовлетворительно совпадающие с экспериментом качественные и количественные результаты. Поэтому было естественно использовать эту модель для расчета перехода к турбулентности на начальном участке круглой трубы.

Расчет течения на начальном участке круглой трубы радиуса R_0 проводился с использованием системы уравнений в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial rv}{\partial r} &= 0 \\ u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(v \frac{\partial u}{\partial r} + \tau \right), \quad \frac{\partial p}{\partial r} = 0 \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь x – осевая координата, r – радиальная координата; u и v – компоненты скорости вдоль осей x и r соответственно, p – статическое давление; ρ – плотность, ν – кинематическая вязкость, τ – турбулентное напряжение сдвига.

Уравнения модели турбулентности [12] для расчета несжимаемого течения в трубе имеют вид

$$\begin{aligned} u \frac{\partial E}{\partial x} + v \frac{\partial E}{\partial r} &= -(0,3\sqrt{EL} + 1,25\pi\nu) \frac{E}{L^2} + \tau \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r D_E \frac{\partial E}{\partial r} \right) \\ u \frac{\partial \tau}{\partial x} + v \frac{\partial \tau}{\partial r} &= -(0,9\sqrt{EL} + 11,25\pi\nu) \frac{\tau}{L^2} + 0,2E \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r D_\tau \frac{\partial \tau}{\partial r} \right) - \frac{D_\tau}{r^2} \tau \\ u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial r} &= -(0,6\sqrt{EL} + 1,75\pi\nu f_\omega) \frac{\omega}{L^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r D_\omega \frac{\partial \omega}{\partial r} \right) + \left[\frac{\tau}{E} + 0,08 \operatorname{sign} \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right) \right] \omega \frac{\partial u}{\partial r} \end{aligned} \quad (1.2)$$

Здесь E – энергия турбулентности, ω – квадрат частоты турбулентности, содержащий поперечный масштаб L ,

$$D_\varphi = \alpha_\varphi \sqrt{EL} + \beta_\varphi \nu \quad (\varphi = E, \tau, \omega)$$

$$\alpha_E = \alpha_\omega = 0,06, \quad \alpha_\tau = 0,18, \quad \beta_E = \beta_\tau = 1, \quad \beta_\omega = 1,4$$

$$L = \sqrt{\frac{E}{\omega}}, \quad f_\omega = \begin{cases} 1 - \frac{0,4}{\pi} \left(\frac{L}{E} \frac{\partial E}{\partial r} \right)^2 & (r^* < r < R_0) \\ 1 & (0 \leq r \leq r^*) \end{cases}$$

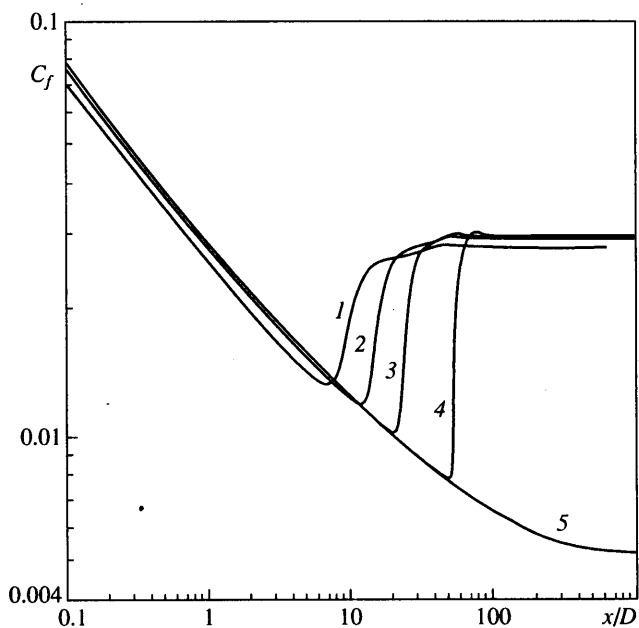
где r^* – ближайшее к R_0 значение r , при котором энергия E достигает максимума [14].

Уравнения (1.1), (1.2) решались при следующих граничных условиях на оси ($r = 0$) и стенке ($r = R_0$) трубы и в начальном сечении трубы ($x = 0$):

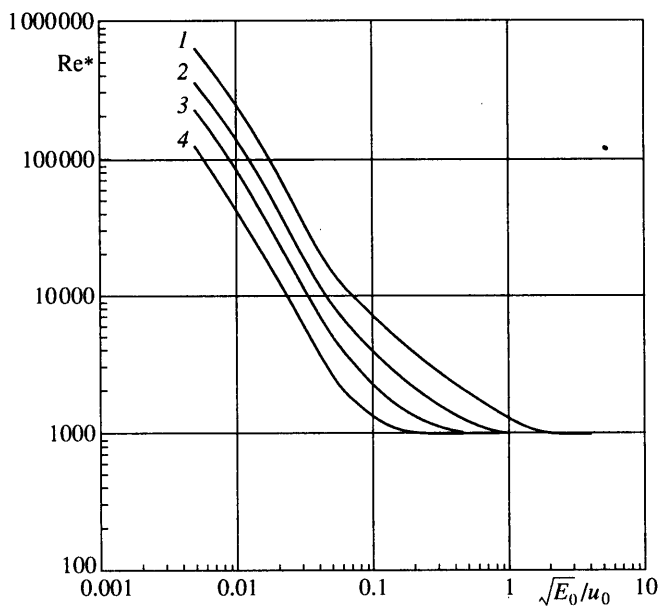
$$r = 0: \quad v = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial E}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial \tau}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial \omega}{\partial r} = 0 \quad (1.3)$$

$$r = R_0: \quad v = 0, \quad u = 0, \quad E = 0, \quad \frac{\partial E}{\partial r} = 0, \quad \tau = 0 \quad (1.4)$$

$$x = 0: \quad u = u_0, \quad E = E_0, \quad \omega = \omega_0, \quad \tau = 0 \quad (1.5)$$



Фиг. 1. Зависимость C_f от x/D для $L/R = 0,1$, $\sqrt{E_0}/u_0 = 0,04$: линии 1-5 – расчет для $Re = 15000; 13000; 12400; 12322,2; 12322,0$



Фиг. 2. Зависимость критического числа Рейнольдса от интенсивности пульсаций и масштаба турбулентности на входе в канал: линии 1-4 – расчет для $L/R_0 = 0,05, 0,1, 0,2, 2,0$

Расчеты проводились на неравномерной сетке. Координаты узлов сетки по r определялись соотношением

$$r_i = R_0 \frac{\text{th}(Q_i/n)}{\text{th} Q}$$

где n – число шагов, i – номер узла (от 0 до n). Выбирая величину Q , можно добиться того, чтобы шаг вблизи стенки трубы был достаточно малым. Шаг по x задавался переменным.

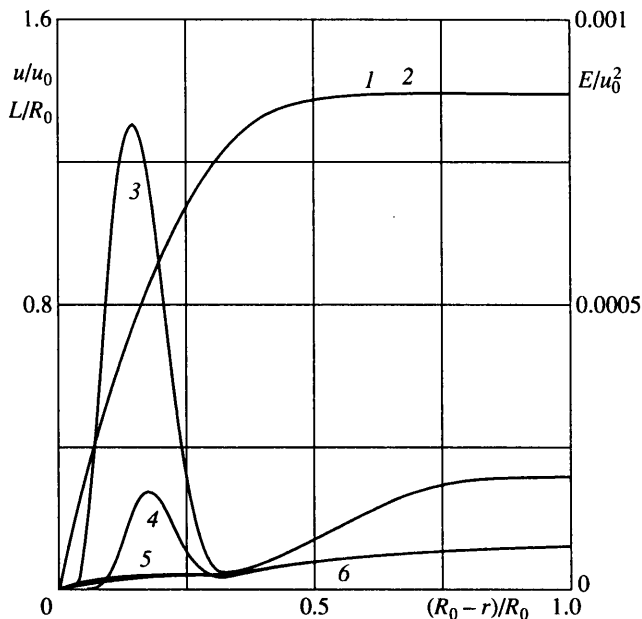
В начале счета, для преодоления трудностей, связанных с заданием постоянной по сечению начальной продольной скорости на входе в трубу и требованием равенства нулю продольной скорости на стенке трубы, на расстоянии $x_0 \approx 10^{-6} \text{Re}R_0$, где Re – число Рейнольдса, построенное по диаметру трубы, значение продольной скорости на стенке плавно изменялось от значения u_0 при $x = 0$ до нуля при $x = x_0$.

Количество шагов и сгущение сетки по радиусу, а также зависимость шага по x от длины были выбраны такими, что при изменении вдвое числа узлов сетки и величины шага по длине относительно основных значений, результаты расчетов критического числа Рейнольдса различались в четвертом знаке.

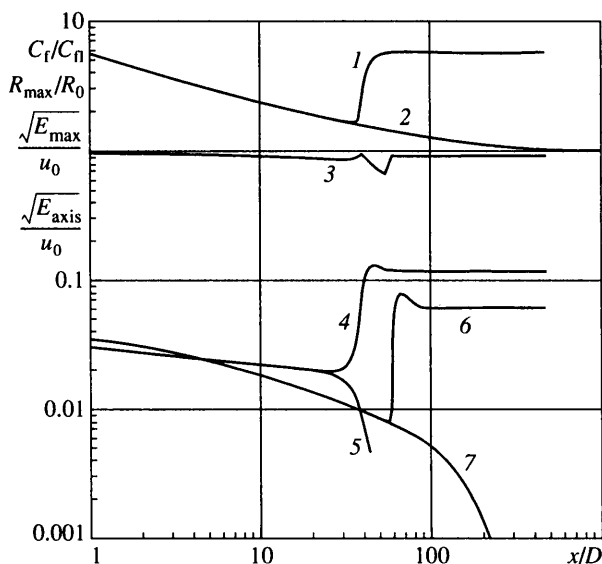
2. Результаты расчетов. Для определения критического числа Рейнольдса проводилась серия расчетов при различных Re и при неизменных интенсивности и масштабе турбулентности на входе. Результаты расчета представлялись в виде зависимости коэффициента трения от длины трубы. Затем путем последовательного деления интервала между значениями чисел Рейнольдса, при которых переход к турбулентности происходит и не происходит (до расстояний, на которых реализуется установившееся ламинарное течение), находилось с заданной точностью критическое число Рейнольдса. На фиг. 1 приведены зависимости C_f от x/D (D – диаметр трубы) для случая, когда критическое число Рейнольдса близко к значению, полученному в [1].

На фиг. 2 приведена зависимость критического числа Рейнольдса Re^* , определенного указанным выше способом, от интенсивности пульсаций и масштаба турбулентности на входе в канал. С увеличением интенсивности пульсаций на входе критическое число Рейнольдса падает, асимптотически стремясь к значению, равному приблизительно 1000, что согласуется с результатами, полученными в [7]. Различие в начальном масштабе может быть связано с различным способом формирования потока на входе в трубу. Как показывают расчеты, при изменении масштаба турбулентности на входе в рассмотренном диапазоне одно и то же критическое число Рейнольдса реализуется при различающейся в несколько раз интенсивности пульсаций на входе. Кроме того, расчеты показывают, что критические числа Рейнольдса, близкие к 1000, могут достигаться только при интенсивности пульсаций на входе, составляющей десятки процентов. При экспериментальном исследовании для реализации такой высокой интенсивности при низких числах Рейнольдса требуются специальные меры. Поэтому тот факт, что в экспериментах не наблюдались критические числа Рейнольдса меньше 1800, может говорить о недостаточно высокой интенсивности пульсаций скорости на входе.

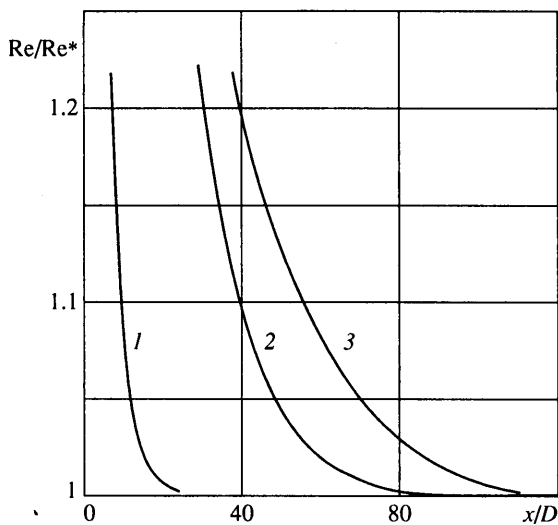
На фиг. 3 приведены распределения по радиусу средней скорости, энергии и масштаба турбулентности в сечении, в котором зависимость C_f от длины для $\text{Re} = 12322,2$ имеет минимум. Эти распределения приведены для $\text{Re} = 12322,2$ и $12322,0$. Как видно из фиг. 1, при первом из этих значений переход к турбулентности происходит, а при втором нет. Распределения средней скорости и масштаба турбулентности для этих двух значений практически не различаются, а распределения энергии турбулентности вблизи стенки различаются очень сильно. Рост C_f начинается там, где профиль скорости далек от параболического, отношение скорости на оси к средней скорости равно приблизительно 1,4, а вблизи оси скорость постоянна по радиусу. Это означает, что переход к турбулентности происходит в пограничном слое на стенке трубы, а затем уже турбулизует течение по всему сечению. Во всяком случае таковы



Фиг. 3. Распределение параметров в сечении с минимумом C_f при наличии перехода ($Re = 12322,2$, $L/R_0 = 0,1$, $\sqrt{E_0}/u_0 = 0,04$) и в том же сечении при отсутствии перехода ($Re = 12322,0$): 1, 3, 5 – продольная скорость u/u_0 , энергия E/u_0^2 , масштаб L/R_0 при наличии перехода; 2, 4, 6 – то же при отсутствии перехода



Фиг. 4. Распределение параметров по длине при наличии перехода ($Re = 12340$, $L/R_0 = 0,1$, $\sqrt{E_0}/u_0 = 0,04$): 1 – C_f/C_p , 3 – R_{max}/R_0 , 4 – $\sqrt{E_{max}}/u_0$, 6 – $\sqrt{E_{axis}}/u_0$ и при отсутствии перехода ($Re = 12322$) 2 – C_f/C_p , 5 – $\sqrt{E_{max}}/u_0$, 7 – $\sqrt{E_{axis}}/u_0$



Фиг. 5. Зависимость Re/Re^* от расстояния, при котором происходит переход к турбулентности, для трех различных комбинаций интенсивности и масштаба турбулентности в начальном сечении: $(Re^*, L/R_0, \sqrt{E_0}/u_0) = (12332,2; 0,1; 0,04)$, $(42000; 0,1; 0,02)$, $(12332,2; 2; 0,02)$ (кривые 1–3)

результаты расчетов для чисел Рейнольдса, близких к тем, при которых переход наблюдался в [1].

На фиг. 4 приведены распределения по длине для $C_f/C_{f\lambda}$ (линии 1, 2) R_{max}/R_0 (линия 3), $\sqrt{E_{max}}/u_0$ (линии 4, 5) и $\sqrt{E_{axis}}/u_0$ (линии 6, 7). Здесь $C_{f\lambda}$ – коэффициент трения для установившегося ламинарного течения, R_{max} – радиус, при котором энергия вблизи стенки имеет максимум, E_{max} – максимальное значение энергии турбулентности вблизи стенки, E_{axis} – энергия турбулентности на оси трубы. В начальном сечении $\sqrt{E}/u_0 = 0,04$, а $L/R = 0,1$. Приведенные на фиг. 4 результаты показывают, что расстояние, начиная с которого величины C_f и E_{max} не изменяются по длине, составляет всего 40–50 диаметров трубы, а энергия турбулентности на оси не изменяется начиная с расстояния, равного 80 диаметрам трубы. При ламинарном режиме установившееся течение наблюдается на расстояниях, превышающих указанные выше значения более чем на порядок.

Расстояние, на котором начинает возрастать коэффициент сопротивления при заданных начальных энергии и масштабе турбулентности, зависит от того, насколько число Рейнольдса, для которого выполняется расчет, превышает критическое число Рейнольдса для тех же начальных условий. На фиг. 5 приведена зависимость Re/Re^* от расстояния для трех различных комбинаций энергии и масштаба турбулентности в начальном сечении. Здесь Re – число Рейнольдса, при котором происходит переход к турбулентности на данном расстоянии от входа при неизменных условиях на входе. Данные, приведенные на фиг. 5, показывают, что при приближении Re/Re^* к единице расстояние, на котором происходит переход, резко возрастает. Эти данные позволяют сделать заключение, что число Рейнольдса перехода к турбулентности для трубы конечной и довольно небольшой длины практически не отличается от Re^* (рассчитанного для трубы неограниченной длины). Так, длинные для $Re^* = 42000$, показывают, что если длина трубы составляет 80 диаметров, то отличие числа Рейнольдса перехода от критического числа Рейнольдса не будет превышать 1%. Отметим, что установив-

шееся ламинарное течение для числа Рейнольдса, равного 42000, будет наблюдаться на расстояниях больших 1000 диаметров трубы.

Приведенные на фиг. 5 данные позволяют высказать некоторые предположения о возможных причинах такого явления, как перемежаемость, хотя все расчеты выполнены в данной работе в предположении, что течение стационарно. Дело в том, что расход через трубу может поддерживаться только с некоторой конечной точностью. Поэтому когда реализуется течение в трубе при Re , близких к Re^* при заданных условиях на входе, то небольшое изменение расхода может приводить к резкому изменению длины, на которой происходит переход, а следовательно, к изменению по времени режима течения на заданном расстоянии от входа, т.е. к явлению, которое экспериментаторы называют перемежаемостью.

Заключение. Проведено расчетное исследование перехода к турбулентности в круглой трубе при постоянной по сечению скорости в начальном сечении. Исследование проводилось с помощью модели турбулентности, включающей три уравнения переноса для характеристик турбулентности. Результаты расчетов показывают, что критическое число Рейнольдса зависит от характеристик турбулентности до числа Рейнольдса, при котором коэффициенты трения при ламинарном и турбулентном течении, вычисленные по формулам Блазиуса и Прандтля, совпадают. Это число равно приблизительно 1000. Реализация перехода к турбулентности при числах Рейнольдса менее 2000 требует очень больших интенсивностей пульсаций на входе в трубу. Согласно результатам расчетов, переход к турбулентности при числах Рейнольдса, близких к наблюдавшимся в работе [1], происходит в пограничном слое у стенки, когда скорость вблизи оси является постоянной по радиусу.

Сильная зависимость длины участка перехода к турбулентности от Re при значениях, близких к критическому для заданного уровня возмущений, позволяет утверждать, что длина трубы слабо влияет на число Рейнольдса перехода, а одной из причин перемежаемости в этом случае могут являться небольшие изменения расхода.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 99-01-00341).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Reynolds O.* An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous and of the law of resistance in parallel channels // *Phil. Trans. Roy. Soc. Lond.* 1884. V. 174. P. 935–982.
2. *Коляда В.В., Павельев А.А.* О переходе к турбулентности на начальном участке круглой трубы // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1985. № 4. С. 52–56.
3. *Darbyshire A.G., Mullin T.* Transition to turbulence in constant-mass-flux pipe flow // *J. Fluid Mech.* 1995. V. 289. P. 83–114.
4. *Draad A.A., Kuiken G.D.C., Nieuwstadt F.T.M.* Laminar-turbulent transition in pipe flow for Newtonian and non-Newtonian fluids // *J. Fluid Mech.* 1998. V. 377. P. 267–312.
5. *Eliakou S., Tumin A., Wygnanski I.* Laminar-turbulent transition in Poiseuille pipe flow subjected to periodic perturbation emanating from the wall // *J. Fluid Mech.* 1998. V. 361. P. 333–349.
6. *Коляда В.В., Павельев А.А.* Влияние профиля скорости на входе в круглую трубу на переход к турбулентности // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1986. № 4. С. 166–169.
7. *Луцик В.Г., Павельев А.А., Якубенко А.Е.* Исследование перехода к турбулентности в пограничном слое при большой интенсивности внешних возмущений с помощью трехпараметрической модели // *Проблемы современной механики. Ч. 1. М.: Изд-во МГУ, 1983. С. 127–138.*
8. *Никитин Н.В.* Численное исследование ламинарно-турбулентного перехода в круглой трубе под действием периодических входных возмущений // *Изв. РАН. МЖГ.* 2001. № 2. С. 42–55.

9. Коляда В.В., Павельев А.А. О смене механизмов перехода к турбулентности в пограничном слое // Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 3. С. 179–181.
10. Павельев А.А. Развитие решеточной турбулентности в потоке с постоянным градиентом скорости // Изв. АН СССР. МЖГ. 1974. № 1. С. 38–47.
11. Бекрицкая С.И. Экспериментальное исследование мелкомасштабной турбулентности в потоке со сдвигом // Изв. АН СССР. МЖГ. 1977. № 4. С. 36–42.
12. Луцик В.Г., Павельев А.А., Якубенко А.Е. Трехпараметрическая модель сдвиговой турбулентности // Изв. АН СССР. МЖГ. 1978. № 3. С. 13–25.
13. Луцик В.Г., Павельев А.А., Якубенко А.Е. Управление турбулентными пограничными слоями: результаты экспериментов и расчетные модели // Механика и научно-технический прогресс. Т. 2. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1987. С. 67–89.
14. Луцик В.Г., Павельев А.А., Решмин А.И., Якубенко А.Е. Влияние граничных условий на переход к турбулентности в пограничном слое на пластине при большом уровне внешних возмущений // Изв. РАН. МЖГ. 1999. № 6. С. 111–119.

Москва

Поступила в редакцию
1.XI.2000