

УДК 532.517.2/4

© 2001 г. Н.В. НИКИТИН

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЛАМИНАРНО-ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕХОДА В КРУГЛОЙ ТРУБЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ВХОДНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

Численно решается задача о пространственно-временной эволюции возмущений, вносимых во входное сечение трубы кругового сечения. Рассмотрен случай периодических во времени входных возмущений при $Re = 4000$. Обнаружено, что при относительно слабых входных возмущениях устанавливаются периодические режимы течения, а при более сильных – хаотические.

В периодических режимах движение представляет собой суперпозицию стационарного течения и распространяющейся вниз по потоку затухающей волны. Профиль скорости стационарной составляющей существенно отличается как от параболического течения Пуазейля, так и от профиля скорости в развитых турбулентных течениях и характеризуется значительной неоднородностью в угловом направлении. Угловое искажение профиля скорости вызывается присутствием продольных вихрей, формирующихся в результате нелинейного взаимодействия входных возмущений.

Хаотические режимы течения возникают при превышении амплитудой входных возмущений некоторого порогового уровня. Случайные высокочастотные пульсации возникают после формирования продольных вихрей в областях наибольшего углового градиента осевой скорости. Течение в нижней части потока, вдали от переходной области, выходит на режим развитой турбулентности. Распределения вдоль трубы всех статистических моментов выравниваются, приближаясь к значениям, наблюдающимся в экспериментальных условиях и численных расчетах развитых турбулентных течений.

Причина ламинарно-турбулентного перехода в круглой трубе по-прежнему остается одной из нерешенных проблем гидродинамики. Осборн Рейнольдс обнаружил в 1883 г., что ламинарное течение в трубе сменяется турбулентным в тех случаях, когда безразмерное число, названное позже его именем, $Re = DU_m/\nu$ (U_m – средняя скорость течения, D – диаметр трубы, ν – кинематический коэффициент вязкости жидкости) становится достаточно большим. В более поздних экспериментах было установлено, что существует некоторое критическое число Рейнольдса, имеющее значение около 2000, ниже которого переход к турбулентности не возникает независимо от вида и амплитуды возмущений на входе в трубу. При низком уровне входных возмущений число Рейнольдса перехода может быть существенно больше, чем критическое.

Возможны два различных механизма перехода от ламинарного режима движения к турбулентному: переход на начальном участке трубы и переход в развитом течении Пуазейля с параболическим профилем скорости, формирующимся на значительном расстоянии, иногда в несколько сотен диаметров от входа в трубу. Теоретический вывод об устойчивости течения Пуазейля к малым возмущениям [1, 2] обосновывает предположение об определяющем влиянии начального участка [3]. Тем не менее переход в развитом течении Пуазейля при конечно-амплитудных возмущениях также возможен и механизмы такого перехода еще подлежат определению. Эксперимен-

тальные свидетельства этого варианта перехода к турбулентности в трубах имеются в [4–6].

В эксперименте [7] изучался переход в развитом течении Пуазейля под действием периодических во времени и в угловом направлении возмущений. Было обнаружено, что основной причиной перехода является угловое искажение профиля средней скорости. Аналогичный вывод был сделан ранее на основании численных исследований в [8–10]. В [10] предложен способ расчета пространственного развития возмущений в трубе и выполнена серия расчетов ламинарно-турбулентного перехода при условиях, близких к тем, что были позже реализованы в эксперименте [7]. Настоящая работа является продолжением и расширением исследований, начатых в [10].

В большинстве численных расчетов турбулентных течений в трубах и каналах используется так называемый временной подход. В этом подходе возмущения считаются периодическими вдоль основного потока, развитие их происходит во времени. Условия периодичности основаны на предположении об однородности течения и могут считаться допустимыми для моделирования развитых турбулентных течений, устанавливающихся на определенном расстоянии от входного сечения трубы. Статистические свойства решений трехмерных уравнений Навье–Стокса, получаемых в рамках временного подхода, хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Условия периодичности удобны для численного решения уравнений Навье–Стокса. Они снимают проблему постановки условий на границах втекания и вытекания жидкости, позволяют рассматривать расчетные области небольшой протяженности и применять эффективные спектральные методы. Очевидно, однако, что для моделирования существенно пространственно неоднородных течений требуется более адекватная "пространственная" постановка задачи, допускающая возможность развития возмущений по мере их распространения вниз по потоку. Одной из задач, требующих применение пространственного подхода, является рассматриваемая в настоящей работе задача о движении жидкости на участке трубы кругового сечения в зоне перехода от ламинарного режима течения к турбулентному.

1. Постановка и метод решения задачи. Рассматривается течение вязкой несжимаемой жидкости в круглой трубе конечной длины

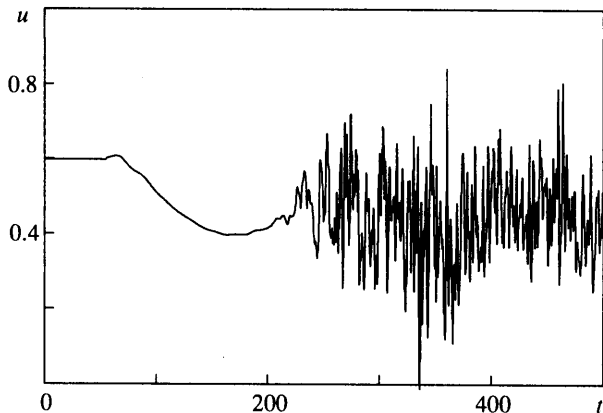
$$(x, r, \theta) \in \{0 \leq x \leq L, 0 \leq r \leq 1, 0 \leq \theta < 2\pi\}$$

Течение описывается трехмерными нестационарными уравнениями Навье–Стокса, на стенке трубы ставятся условия прилипания. В угловом направлении θ все искомые функции раскладываются в ряды Фурье. В двух других пространственных направлениях применяются конечно-разностные аппроксимации 2-го порядка на перемежающихся сетках. Построение сеток проводится по принципу, изложенному в [11]. В осевом направлении x шаг сетки выбирается постоянным, а в радиальном направлении r – переменным, со сгущением узлов вблизи стенки трубы. Интегрирование по времени ведется полуняевым методом Рунге–Кутты [12].

В проведенных расчетах изучалось развитие периодических во времени возмущений, вносимых в течение Пуазейля. Рассматривались возмущения, обладающие симметрией относительно плоскости $\theta = 0$ (диаметральная симметрия): при $x = 0$ $u'(t, r, \theta) = u'(t, r, -\theta)$, $v'(t, r, \theta) = v'(t, r, -\theta)$, $w'(t, r, \theta) = -w'(t, r, -\theta)$. Начальное поле скорости полагалось пуазейлевским вдоль всей трубы: $\mathbf{V} = (1 - r^2, 0, 0)$, $t = 0$.

Все величины представляются в безразмерном виде. За масштаб скорости берется максимальная скорость течения Пуазейля (удвоенная среднерасходная скорость), за масштаб длины – радиус трубы.

Такая постановка задачи качественно соответствует условиям эксперимента [6], где профиль скорости, близкий к параболическому, был создан непосредственно во входном сечении трубы. Еще более близкие экспериментальные условия были в работах [5,7], где изучалась эволюция периодических по времени возмущений, вносимых в развитый пуазейлевский поток далеко от входного сечения трубы.



Фиг. 1. Эволюция осевой компоненты скорости в фиксированной точке трубы. Расчет с $L_x = 100$

Расчеты проводились при числе Рейнольдса $Re = 4000$. В рядах Фурье удерживалось по 10 членов. Диаметральная симметрия поля скорости во входном сечении сохраняется в силу уравнений Навье – Стокса на всем протяжении трубы. Таким образом, ряды Фурье осевой и радиальной компонент скорости включают в себя только \cos -гармоники, а угловой компоненты – только \sin -гармоники. Радиальная сетка содержала 32 узла, шаг сетки в осевом направлении составлял $1/5,12$ (512 узлов при $L_x = 100$). Указанное пространственное разрешение при использовании условий периодичности (во временном подходе) достаточно для воспроизведения статистических моментов первого и второго порядков с точностью в 5–10%.

Формулировка входных граничных условий представляет собой серьезную задачу. Существующие экспериментальные данные свидетельствуют о том, что течение на участке трубы, включающем зону перехода к турбулентности, существенно зависит как от амплитуды, так и от формы и спектрального состава входных возмущений. При моделировании конкретного физического эксперимента должны учитываться специфические свойства входного устройства экспериментальной установки, формирующего тот или иной вид течения на входе в трубу. Исследование восприимчивости течения к возмущениям различного вида требует проведения массовых расчетов при варьировании входных условий.

С математической точки зрения во входном сечении в каждый момент времени должны быть заданы распределения трех компонент скорости u, v, w . Это, однако, не единственная возможная корректная постановка задачи. Другим вариантом является, например, задание распределений осевой компоненты скорости u и распределений радиальной η и угловой ζ компонент завихренности, что эквивалентно заданию распределений $u, \partial v / \partial x, \partial w / \partial x$. В настоящей работе был принят именно такой вариант задания входных условий, несколько более удобный с алгоритмической точки зрения. Постановка других граничных условий не является принципиальной проблемой.

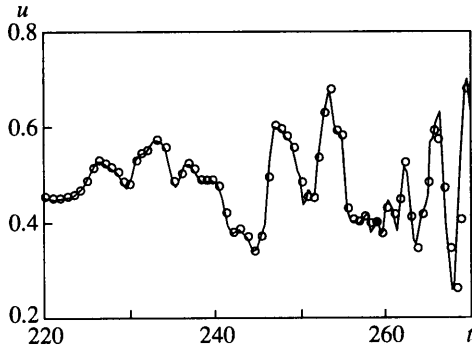
Условия во входном сечении ($x = 0$) задавались в виде

$$u = 1 - r^2 + \varepsilon(t) \text{Real}[u_s(r)e^{-i\omega t}] \cos \theta \quad (1.1)$$

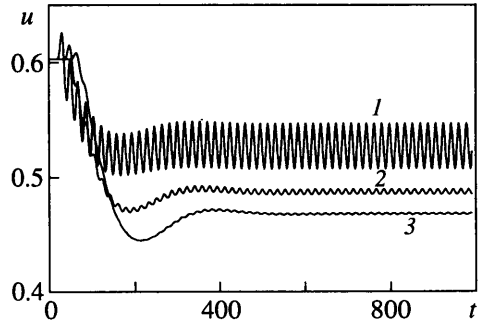
$$\eta = \varepsilon(t) \text{Real}[\eta_s(r)e^{-i\omega t}] \sin \theta \quad (1.2)$$

$$\zeta = 2r + \varepsilon(t) \text{Real}[\zeta_s(r)e^{-i\omega t}] \cos \theta \quad (1.3)$$

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0(1 - e^{-kt^2})$$



Фиг. 2



Фиг. 3

Фиг. 2. Возникновение высокочастотных колебаний. Линия – расчет с $L_x = 100$, точки – $L_x = 50$

Фиг. 3. Установление периодических колебаний скорости вдоль линии $r = 0,63, \theta = 0$: $x = 12,5; 25; 37,5$ (линии 1–3)

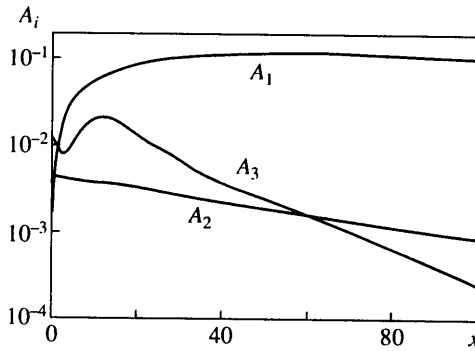
В качестве функций $u_s(r), \eta_s(r), \zeta_s(r)$ брались собственные функции пространственной задачи об устойчивости течения Пуазейля при заданной действительной частоте ω . Амплитуда возмущений $\epsilon(t)$ достигала своего максимального значения примерно за время одного колебания.

Особое внимание при конструировании вычислительного алгоритма должно быть уделено постановке граничных условий в выходном сечении трубы. Выходные условия должны быть достаточны для однозначного решения задачи, допуская максимально возможную свободу для течения в верхней части потока. Неудачное задание условий на выходе может привести к нефизическим отражениям, искажающим течение на значительном расстоянии от выходной границы [13]. После тщательного тестирования нескольких вариантов были выбраны следующие мягкие условия в выходном сечении трубы:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} = 0 \quad (1.4)$$

Высокое качество условий (1.4) иллюстрировалось в [10] на примере расчета эволюции возмущений малой амплитуды. Фигуры 1, 2 демонстрируют отсутствие заметного влияния выходных граничных условий (1.4) на процесс перехода к турбулентности в расчете с большой амплитудой входных возмущений. В этом расчете возмущения, распространяясь вниз по потоку, ведут к искажению профиля скорости, на фоне которого в определенный момент возникают интенсивные высокочастотные пульсации. Зарождение таких пульсаций в данном варианте происходит в области $x \approx 35$ в момент времени $t \approx 200$. На фиг. 1 изображен график изменения осевой компоненты скорости со временем $u(t)$ в фиксированной точке трубы $P = (x = 37,5, r = 0,63, \theta = 0)$, полученный в расчете с длиной трубы $L_x = 100$. После того как возмущения достигают рассматриваемую точку, скорость в ней начинает плавно уменьшаться. Через некоторый промежуток времени возникают высокочастотные колебания, амплитуда которых очень быстро нарастает. В дальнейшем изменение скорости приобретает характер стационарных турбулентных пульсаций. На фиг. 2 показано сравнение пульсаций в точке P в расчетах с $L_x = 100$ и $L_x = 50$. Приведен участок зарождения высокочастотных колебаний $t \in [220, 270]$. Полное совпадение графиков доказывает отсутствие влияния выходных граничных условий (1.4) на процесс возникновения и развития турбулентных пульсаций.

2. Эволюция возмущений конечной амплитуды. В расчетах эволюции течения под действием конечно-амплитудных возмущений возмущения вносились в пристенную



Фиг. 4. Амплитуды трех составляющих возмущений (2.1)

область трубы. В (1.1)–(1.3) использовалась "пристенная" собственная функция линейной задачи устойчивости с частотой колебаний $\omega = 0,35$ и максимумом амплитуды скорости при $r = 0,78$.

При относительно малых амплитудах входных возмущений в трубе устанавливаются периодические режимы движения с частотой колебаний ω . Периодические режимы наблюдаются вплоть до $\epsilon_0 = 0,035$ (при нормировке $\max|u_s| = 1$). Примеры поведения скорости $u(t)$ в нескольких точках трубы приведены на фиг. 3 ($\epsilon_0 = 0,03$). Амплитуда колебаний быстро уменьшается с удалением от входного сечения. Осцилляции происходят на фоне среднего течения, существенно отличного от течения Пуазейля. В частности, вдоль линии $r = 0,63$, $\theta = 0$ среднее значение скорости $\langle u \rangle_t$ заметно уменьшается (угловыми скобками обозначается операция осреднения, переменная, по которой проводится осреднение, указывается индексом).

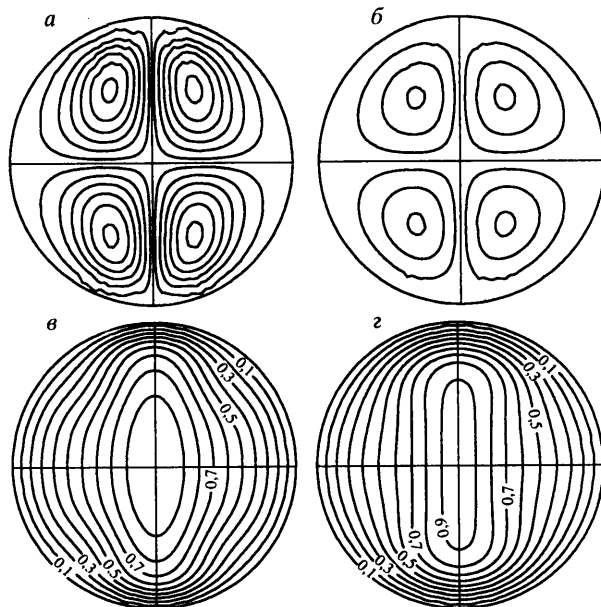
Для описания структуры течений, устанавливающихся в периодических режимах, уместно представить все поле скорости в виде суммы

$$\begin{pmatrix} u(t, x, r, \theta) \\ v(t, x, r, \theta) \\ w(t, x, r, \theta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U(x, r) \\ V(x, r) \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_1(x, r, \theta) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ v_2(x, r, \theta) \\ w_2(x, r, \theta) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_3(t, x, r, \theta) \\ v_3(t, x, r, \theta) \\ w_3(t, x, r, \theta) \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Слагаемое $U(x, r) = \langle u \rangle_{t, \theta}$ и $V(x, r) = \langle v \rangle_{t, \theta}$ назовем средней скоростью, стационарную составляющую, описываемую слагаемым $u_1(x, r, \theta) = \langle u \rangle_t - U$, – угловым искажением средней скорости, стационарное движение в плоскости поперечного сечения трубы с компонентами скорости $v_2(x, r, \theta) = \langle v \rangle_t - V$ и $w_2(x, r, \theta) = \langle w \rangle_t$ – продольными вихрями и, наконец, последнее слагаемое в (2.1) представляет собой нестационарную составляющую движения.

Рассмотрим течение, устанавливающееся при $\epsilon_0 = 0,03$, рассчитанное в трубе длиной $L_x = 100$. Профили скорости $U(r)$ при $x > 0$ несколько отличаются от параболического профиля течения Пуазейля. Скорость на оси трубы уменьшается, а в пристенной области увеличивается. Хотя с удалением от входного сечения отклонения распределений скорости от параболического увеличиваются, вид профилей существенно отличается от распределения средней скорости в развитом турбулентном течении. Так, максимальное изменение $U(r)$ (на оси трубы) составляет менее 7%. Радиальная компонента средней скорости $V(x, r)$ на всей длине трубы не превышает 0,003.

Угловое искажение скорости имеет вид стоячей волны с четко выраженными максимумами в плоскостях $\theta = \pi/2$ и $3\pi/2$. Во входном сечении угловое искажение скорости отсутствует в силу условий (1.1), при удалении от входного сечения его амплитуда быстро нарастает. На фиг. 4 приведены графики $A_i(x)$, $i = 1, 2, 3$, амплитуд



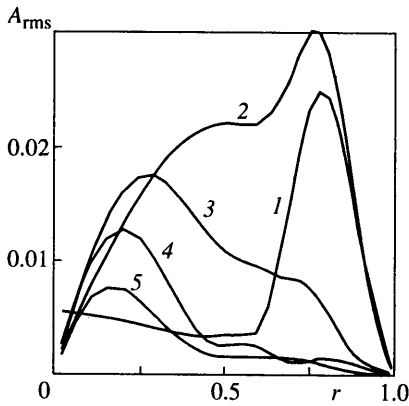
Фиг. 5. Линии тока продольных вихрей (а, б) и изолинии осевой скорости (в, з) в сечениях $x = 25$ и 75

трех составляющих течения, входящих в разложение (2.1)

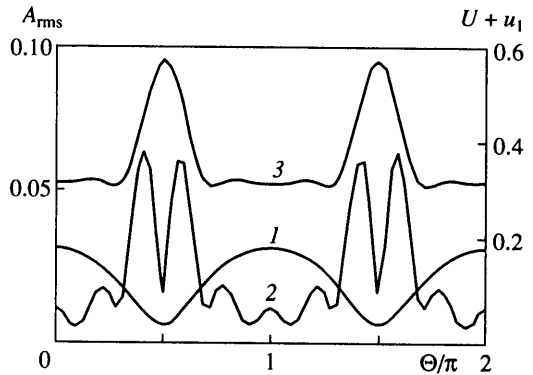
$$A_i^2(x) = \frac{1}{\pi T} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 r dr \int_t^{t+T} (u_i^2 + v_i^2 + w_i^2) dt, \quad T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Изменение всех амплитуд при увеличении x аналогично изменению соответствующих амплитуд во времени в расчетах с условием пространственной периодичности при докритических значениях начальной амплитуды возмущений, рассмотренных в [14] (см. фиг. 1 в [14]). Амплитуда нестационарной составляющей A_3 экспоненциально уменьшается с ростом x . Также экспоненциально затухают и продольные вихри. В отличие от примера [14], где амплитуда продольных вихрей в начальный момент времени равнялась нулю, в рассматриваемом случае продольные вихри формируются непосредственно во входном сечении трубы. Это является специфическим свойством граничных условий вида (1.1)–(1.3). Продольные вихри (как и угловое искажение средней скорости) образуются в результате нелинейного взаимодействия периодических возмущений и имеют только четные угловые гармоники. Движение в продольных вихрях направлено от оси трубы к стенке в плоскостях $\theta = \pi/2$ и $3\pi/2$, а в плоскостях $\theta = 0$ и π жидкость возвращается обратно от стенки к оси. Частицы жидкости с большой осевой скоростью из приосевой области переносятся вихрями к стенке, в результате чего возникает ускорение движения в плоскостях $\theta = \pi/2, 3\pi/2$. В смежных плоскостях возникает замедление течения. Таков механизм возникновения углового искажения средней скорости, достигающего очень значительной величины.

В рассмотренных случаях в потоке возникают две пары продольных вихрей, число и расположение в плоскости поперечного сечения трубы определяются входным возмущением. Число продольных вихрей и форма углового искажения соответствуют угловым гармоникам с номером $n = 2$, порождаемым взаимодействием входных возмущений с угловой периодичностью. Возможно возникновение большего числа пар продольных вихрей с четырьмя парами продольных вихрей и соответствующим



Фиг. 6



Фиг. 7

Фиг. 6. Распределение среднеквадратичной амплитуды колебаний скорости (2.3) вдоль радиуса в сечениях $x = 0; 12,5; 25; 37,5; 50$ (линии 1–5)

Фиг. 7. Распределения среднеквадратичной амплитуды колебаний скорости (2.4) вдоль угловой координаты ($x = 12,5$) в приосевой области ($r = 0,4$) – линия 1 и в пристенной области ($r = 0,8$) – 2. Стационарная составляющая осевой скорости $U + u_1 - 3$

скорости изучалось экспериментально в [7], где входное возмущение имело угловую периодичность, отвечающую $n = 2$.

Амплитуда углового искажения A_1 нарастает вниз по потоку. Только тогда, когда амплитуда продольных вихрей составляет уже менее 2% от A_1 , вязкая диссипация берет верх и A_1 начинает медленно уменьшаться. Линии тока, соответствующие продольным вихрям, и профили скорости $U(x, r) + u_1(x, r, \theta)$ в двух поперечных сечениях трубы $x = 25$ и 75 изображены на фиг. 5. Максимум скорости растекания жидкости от оси трубы v_2 в обоих сечениях достигается при $r \approx 0,5$ и равен $0,007$ и $0,003$ при $x = 25$ и 75 соответственно. Максимальная скорость обратного движения вдвое меньше: $-0,003$ при $x = 25$ и $-0,0016$ при $x = 75$. Достигается $\min v_2$ ближе к оси – при $r \approx 0,3$. Столь незначительная скорость движения в плоскости поперечного сечения трубы вызывает, как видно из фиг. 5, очень существенное искажение осевой скорости.

Структура нестационарной составляющей течения в периодических режимах определяется нелинейными взаимодействиями входных возмущений. Пространственно-временное распределение каждой величины f имеет вид ряда Фурье

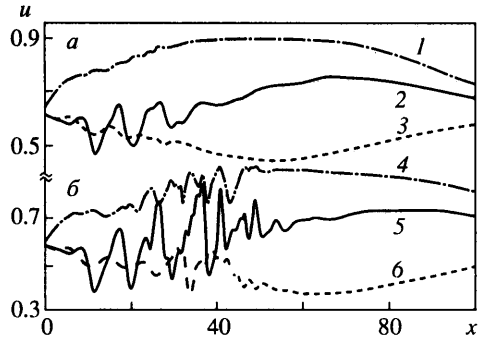
$$f(t, x, r, \theta) = \text{Real} \sum_{k+n=2l} f^{k,n}(x, r) e^{i(k\omega t + n\theta)}, \quad l - \text{целое} \quad (2.2)$$

Амплитуды колебаний на кратных частотах ($|k| > 1$) много меньше амплитуд основного тона, так что при всех (x, r) характер колебаний близок к гармоническому (фиг. 3). На фиг. 6 изображены радиальные распределения среднеквадратичной амплитуды A колебаний скорости

$$A_{rms}^2(x, r) = \frac{1}{2\pi T} \int_t^{t+T} dt \int_0^{2\pi} (u_3^2 + v_3^2 + w_3^2) d\theta \quad (2.3)$$

для нескольких расстояний от входного сечения. Характер этих распределений указывает на присутствие двух мод – пристенной и приосевой, развивающихся по разным законам. Пристенная мода имеет максимум амплитуды вблизи стенки трубы. Она усиливается на начальном участке трубы (до $x \approx 15$), после чего быстро затухает. Приосевая мода, отсутствующая во входном сечении, отвечает от пристенной моды, точка максимума ее амплитуды постепенно смещается к оси трубы. Ско-

Фиг. 8. Распределения осевой скорости вдоль трубы, $r = 0,63$. Линии 1, 4 – $\theta = \pi/2$; 2, 5 – $\theta = \pi/3$; 3, 6 – $\theta = 0$: а – до появления высокочастотных пульсаций ($t = 200$), б – после их возникновения ($t = 235$)



рость ее затухания вдоль потока существенно меньше, чем скорость затухания пристенной моды.

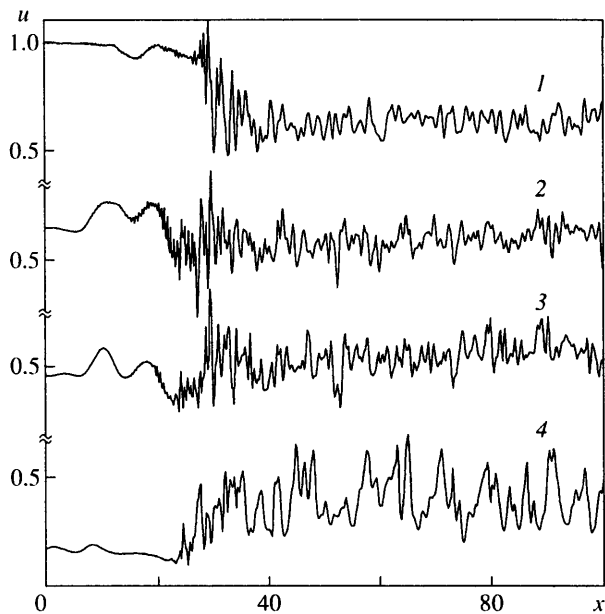
Пристенная и приосевая составляющие нестационарных возмущений имеют заметно различающиеся распределения в угловом направлении. Приосевая мода описывается первой угловой гармоникой ($n = 1$ в (2.2)), в пристенную моду значительный вклад вносят старшие гармоники $n = 3$ и 5. На фиг. 7 изображены распределения вдоль угловой координаты θ среднеквадратичной амплитуды колебаний скорости

$$A_{rms}^2(x, r, \theta) = \frac{1}{T} \int_0^{t+T} (u_3^2 + v_3^2 + w_3^2) dt \quad (2.4)$$

в сечении $x = 12,5$ на двух расстояниях от оси трубы: $r = 0,4$ и $0,8$. Вблизи оси распределение имеет очень простой вид $A \sim |\cos \theta|$. В пристенной области наблюдаются две пары крутых пиков, окружающих точки $\theta = \pi/2$ и $\theta = 3\pi/2$. Области максимальной интенсивности колебаний соответствуют точкам наибольших угловых градиентов в распределении стационарной составляющей скорости $U + u_1$. График $U + u_1$ при $r = 0,8$ также изображен на фиг. 7. Механизмом значительного усиления колебаний в пристенной области может быть неустойчивость профилей скорости, имеющих точки перегиба в направлении θ . В периодических режимах такая неустойчивость носит локальный характер и не распространяется за пределы начального участка трубы.

3. Возникновение случайных пульсаций. Качественно иные режимы течения по сравнению с описанным в предыдущем параграфе возникают при больших амплитудах входных возмущений. Начиная с $\epsilon_0 = 0,04$ в потоке возбуждаются случайные высокочастотные пульсации. Пример поведения скорости в фиксированной точке трубы ($x = 37,5$, $\theta = 0$) приведен на фиг. 1 и 2 ($\epsilon_0 = 0,04$). Характерный временной масштаб возникающих в этой точке пульсаций $\tau \approx 4$ существенно меньше периода входных возмущений $T = 2\pi/\omega \approx 18$.

Высокочастотные пульсации появляются в момент времени $t \approx 220$. До этого момента развитие течения происходит аналогично случаю меньших амплитуд входных возмущений. В трубе формируются две пары продольных вихрей, интенсивность которых спадает при удалении от входного сечения. Под действием продольных вихрей возникает и усиливается со временем искажение профиля скорости в угловом направлении – скорость в плоскостях $\theta = 0$ и π уменьшается, а в плоскостях $\theta = \pi/2$ и $3\pi/2$ увеличивается. После того как угловая асимметрия профиля скорости достигает определенного уровня, периодические возмущения, приходящие из входного сечения, начинают усиливаться. Наибольшее усиление происходит в плоскостях максимального углового градиента скорости $\theta = k\pi/3$, $k = 1, 2, 4, 5$. Мгновенные распределения осевой скорости вдоль трубы в два момента времени – до возникновения высокочастотных пульсаций $t = 200$ и после их возникновения $t = 235$ – приведены на фиг. 8. В момент времени $t = 235$ амплитуда колебаний существенно больше, чем при $t = 200$,

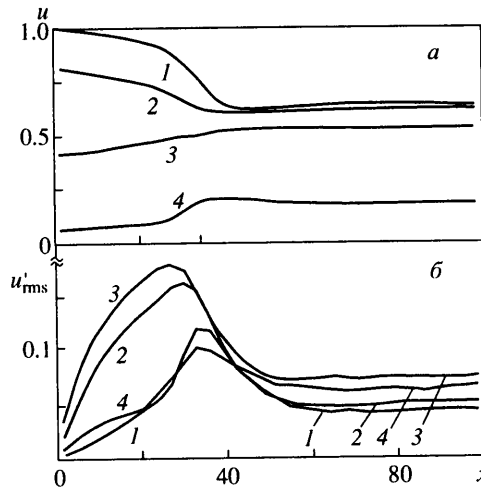


Фиг. 9. Мгновенные распределения осевой скорости вдоль трубы в "турбулентном" режиме: $r = 0,02; 0,6; 0,72; 0,93$ (линии 1–4)

причем значительные колебания наблюдаются не только в плоскости $\theta = \pi/3$, как при $t = 200$, но и в других плоскостях. Распределения $u(x)$ становятся менее регулярными, заметный вклад во всем сечении трубы вносят коротковолновые составляющие.

Процесс развития высокочастотных случайных пульсаций очень бурный. Как видно из фиг. 1, в точке ($x = 37,5, r = 0,63, \theta = 0$) этап формирования мощных флуктуаций завершается через 20–30 единиц времени. За это время зона случайных пульсаций захватывает участок трубы длиной в 15–20 радиусов, начиная с $x \approx 30$. Сносаясь потоком, мелкомасштабные "турбулентные" возмущения постепенно занимают всю нижнюю часть трубы. Задний фронт "турбулентной" области устанавливается на определенном расстоянии от входного сечения трубы в области $x = 25–30$. На фиг. 9 изображены мгновенные распределения осевой скорости вдоль трубы в четырех точках по радиусу после завершения описанного процесса развития течения ($t = 800$). Приведенные распределения очень близки по характеру к экспериментальным распределениям скорости на заднем фронте турбулентной области, полученным в [15]. На начальном участке трубы присутствуют только длинноволновые возмущения. Граница турбулентной области четко выражена. Ее положение вблизи оси $x \approx 28$ и вблизи стенки $x \approx 24$ соответствует форме заднего фронта турбулентных пробок, наблюдавшихся в [15]. Как и в экспериментальных измерениях, непосредственно в переходной зоне имеются мощные коротковолновые пульсации, особенно в приосевой зоне. Ближе к выходному сечению трубы масштаб возмущений несколько увеличивается, а амплитуда пульсаций (за исключением пристенной области) уменьшается. Скорость на оси трубы существенно понижается, что компенсируется ускорением течения вблизи стенки.

4. Статистические характеристики течения в турбулентном режиме. В отличие от периодических режимов течения, где средние характеристики существенно меняются вдоль угловой координаты (см. фиг. 5, 7), течения в турбулентных режимах более однородны по θ . Угловую неоднородность создают лишь условия диаметральной сим-



Фиг. 10. Распределения средней скорости (u) и среднеквадратичной амплитуды пульсаций осевой скорости (u'_{rms}) вдоль оси трубы при $r = 0,02; 0,41; 0,75; 0,93$ (линии 1–4)

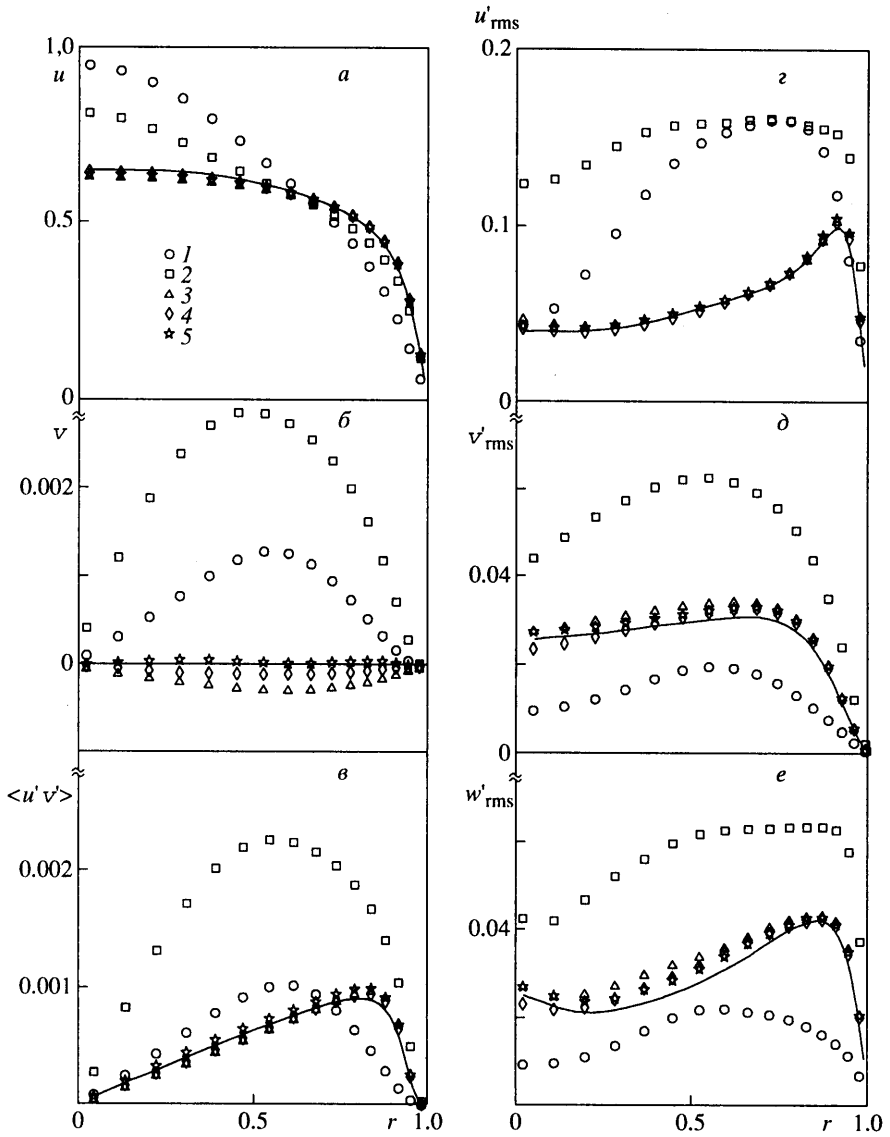
метрии течения, в силу которой угловая компонента скорости w тождественно равна нулю в плоскостях $\theta = 0$ и π . Пренебрегая влиянием диаметральной симметрии, средние характеристики течения будем вычислять путем осреднения соответствующих величин как по времени, так и по угловой переменной: $\langle f \rangle = \langle f \rangle_{t,\theta}$.

На фиг. 10 приведены распределения средней скорости $\langle u \rangle$ и среднеквадратичной амплитуды пульсаций осевой скорости

$$u'_{rms} = (\langle u^2 \rangle - \langle u \rangle^2)^{0,5}$$

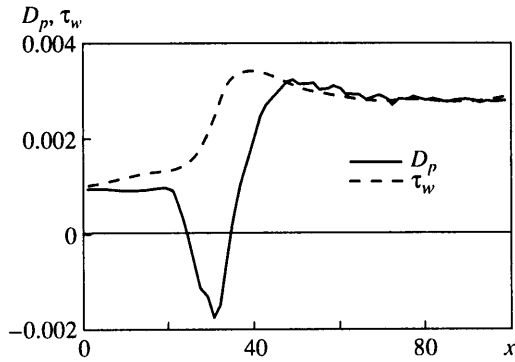
вдоль трубы в четырех точках по радиусу. В переходной зоне ($x < 50$) интенсивность пульсаций достигает очень больших значений, существенно превышающих уровень, устанавливающийся в нижней части трубы. Распределения средних характеристик вдоль трубы выходят на постоянный уровень при $x \approx 60$.

Радиальные распределения статистических моментов первого $\langle u \rangle$, $\langle v \rangle$ и второго u'_{rms} , v'_{rms} , w'_{rms} , $\langle u'v' \rangle$ порядков в нескольких сечениях трубы приведены на фиг. 11. На каждом из рисунков приведены также соответствующие распределения, полученные в рамках временного подхода, т.е. с использованием условия периодичности течения вдоль оси x (эти результаты получены для диаметрально-симметричных возмущений, поэтому вблизи оси трубы они несколько отличаются от распределений, представленных в [12]). На начальном участке трубы течение замедляется вблизи оси и ускоряется у стенки. Положение области постоянной скорости $r = 0,6-0,7$ согласуется с экспериментальными данными [15, 16]. На этом участке происходит значительное усиление пульсационного движения, причем если вблизи входного сечения основной вклад в пульсации вносит осевая скорость, то при больших x становятся заметными и пульсации в плоскости поперечного сечения трубы. Амплитуды пульсаций выравниваются по сечению трубы. Уменьшение средней скорости вблизи оси порождает появление положительной радиальной компоненты средней скорости – жидкость от оси трубы растекается к стенкам. За фронтом турбулентной области $x > 40$ происходит обратный процесс. Скорость на оси несколько повышается, что соответствует отрицательным значениям $\langle v \rangle$. Интенсивность пульсаций всех компонент скорости заметно снижается. В нижней части потока все средние характеристики выходят на распределения, соответствующие развитому турбулентному течению.



Фиг. 11. Распределения статистических моментов первого и второго порядков в сечениях $x = 19; 31; 56; 69; 94$ (точки 1–5). Сплошные линии – результаты расчета с условием периодичности вдоль оси x

Резкие преобразования структуры течения в зоне перехода приводят к интересному аномальному поведению градиента давления. Замедление потока вблизи оси, уменьшение интенсивности пульсаций и падение в связи с этим скоростного напора ведет к локальному повышению среднего давления. Результатом этого является возникновение обратного градиента давления, действующего в области перехода $x \approx 30$ навстречу потоку. На фиг. 12 изображены графики градиента давления $D_p(x)$, $D_p = -d\langle p \rangle/dx$ и среднего напряжения трения на стенке $\tau_w(x) = \text{Re}^{-1}(-\partial \langle u \rangle / \partial r)|_{r=1}$. Градиент давления и трение на стенке, уравновешивая друг друга во входном сечении, расходятся при $x > 0$. Градиент давления падает, что соответствует повышению давления, и в области $x \approx 30$ становится отрицательным. Ниже по течению распре-



Фиг. 12. Распределения градиента давления D_p – сплошная линия и напряжения трения на стенке τ_w – штриховая линия. В области $x \approx 30$ силы давления действуют навстречу потоку

деление скоростного напора вдоль трубы выравнивается, силы давления принимают свое обычное направление вдоль потока и уравниваются трением на стенке.

5. Является ли течение в трубе автоколебательным? Как известно из экспериментальных и численных исследований, течение Пуазейля в трубе устойчиво к малым возмущениям. Результаты настоящей работы подтверждают этот вывод: для возникновения турбулентности требуются возмущения конечной амплитуды. Однако остается неясным, способна ли турбулентность в трубе поддерживать сама себя после возникновения, или подпитка за счет внешних возмущений по-прежнему остается необходимой. Иначе этот вопрос можно сформулировать так: является ли динамическая система, соответствующая течению в трубе, автоколебательной или усилительной. В первом случае внешние возмущения необходимы лишь для того, чтобы попасть в область притяжения некоторого аттрактора в фазовом пространстве. В дальнейшем они лишь возмущают траекторию на аттракторе. Во втором случае турбулентность есть прямой результат усиления внешних возмущений, и их устранение неминуемо должно привести к исчезновению турбулентности.

Поставленный вопрос относится не только к течению в трубах и каналах, но и к некоторым другим течениям в безграничных средах, таким, например, как струи [17, 18]. Определяющим здесь является конвективный характер возникающей неустойчивости [19, 20]. Косвенным свидетельством того, что турбулентность в струйных течениях не автоколебательна, а представляет собой только результат усиления шума, служат вычисления корреляционной размерности [18]. Оказалось, что при увеличении размерности пространства вложения не происходит насыщения вычисляемой корреляционной размерности, что говорит либо о том, что размерность очень велика, либо о том, что здесь имеет место усиление шума. В [21, 22] приведены результаты вычисления корреляционной размерности для течения в круглой трубе, полученного прямым численным моделированием [23] с использованием условия периодичности течения вдоль оси трубы. Авторы упомянутых работ делают вывод о конечности корреляционной размерности $\nu \approx 15$.

Эксперименты, проведенные в настоящей работе, свидетельствуют в пользу того, что течение в трубе является усилительным, а не автоколебательным. При уменьшении амплитуды входных возмущений ниже некоторого предела после установления турбулентного режима течения в трубе турбулентная область сносится потоком и течение в трубе возвращается к ламинарному. Таким образом, влияние пульсаций на течение в верхней части потока недостаточно для поддержания турбулентности. Другая ситуация имеет место при использовании временного подхода – возмущения, выносятся из трубы, в силу условий периодичности сразу же попадают во входное

сечение. В результате этого возникает обратная связь, которая приводит к автоколебаниям.

Заключение. В численном исследовании пространственно-временной эволюции периодических во времени входных возмущений в круглой трубе обнаружено два качественно различных типа устанавливающихся течений. При относительно слабых возмущениях в трубе устанавливаются периодические режимы движения, а при более сильных – хаотические. В периодических режимах изменение движения вдоль трубы качественно аналогично изменению течения во времени в расчетах с условиями пространственной периодичности при докритических амплитудах начальных возмущений [14]. Движение представляет собой суперпозицию стационарного течения и распространяющейся вниз по потоку затухающей волны. Профиль скорости стационарной составляющей существенно отличается как от параболического течения Пуазейля, так и от профиля скорости в развитых турбулентных течениях. Искажение профиля скорости вызывается присутствием продольных вихрей, формирующихся в результате нелинейного взаимодействия входных возмущений.

Хаотические режимы течения возникают при превышении амплитудой входных возмущений некоторого порогового уровня. Случайные высокочастотные пульсации впервые возникают на фоне искаженного профиля осевой скорости в областях наибольшего углового градиента. Сносаясь потоком, высокочастотные "турбулентные" пульсации заполняют нижнюю часть трубы. Задний фронт "турбулентной" области устанавливается на определенном расстоянии от входного сечения.

Течение в нижней части потока, вдали от переходной области, выходит на режим развитой турбулентности. Распределения вдоль трубы всех средних характеристик выравниваются, приближаясь к значениям, наблюдающимся в экспериментальных условиях. Интенсивность пульсаций в переходной области существенно (в 2–2,5 раза) превышает их окончательный режим. Резкое замедление потока на оси трубы и падение в связи с этим скоростного напора ведет к локальному повышению среднего давления на переходном участке трубы. Результатом этого является возникновение обратного градиента давления, действующего в области перехода навстречу потоку.

Снижение амплитуды входных возмущений после установления турбулентного режима течения приводит к тому, что область, занятая случайными пульсациями, сносится потоком и течение в трубе в конечном итоге возвращается к ламинарному. Это свидетельствует о том, что течение в трубе является усилительным, а не автоколебательным.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 99-01-01095).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Salwen H., Grosch C.E. The stability of Poiseuille flow in a pipe circular cross-section // J. Fluid Mech. 1972. V. 54. Pt 1. P. 93–112.
2. Вильгельми Т.А., Гольдштик М.А., Сапожников В.А. Устойчивость течения в круглой трубе // Изв. АН СССР. МЖГ. 1973. № 1. С. 20–24.
3. Morkovin M.V., Reshotko E. Dialogue on progress and issues in stability and transition research // Laminar-Turbulent Transition; IUTAM Symp. (Ed. D. Arnal, R. Michel). Toulouse, 1989. Springer: 1990. P. 1–29.
4. Leite R.J. An experimental investigation of the stability of Poiseuille flow // J. Fluid Mech. 1959. V. 5. Pt 1. P. 81–97.
5. Fox J.A., Lessen M., Bhat W.V. Experimental investigation of the stability of Hagen – Poiseuille flow // Phys. Fluids. 1968. V. 11. № 1. P. 1–4.
6. Коляда В.В., Павельев А.А. Влияние профиля скорости на входе в круглую трубу на переход к турбулентности // Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 4. С. 166–169.
7. Eliahou S., Tumin A., Wygnanski I. Laminar-turbulent transition in Poiseuille pipe flow subjected to periodic perturbation emanating from the wall // J. Fluid Mech. 1998. V. 361. P. 333–349.

8. Никитин Н.В. О жестком возбуждении автоколебаний в течении Гагена–Пуазейля // Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 5. С. 181–183.
9. Никитин Н.В. Прямое численное моделирование трехмерных турбулентных течений в трубах кругового сечения // Изв. РАН. МЖГ. 1994. № 6. С. 14–26.
10. Никитин Н.В. Пространственный подход к численному моделированию турбулентности в трубах // Докл. РАН. 1995. Т. 343. № 6. С. 767–770.
11. Никитин Н.В. Спектрально-конечно-разностный метод расчета турбулентных течений несжимаемой жидкости в трубах и каналах // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1994. Т. 34. № 6. С. 909–925.
12. Никитин Н.В. Статистические характеристики пристенной турбулентности // Изв. РАН. МЖГ. 1996. № 3. С. 32–43.
13. Kloker M., Konzelmann U., Fasel H. Outflow boundary conditions for spatial Navier–Stokes simulations of transition boundary layers // AIAA Journal. 1993. V. 31. № 4. P. 620–628.
14. Никитин Н.В. О возникновении турбулентных центров в пристенных течениях // Изв. РАН. МЖГ. 1997. № 2. С. 47–58.
15. Wygnanski I.J., Champagne F.H. On transition in a pipe. Part 1. The origin of puffs and slugs and the flow in a turbulent slug // J. Fluid Mech. 1973. V. 59. Pt 2. P. 281–336.
16. Patel V.C., Head M.R. Some observations on skin friction and velocity profiles in fully developed pipe and channel flow // J. Fluid Mech. 1969. V. 38. Pt 1. P. 181–201.
17. Ланда П.С. Так что же такое турбулентность? // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1995. Т. 3. № 2. С. 37–41.
18. Landa P.S. Nonlinear oscillation and waves in dynamical systems. Dordrecht: Kluwer, 1996. 556 p.
19. Иорданский С.В., Куликовский А.Г. Об абсолютной устойчивости некоторых плоскопараллельных течений при больших числах Рейнольдса // ЖЭТФ. 1965. Т. 49. № 4. С. 1326–1331.
20. Ландау Л.Д., Лифшиц В.М. Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука. 1986. 736 с.
21. Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б., Приймак В.Г. Геометрические и статистические характеристики аттрактора уравнений Навье–Стокса для турбулентных течений вязкой жидкости в круглой трубе: Препринт № 28. М.: ИПМ АН СССР, 1990. 33 с.
22. Ахромеева Т.С., Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г., Самарский А.А. Нестационарные структуры и диффузионный хаос. М.: Наука, 1992. 540 с.
23. Приймак В.Г. Результаты и возможности прямого численного моделирования турбулентных течений вязкой жидкости в круглой трубе // Докл. АН СССР. 1991. Т. 316. № 1. С. 71–76.

Москва

Поступила в редакцию
24.11.2000