

УДК 533.9:519.6

© 2000 г. А.Н. КОЗЛОВ

КИНЕТИКА ИОНИЗАЦИИ И РЕКОМБИНАЦИИ В КАНАЛЕ ПЛАЗМЕННОГО УСКОРИТЕЛЯ

Проведен сравнительный анализ ряда теоретических подходов при исследовании течений ионизирующегося газа применительно к каналу плазменного ускорителя. Переход от слабоионизованного газа к плазме рассматривается в рамках единой системы уравнений. В основу модели течения ионизирующегося газа положены магнитогазодинамические уравнения сплошной среды и уравнение кинетики ионизации и рекомбинации. Соответствующие коэффициенты определяются как в рамках стандартной теории, так и в пределах модифицированного диффузионного приближения, включая его возможные вариации. Кроме того, представлены для сравнения результаты численных экспериментов процесса ионизации при условии локального термодинамического равновесия.

Данная работа продолжает цикл исследований течений ионизирующегося газа в канале коаксиального плазменного ускорителя. Сам плазменный ускоритель [1] схематично представляет собой два коаксиальных электрода, подсоединенных к соответствующей электрической цепи. Между электродами подается нейтральный газ. Далее за счет большого напряжения между электродами происходит пробой нейтрального газа и образуется фронт ионизации. За фронтом ионизовавшаяся плазма резко ускоряется вдоль оси канала благодаря азимутальному магнитному полю и току, протекающему между электродами через плазму, за счет силы Ампера $F = (1/c)[jH]$. Процесс ионизации и предварительного ускорения плазмы происходит, в частности, в первой ступени коаксиального сильноточного плазменного ускорителя [2], в разработке которого заметная роль была отведена численному моделированию и расчету течений в каналах [3].

Начало теоретических и численных исследований течений ионизирующегося газа было положено в [4] и продолжено в ряде других публикаций (см., например, [5]). В [6] в математическую модель помимо канала ускорителя включена электрическая цепь и исследован нестационарный случай, когда изменение тока в канале происходит в соответствии с процессом разряда конденсаторной батареи в электрической цепи питания. В работах [7–8] представлены результаты численных исследований течений ионизирующегося газа в приближении локального термодинамического равновесия.

В настоящей работе в основу физической модели [9] помимо МГД-уравнений положено уравнение кинетики ионизации и рекомбинации, позволяющие вычислить скорость изменения концентрации заряженных частиц. Коэффициенты ионизации и рекомбинации определяются в результате совместного рассмотрения кинетики ионизации, рекомбинации и заселения возбужденных состояний атомов и ионов [10–11].

В данном случае объект исследования имеет ряд отличительных особенностей. На фронте ионизации в канале плазменного ускорителя температура и скорость резко возрастают, в то же время плотность и магнитное поле резко уменьшаются. Этим фронт ионизации в канале ускорителя отличается от традиционных ионизирующих ударных волн сжатия в магнитной газодинамике.

Теория волн ионизации и рекомбинации рассмотрена в [12–16], где, несмотря на близость теоретических подходов, в центре внимания находятся плазмодинамические процессы, отличные от описанных в данной публикации.

Постоянное совершенствование физической модели и вычислительных алгоритмов при исследовании течений ионизирующегося газа направлено в том числе и на сближение результатов расчетов с возможностями экспериментальных исследований [17].

1. Постановка задачи. Построение модели течения ионизирующегося газа основано на уравнениях переноса трехкомпонентной среды [18], состоящей из атомов, ионов и электронов, а также уравнении индукции магнитного поля, которое следует из уравнений Максвелла и обобщенного закона Ома в случае, если пренебречь инерцией электронов и током смещения.

Рассмотрим для определенности плазму, образующуюся из атомарного водорода. Соответственно массы атомов и ионов считаем равными $m_a = m_i = m$ и пренебрегаем в дальнейшем ассоциативной ионизацией и диссоциативной рекомбинацией. В процессе ионизации температура вырастает до 1–3 эВ. Концентрация поступающего в канал газа, согласно экспериментальным данным, предполагается достаточно высокой $n = 10^{16}–10^{17} \text{ см}^{-3}$. Поэтому среда считается квазинейтральной $n_i = n_e$.

Учитывая параметры среды, ограничимся случаем однотемпературной смеси и предположим, что скорости тяжелых компонент плазмы равны между собой

$$T_a = T_i = T_e = T, \quad \mathbf{V}_i = \mathbf{V}_a = \mathbf{V} \quad (1.1)$$

Предположение о равенстве температур оправдано стандартными оценками передачи тепла и характерного времени обмена энергией между компонентами среды.

В результате несложных преобразований исходных уравнений переноса трехкомпонентной среды и уравнения индукции магнитного поля с учетом сделанных выше предположений получим следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \text{div } n_e \mathbf{V}_e = n_a n_e \beta_{\text{ion}} - n_e^2 n_i \alpha_{\text{rec}} \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial r} + \text{div } \rho \mathbf{V} = 0, \quad \rho \frac{d\mathbf{V}}{dt} + \nabla P = \frac{1}{c} [\mathbf{j}, \mathbf{H}] \quad (1.3)$$

$$\rho \frac{d\varepsilon}{dt} + P \text{div } \mathbf{V} = \frac{\mathbf{j}^2}{\sigma} - \text{div } \mathbf{q} + \frac{k}{e(\gamma-1)} (\mathbf{j}, \nabla) T_e + \frac{P_e}{e} \text{div } \frac{\mathbf{j}}{n_e} \quad (1.4)$$

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \text{rot}[\mathbf{V}, \mathbf{H}] - c \text{rot } \frac{\mathbf{J}}{\sigma} + \frac{c}{e} \text{rot } \frac{\nabla P_e}{n_e} - \text{rot} \left[\frac{\mathbf{j}}{en_e}, \mathbf{H} \right] \quad (1.5)$$

$$P = P_a + P_i + P_e = (1 + \alpha)(c_p - c_v) \rho T, \quad \mathbf{q} = -\mu \nabla T$$

$$\mathbf{j} = \frac{c}{4\pi} \text{rot } \mathbf{H} = en_i \mathbf{V}_i - en_e \mathbf{V}_e, \quad \varepsilon = (1 + \alpha)c_v T + \zeta \frac{\alpha}{m} I$$

Здесь $\rho = mn$ – плотность тяжелых частиц, $n = n_a + n_i$ – суммарная концентрация тяжелых частиц, $\alpha = n_e/n$ – степень ионизации, \mathbf{q} – тепловой поток, P – суммарное давление, \mathbf{j} – электрический ток. В уравнении (1.4) джоулев нагрев $Q_{ei} = \mathbf{j}^2/\sigma$ выделен в качестве отдельного слагаемого и существенно превосходит тепло, выделяемое при трении остальными компонентами. В понятие внутренней энергии на единицу массы ε включается дополнительное слагаемое, пропорциональное цене иона $\varepsilon_i = \zeta I$, где I – потенциал ионизации. Это позволяет учесть потери энергии на ионизацию, включая радиационные потери ($\zeta \geq 1$).

Электропроводность среды равна $\sigma = e^2 n_e / m_e \nu_e$, где ν_e – средняя частота столкновений электрона с другими частицами складывается из частот столкновений с ато-

мами и ионам: $v_e = v_{ea} + v_{ei}$; $v_{ea} = n_a \langle V_e \rangle S_{ea}$; $v_{ei} = n_i \langle V_e \rangle S_{ei}$. В данном случае $\langle V_e \rangle = \sqrt{2kT/m_e}$ – средняя тепловая скорость электронов, а S_{ea} и S_{ei} – эффективные сечения столкновений электронов с атомами и ионами [18].

Коэффициент суммарной теплопроводности μ определяется как сумма лучистой теплопроводности, ответственной за лучистый теплоперенос в слабоионизованном газе, теплопроводности атомов и электрон-атомарной теплопроводности с учетом механизма перехода от малых степеней ионизации к $\alpha \cong 1$, а также ионизационной или амбиполярной теплопроводности, обусловленной тем, что пара электрон-ион может рекомбинировать.

Представленная система уравнений (1.2)–(1.5) отличается от ранее использованной [7] наличием в первую очередь уравнения кинетики ионизации и рекомбинации (1.2), а также двух последних слагаемых в уравнении энергии и в уравнении для магнитного поля, появление которых обусловлено предположением $V_e \neq V$.

В работе [9] произведена детальная оценка всех характерных времен, а также элементарных процессов, приводящих к ионизации и рекомбинации. Воспользуемся существующими теоретическими подходами [10–11] для вычисления коэффициентов ионизации и рекомбинации.

Основным фактором, приводящим к ионизации, в рассматриваемом случае плотной низкотемпературной плазмы является электронный удар. Соответственно основным встречным процессом является рекомбинация при тройном столкновении электрон-ион-электрон ($A + e \Leftrightarrow A^+ + e + e$). Коэффициент тройной рекомбинации определяется соотношением [11]

$$\alpha_{rec} = 8,75 \cdot 10^{-27} T_e^{-9/2} \quad (1.6)$$

К существующим приближенным аналитическим методам для вычисления коэффициентов ионизации и рекомбинации помимо диффузионного (1.6) относится и модифицированное диффузионное приближение. В этом случае диффузия связанного электрона рассматривается в энергетическом пространстве реального атома с учетом дискретности его уровней. Это позволяет найти коэффициенты α_s и β_s , которые определяют скорости процессов, отвечающих соответственно ступенчатой рекомбинации и ионизации.

Связь между α_s и β_s в модифицированном диффузионном приближении без учета радиационного фактора задается в виде

$$\beta_s = \alpha_s \frac{n_e n_i}{n_1}; \quad \frac{n_e n_i}{n_1} = 2 \frac{\sum_i \left(\frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{E_i}{kT}\right)}{\sum_a} \quad (1.7)$$

Здесь n_1 – равновесная концентрация атомов в основном состоянии. Соотношение (1.7) позволяет найти степень ионизации при решении задачи о течении ионизирующегося газа в рамках локального термодинамического равновесия [7–8], не используя уравнение (1.2). В этом случае речь идет об ионизации из основного состояния.

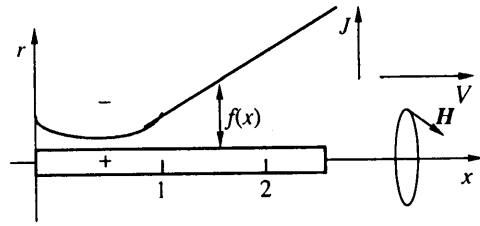
С учетом связи (1.7) ограничимся определением коэффициента рекомбинации согласно [10]. Для водородоподобных атомов, когда $E_j = E_1/j^2$, соответствующие формулы несложно преобразовать в единое выражение для определения коэффициента рекомбинации

$$\alpha_s = \frac{2h^3 e^4}{\pi m_e^2 \sum_i E_i (kT_e)^2} \left[\sum_{j \geq 1} \frac{(2j+1) \exp(-E_{j+1}/kT_e)}{j^3 (j+1)^4} \right]^{-1} \quad (1.8)$$

без учета фактора, корректирующего сечения неупругих столкновений.

Выражения (1.8) для α_s и (1.7) для β_s позволяют вычислить коэффициенты ступенчатых ионизации и рекомбинации, к которым необходимо добавить коэффициенты прямой ионизации α_d и рекомбинации β_d , определяемые стандартным обра-

Фиг. 1. Схема канала ускорителя



зом. Окончательные значения коэффициентов ионизации и рекомбинации представляют собой простейшие суммы $\beta_{\text{ион}} = \beta_s + \beta_d$, $\alpha_{\text{рец}} = \alpha_s + \alpha_d$.

Использование модифицированного диффузионного приближения в общем виде очевидным образом предполагает, что в формуле (1.8) необходимо провести полное или частичное суммирование ряда. Как показывают вычисления более чем достаточно ограничиться первыми 20-тью членами.

Течение ионизирующегося газа рассматривается в канале коаксиального плазменного ускорителя [1]. На фиг. 1 изображена проекция коаксиальных электродов на плоскость (x, r) . Допустим, внешний электрод является катодом, а внутренний – анодом. Тогда направления тока и азимутального магнитного поля соответствуют указанным на фиг. 1, т.е. магнитное поле перпендикулярно потоку и плоскости рисунка. На входе в канал плазменного ускорителя осуществляется подача слабоионизованного газа. Такую подачу вещества можно реализовать в виде задания на левой границе канала постоянных концентраций n_0 (или плотности $\rho_0 = mn_0$) и температуры T_0 .

В расчетах присутствует еще один варьируемый параметр – это степень ионизации газа на входе α_{en} ($n_e = \alpha n$). Ее можно определить, например, в соответствии с соотношением Саха (1.7), отвечающим локальному термодинамическому равновесию, которое, как следует из результатов ниже представленных численных экспериментов, нарушается на фронте ионизации. Данное обстоятельство целиком и полностью оправдывает переход от более простой модели [7–8] к более сложной постановке задачи исследования течения ионизирующегося газа, основанной на определении коэффициентов ионизации и рекомбинации в общем неравновесном случае. Предположим, что весь ток J , который протекает через систему, подается только через электроды и поддерживается постоянным. Это требование порождает граничное условие на входе для создаваемого током азимутального магнитного поля $H_0 = 2J/cr_0$, где r_0 – характерное значение радиуса во входном сечении. Итак, граничные условия на входе в канал задаются в виде: $n = n_0$, $T = T_0$; $H = H_0$; $\alpha = \alpha_{en}$.

В начальный момент времени в канале в достаточно произвольной форме задается такое распределение массы, температуры, магнитного поля и степени ионизации, которое, с одной стороны, обеспечивает ионизацию газа (начальный пробой) в средней части канала, с другой стороны, позволяет плазме двигаться в нужном направлении, т.е. суммарное давление ионизовавшейся плазмы (газовое плюс магнитное) убывает слева направо. В результате решения нестационарной задачи начальные данные быстро забываются и само решение от них не зависит.

На образовавшемся фронте ионизации плазма резко ускоряется. При этом происходит переход через магнитогазодинамическую скорость звука $C_m = \sqrt{C^2 + H^2/\rho}$, где $C^2 = \gamma P/\rho$. Таким образом, на входе в канал осуществляется дозвуковая подача вещества, на выходе из ускорителя имеем сверхзвуковой поток плазмы. Поэтому на выходе предполагается свободное вытекание.

2. Квазиодномерное приближение. В дальнейшем при исследовании течения ионизирующегося газа используется квазиодномерное приближение, соответствующие плоской модельной задаче несмотря на то, что сам ускоритель и течение в нем осесимметричны. Течение рассматривается в плоском канале (фиг. 1) заданного сечения $r = f(x)$, где x – координата вдоль канала. При этом функции, характери-

зующие течение, усреднены по сечению канала и зависят только от t и x . Магнитное поле по-прежнему перпендикулярно потоку.

С учетом сделанных выше замечаний уравнения (1.2)–(1.5) записываются в безразмерной форме и в виде уравнений, выражающих законы сохранения

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_e f}{\partial t} + \frac{\partial n_e V f}{\partial x} &= f \{n_a n_e \beta_i - n_e^2 n_i \alpha_r\} \\ \frac{\partial \rho f}{\partial t} + \frac{\partial \rho V f}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial \rho V f}{\partial t} + \frac{\partial (\rho V f) V}{\partial x} &= -f \frac{\partial}{\partial x} \left[P + \frac{H^2}{2} \right] \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \rho \varepsilon f}{\partial t} + \frac{\partial (\rho \varepsilon f) V}{\partial x} = -P \frac{\partial V f}{\partial x} + f v \left[\frac{\partial H}{\partial x} \right]^2$$

$$\frac{\partial H f}{\partial t} + \frac{\partial H V f}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[v f \frac{\partial H}{\partial x} \right]$$

$$P = \frac{\beta}{2} (1 + \alpha) \rho T; \quad \varepsilon = \frac{\beta(1 + \alpha) T}{2(\gamma - 1)} + \frac{\beta}{2} \zeta \alpha T^*$$

$$n_e = n_i = \alpha \rho; \quad n_a = (1 - \alpha) \rho$$

$$v = \frac{1}{\sigma_0} = \frac{1}{\sigma_1} + \frac{1}{\sigma_2}, \quad \sigma_1 = \frac{\alpha \sigma_{10}}{(1 - \alpha) \sqrt{T}}, \quad \sigma_2 = \sigma_{20} T^{3/2}$$

$$x = 0: \quad \rho = 1; \quad T = 1; \quad H = 1; \quad \alpha = \alpha_{en}$$

$$x = x_{ex}: \quad \frac{\partial H f}{\partial x} = 0$$

В качестве единиц измерения выбраны размерные константы: n_0 ($\rho_0 = m n_0$), T_0 , H_0 , а также L – длина канала либо его части. С помощью перечисленных величин формируются единицы: давления – $H_0^2 / 4\pi$, скорости – $V_0 = H_0 / \sqrt{4\pi\rho_0}$ и времени L/V_0 . При этом безразмерные параметры в уравнениях (2.1) имеют вид

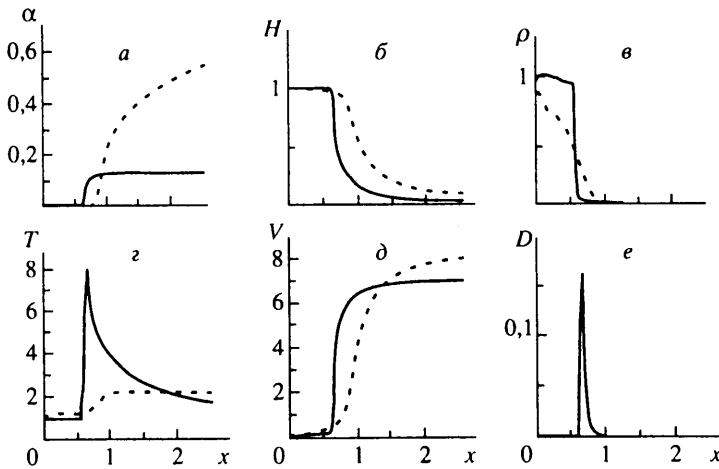
$$\beta = \frac{8\pi P_0}{H_0^2}, \quad P_0 = k n_0 T_0, \quad v = \frac{1}{\sigma_0} = \frac{c^2}{4\pi L V_0 \sigma}, \quad T^* = \frac{L}{k T},$$

$$\beta_i = \frac{L n_0}{V_0} \beta_{i, \text{ion}}, \quad \alpha_r = \frac{L n_0^2}{V_0} \alpha_{\text{rec}}$$

Магнитная вязкость v и безразмерная проводимость $\sigma_0 = \text{Re}_m$ (магнитное число Рейнольдса) содержат σ_{10} и σ_{20} , которые выражаются через исходные размерные параметры и физические константы.

Из данных формул следует, что при малой степени ионизации $\alpha \rightarrow 0$ проводимость $\sigma_0 \approx \sigma_1 \rightarrow 0$, наоборот, при $\alpha \rightarrow 1$ имеем $\sigma_0 \approx \sigma_2$. Данное обстоятельство оправдывает использованное на начальном этапе исследований [4–6], а также в работе [14] предположение о скачкообразном изменении проводимости.

При численном решении задачи используются следующие, хорошо зарекомендовавшие себя методики. Для расчета гиперболической части уравнений берется один из алгоритмов вычисления переноса с коррекцией потоков [19]. Данные алгоритмы хорошо проявили себя при расчете различных модельных задач, а также при расчете исследуемого течения ионизирующегося газа, в котором имеются большие градиенты переменных величин.



Фиг. 2. Распределение параметров в потоке ионизирующегося газа в рамках модифицированного диффузионного приближения (сплошные кривые) и в случае локального термодинамического равновесия (штриховые линии): *a* – степень ионизации, *b* – магнитное поле, *в* – плотность, *г* – температура, *д* – скорость, *е* – отклонение от равновесия

Обозначим через Y одну из переменных задачи (ρ , T , H , n_e , V). При вычислении гиперболической части любого из исходных уравнений определяются значения Y_0 на каждом следующем временном шаге $t^{n+1} = t^n + \Delta t$. Величина самого шага Δt ограничена условием Куранта. Значения Y_0 используются в качестве начальных данных при последующем учете влияния правых частей исходных уравнений. Соответствующие вычисления основаны на уравнении вида $\partial Y / \partial t = A(Y)$, где $A(Y)$ – правая часть какого-либо из уравнений. При этом используется отлаженный алгоритм, предназначенный в том числе и для решения жестких систем уравнений [20].

3. Результаты расчетов. Учитывая, что рассматриваемая квазиодномерная плоская задача [4] представляет собой модель коаксиального плазменного ускорителя, в котором $H_0 = 2J/(cr_0)$, ограничимся заданием в расчетах значения разрядного тока J .

Рассмотрим типичный вариант установившегося течения ионизирующегося газа в общем неравновесном случае, представленный на фиг. 2. В данном случае функция $f(x)$ имеет следующий вид:

$$f(x) = \{0,3 - 0,8x(1 - x) \ (x \leq 1); \ 0,8x - 0,5 \ (1 \leq x \leq x_{ex} = 3)\}$$

Форма канала – сопло Лавалья длиной в одну единицу, надстроенное справа линейно расширяющимся раструбом. Приведем значения исходных размерных и безразмерных параметров: $T_0 = 4000$ К, $n_0 = 2,5 \cdot 10^{16}$ см $^{-3}$, $L = 20$ см, $J = 50$ кА, $T^* = 39,1$; $\beta = 0,15$; $\sigma_{01} = 2215$; $\sigma_{02} = 1,46$; $\alpha_{en} = 5 \cdot 10^{-7}$. Данные значения были использованы при расчете установившегося течения ионизирующегося газа в приближении локального термодинамического равновесия [7], представленного далее для сравнения.

Многочисленные вычислительные эксперименты были проведены на основе модифицированного диффузионного приближения (1.8) с учетом коэффициентов прямой ионизации и рекомбинации. Очень близкие результаты дают аналогичные расчеты течений ионизирующегося газа, осуществленные в рамках диффузионного приближения (1.6).

На фиг. 2 представлен вариант расчета, отвечающий стационарному течению ионизирующегося газа, для которого характерно, с одной стороны, резкое возрастание температуры, скорости и степени ионизации, с другой стороны, резкое падение

плотности и магнитного поля на фронте ионизации, расположенном в окрестности наиболее узкой соплообразной части канала ускорителя.

Сравним полученные результаты с расчетами, проведенными в предположении локального термодинамического равновесия [7–8] (фиг. 2, штриховые линии). В этом случае фронт ионизации в достаточной степени "размазан". В то же время в рамках кинетики ионизации и рекомбинации неравновесной плазмы имеем существенно более резкие зависимости всех переменных на фронте ионизации. Это обстоятельство с точки зрения существующих экспериментальных данных [17] говорит о более адекватном описании процесса ионизации в канале ускорителя согласно представленной модели. В экспериментах толщина фронта ионизации составляет несколько миллиметров.

Согласно представленной модели, в узкой области фронта наблюдается четко выраженное отклонение процесса ионизации от равновесия, о чем свидетельствует наличие пика функции $D(x)$, равной правой части уравнения (1.2) (фиг. 2, *e*). В случае локального термодинамического равновесия $D(x) \equiv 0$.

Произвольное задание на входе степени ионизации α_{en} означает, что в канал подается неравновесный слабоионизованный газ. Численные эксперименты показали, что варьирование α_{en} в широком диапазоне (10^{-12} – 10^{-3}) не оказывает существенного влияния на поведение переменных, характеризующих течение ионизирующегося газа.

Пульсирующие, периодические режимы течения ионизирующегося газа исследованы в работе [7] в предположение локального термодинамического равновесия. На основе большой серии вычислительных экспериментов там было показано, что условием стационарности является неравенство $J^2/M > C$, где M – расход вещества, а C – константа, определяемая геометрией канала. При изменении параметров поступающего газа и разрядного тока в соответствии с данным неравенством в рамках представленной модели также происходит переход от стационарных к нестационарным, пульсирующим течениям. Возможность появления пульсационных режимов доказана также в работах [14, 21] при исследовании более общих вопросов магнитной газодинамики.

Заключение. Вычислительные эксперименты, описывающие течения ионизирующегося газа в канале плазменного ускорителя, продемонстрировали близость результатов расчетов, полученных как с помощью диффузионного приближения, так и на основе модифицированного диффузионного приближения. Поэтому в дальнейшем при аналогичных исследованиях процесса ионизации газа можно ограничиться более простой моделью, отвечающей диффузионному приближению.

В рассмотренном неравновесном случае в отличие от локального термодинамического равновесия процесс ионизации происходит в узкой зоне, что согласуется с имеющимися экспериментальными данными. Кроме того, на фронте ионизации наблюдается четко выраженное отклонение от равновесия, что существенно уточняет проведенные ранее исследования.

В заключение автор благодарит К.В. Брушлинского и В.В. Савельева за проявленный к данной работе интерес и регулярные обсуждения проводимых исследований.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 00-01-00395).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Морозов А.И. Физические основы космических электрореактивных двигателей. Т. 1. М.: Атомиздат, 1978. 326 с.
2. Морозов А.И. Принцип коаксиальных (квази) стационарных плазменных ускорителей (КСПУ) // Физика плазмы. 1990. Т. 16. Вып. 2. С. 131–146.

3. *Брушлинский К.В., Заборов А.М., Козлов А.Н. и др.* Численное моделирование течений плазмы в КСПУ // *Физика плазмы*. 1990. Т. 16. Вып. 2. С. 147–157.
4. *Брушлинский К.В., Морозов А.И.* Расчет двумерных течений плазмы в каналах // *Вопросы теории плазмы* // Под ред. М.А. Леонтовича. М.: Атомиздат, 1974. Вып. 8. С. 88–163.
5. *Козлов А.Н.* Двумерный характер неустойчивости течений ионизирующегося газа в канале плазменного ускорителя // *Изв. АН СССР. МЖГ*. 1983. № 2. С. 183–185.
6. *Козлов А.Н.* Моделирование двумерных течений ионизирующегося газа и плазмы в коаксиальном ускорителе с учетом теплопроводности, излучения и процессов в электрической цепи: Предпринт № 186. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша АН СССР, 1985. 23 с.
7. *Брушлинский К.В., Калугин Г.А., Козлов А.Н.* Численное моделирование течения ионизирующегося газа в канале: Препринт № 50. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша АН СССР, 1982. 28 с.
8. *Козлов А.Н.* Влияние геометрических факторов на процесс ионизации газа в канале плазменного ускорителя: Препринт № 112. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 1995. 18 с.
9. *Козлов А.Н.* Кинетика ионизации и рекомбинации в канале плазменного ускорителя: Препринт № 42. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 1998. 30 с.
10. *Биберман Л.М., Воробьев В.С., Якубов И.Т.* Кинетика неравновесной низкотемпературной плазмы. М.: Наука, 1982. 375 с.
11. *Райзер Ю.П.* Физика газового разряда. М.: Наука, 1992. 535 с.
12. *Куликовский А.Г., Любимов Г.А.* О магнитогидродинамических ударных волнах, ионизирующих газ // *Докл. АН СССР*. 1959. Т. 129. № 1. С. 52–55.
13. *Бармин А.А., Куликовский А.Г.* Фронты ионизации и рекомбинации в электромагнитном поле // *Итоги науки. Гидромеханика*. М.: ВИНТИ, 1971. Т. 5. С. 5–31.
14. *Бармин А.А., Успенский В.С.* Развитие пульсационных режимов в одномерных нестационарных МГД-течениях с выключением электропроводности. // *Изв. АН СССР. МЖГ*. 1986. № 4. С. 115–122.
15. *Бармин А.А., Успенский В.С.* Исследование нестационарного процесса распространения ионизирующей ударной волны в магнитном поле. // *ПМТФ*. 1989. № 3. С. 20–27.
16. *Великович А.Л., Либерман М.А.* Физика ударных волн в газах и плазме. М.: Наука, 1987. 295 с.
17. *Волошко А.Ю., Гаркуша И.Е., Морозов А.И., Соляков Д.Г., Терешин В.И., Царенко А.В., Чеботарев В.В.* Исследование локальной картины течения плазмы в двухступенчатом КСПУ П-50 // *Физика плазмы*. 1990. Т. 16. В. 2. С. 168–175.
18. *Брагинский С.И.* Явления переноса в плазме // *Вопросы теории плазмы* / Под ред. М.А. Леонтовича. М.: Госатомиздат, 1963. Вып. 1. С. 183–272.
19. *Оран Э., Борис Дж.* Численное моделирование реагирующих потоков. М.: Мир, 1990. 661 с.
20. *Alan C.H.* LSODE and LSODI. Two new initial value ordinary differential equation solvers // *ACM-SIGNALM newsletter*. 1980. V. 15. № 4. P. 10–11.
21. *Бармин А.А., Глинов А.П., Куликовский А.Г.* Возникновение периодических режимов в стационарных сверхзвуковых МГД-течениях вследствие выключения электропроводности среды // *Изв. АН СССР. МЖГ*. 1985. № 4. С. 138–149.

Москва
E-mail:kozlov@kiam.ru

Поступила в редакцию
8.VI.1999