

УДК 532.546:536.421

© 2000 г. А.Ю. ГАЛИМОВ, И.Л. ХАБИБУЛЛИН

## ОСОБЕННОСТИ ФИЛЬТРАЦИИ ВЫСОКОВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ ПРИ НАГРЕВЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

Аналитически и численно исследуются модели, описывающие процесс фильтрации высоковязкого флюида при нагреве электромагнитным излучением с учетом зависимости вязкости и плотности флюида от температуры. Кроме обычного рассматривается нелинейный режим нагрева электромагнитным излучением, обусловленный изменением показателя поглощения излучения от температуры.

При распространении электромагнитного излучения высокочастотного диапазона в насыщенной пористой среде, которая с электродинамической точки зрения представляет собой слабопоглощающую диэлектрическую среду, происходит преобразование энергии электромагнитного излучения в тепло. При этом в среде появляются распределенные по объему тепловые источники и происходит интенсификация процессов тепло- и массопереноса. Этим определяются возможности использования электромагнитного воздействия в различных технологических процессах – очистка и сушка капиллярно-пористых сред [1, 2], интенсификация добычи высоковязких нефтей и битумов [3–6] и т.д.

В работе предлагается дальнейшее развитие теории фильтрации жидкостей с учетом наиболее значимых эффектов, инициируемых электромагнитным нагревом: уменьшение вязкости жидкости, ее термическое расширение, изменение показателя поглощения излучения от температуры. Также рассматривается прерывистый (циклический) режим нагрева, позволяющий реализовать более равномерный нагрев среды. Построены аналитические решения уравнений теплопроводности и фильтрации, определены пределы применимости этих решений. Осуществлена численная реализация предложенных моделей.

**1. Постановка задачи и основные уравнения.** На основе общепринятых концепций теории фильтрации (движение флюида безынерционное и подчиняется закону Дарси, температуры флюида и скелета в каждом элементарном объеме совпадают, деформация скелета пористой среды отсутствует, среда характеризуется усредненными теплофизическими и электрофизическими параметрами) процессы фильтрации и переноса тепла в плоскоодноммерном случае можно описывать системой уравнений пьезопроводности и теплопроводности

$$\chi_0 \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{1}{f(T)} \frac{\partial P}{\partial x} \right] = \frac{\partial P}{\partial t} - \frac{\beta_T}{\beta_p} \frac{\partial T}{\partial t}, \quad \chi_0 = \frac{k}{\mu_0 \beta} \quad (1.1)$$

$$a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{c_f}{c} v \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{Q}{c} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.2)$$

$$v = -\frac{k}{\mu(T)} \frac{\partial P}{\partial x}, \quad \mu(T) = \mu_0 f(T) \quad (1.3)$$

Здесь  $P$  – давление,  $T$  – температура,  $\beta$ ,  $a$ ,  $c$ ,  $k$  – соответственно коэффициенты упругости и температуропроводности, объемная теплоемкость и проницаемость пористой среды  $\beta_T$ ,  $\beta_P$ ,  $c_f$  и  $\mu$  – коэффициенты термического расширения и сжимаемости, объемная теплоемкость и вязкость фильтрующейся жидкости,  $f(T)$  – функция, аппроксимирующая температурную зависимость вязкости,  $Q$  – плотность тепловых источников за счет диссипации энергии электромагнитного излучения. Величина  $Q$  в одномерном случае имеет вид [1]

$$Q = 2\alpha q_0 \exp(-2\alpha x), \quad \alpha = \frac{1}{2} \frac{\omega}{c_0} \sqrt{\epsilon} \operatorname{tg} \delta \quad (c_0 = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}) \quad (1.4)$$

Здесь  $q_0$  – плотность потока мощности (интенсивность) электромагнитного излучения,  $\alpha$  – показатель поглощения излучения, определяемый частотой излучения  $\omega$  и усредненными электрофизическими параметрами среды – диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и тангенсом угла диэлектрических потерь  $\operatorname{tg} \delta$ .

Теория диэлектрических потерь и экспериментальные исследования показывают [7], что величины  $\epsilon$  и  $\operatorname{tg} \delta$  зависят от температуры, вследствие чего  $\alpha$  и глубина проникновения излучения в среду  $h = 1/2\alpha$  также являются функцией температуры. Для различных сред зависимости  $\alpha(T)$  имеют вид монotonно растущей или убывающей функции, возможны немонотонные зависимости с одним или несколькими экстремальными значениями.

Изменение диэлектрических свойств при нагреве обуславливает зависимость диэлектрической проницаемости среды от координаты. Таким образом возникает необходимость решения волнового уравнения для напряженности электромагнитного поля в неоднородной среде, такое решение может быть построено методом ВКБ. В приближении ВКБ плотность тепловых источников за счет диссипации энергии плоской электромагнитной волны в слабопоглощающих диэлектриках ( $\operatorname{tg}^2 \delta \ll 1$ ) может быть представлена в виде [8]

$$Q = 2q_0 \alpha(x, t) \exp\left(-\int_0^x 2\alpha(x', t) dx'\right) \quad (1.5)$$

Из (1.5) с учетом следующих выражений для  $dQ/dT$  получим

$$h = \frac{1}{2\alpha}, \quad \frac{\partial Q}{\partial x} = \left(\frac{dQ}{dT}\right) \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right), \quad \frac{dh}{\partial x} = \left(\frac{dh}{dT}\right) \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)$$

$$\frac{dQ}{dT} = \frac{Q}{h} \left| \frac{\partial T}{\partial x} \right|^{-1} \left[ 1 - \frac{dh}{dT} \left| \frac{\partial T}{\partial x} \right| \right]$$

Из этого выражения видно, что величина  $dQ/dT$  меняет знак при  $x = h(x, t)$ . При  $dh/dT > 0$  (глубина проникновения излучения в среду по мере нагрева увеличивается) в области  $x < h$   $dQ/dT < 0$ , а в области  $x > h$   $dQ/dT > 0$ , имеет место нагрев в режиме просветления среды. При  $dh/dT < 0$  ( $d\alpha/dT > 0$ ) происходит нагрев в режиме с обострением ( $dQ/dT > 0$ ) и локализацией ( $dh/dT < 0$ ), т.е. имеет место самоускоряющийся нагрев области, стягивающийся по мере нагрева к поверхности  $x = 0$ .

Решение уравнений (1.1), (1.2) рассмотрим в области  $0 < x < L$ . Начальные и граничные условия при  $x = L$  примем в согласованном виде

$$T(x, 0) = T(L, t) = T_0, \quad P(x, 0) = P(L, t) = P_0 \quad (1.6)$$

Для температуры при  $x = 0$  положим

$$\frac{\partial T(0, t)}{\partial x} = 0 \quad (1.7)$$

Это условие обосновано в [9], где впервые получено решение уравнения теплопроводности при электромагнитном нагреве сред. В зависимости от конкретных рассматриваемых процессов для давления при  $x = 0$  можно принять одно из следующих граничных условий:

$$P(0, t) = P_b, \quad \frac{\partial P(0, t)}{\partial x} = q \quad (1.8)$$

$$a[P(0, t) - P_b]\sigma(t - \tau) + \frac{\partial P(0, t)}{\partial x}[1 - \sigma(t - \tau)] = 0, \quad a = \text{const} \quad (1.9)$$

Здесь  $\sigma$  – символ единичной функции Хэвисайда. Согласно (1.9), при  $t < \tau$  происходит нагрев при условии непроницаемости поверхности  $x = 0$  для фильтрующейся жидкости ( $\partial P(0, t)/\partial x = 0$ ), а при  $t \geq \tau$  на поверхности  $x = 0$  поддерживается постоянное давление  $P = P_b$ . Это условие имеет смысл при моделировании процесса добычи нефти и битумов и описывает чередование режимов нагрева без притока жидкости и последующей ее добычи.

**2. Аналитическое решение задачи.** Получим аналитическое решение задачи (1.2), (1.6), (1.7) при некоторых упрощениях. Уравнение (1.2) при  $f(T) = 1$  и  $v = \text{const}$  для теплового источника вида (1.4) при краевых условиях (1.6) ( $L \rightarrow \infty$ ) и (1.7) имеет точное аналитическое решение, получаемое методом преобразований Лапласа

$$\begin{aligned} T = T_0 &+ \frac{\alpha q_0}{4\lambda(v_1 + \alpha)^2} \exp[2(v_1 + \alpha)(x + 2\alpha at)] \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}} + v_2\sqrt{at}\right) - \\ &- \frac{q_0}{4\lambda(v_1 + \alpha)} \exp[-2\alpha x + 4\alpha(v_1 + \alpha)at] \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}} - v_2\sqrt{at}\right) - \\ &- \frac{\alpha q_0}{2\lambda v_1(v_1 + \alpha)} \exp(2v_1 x) \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}} + v_1\sqrt{at}\right) + \\ &+ \frac{q_0}{2\lambda(v_1 + \alpha)} \exp(-2\alpha x) [\exp(4\alpha v_1 at + 4\alpha^2 at) - 1] + \\ &+ \frac{\alpha q_0}{2\lambda v_1(v_1 + \alpha)} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}} - v_1\sqrt{at}\right) \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$v_1 = \frac{c_f}{c} \frac{v}{2a}, \quad \lambda = ac, \quad v_2 = 2\alpha + v_1, \quad \operatorname{erfc} \xi = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\xi}^{\infty} e^{-u^2} du$$

При отсутствии конвекции ( $v = 0$ ) из (2.1) следует решение [9]

$$\begin{aligned} T = T_0 &+ \frac{2q_0\sqrt{at}}{\lambda} \left[ \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{4at}\right) - \frac{x}{2\sqrt{at}} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) \right] - \frac{q_0}{2\lambda\alpha} \exp(-2\alpha x) + \\ &+ \frac{q_0}{4\lambda\alpha} \exp[4\alpha^2 at + 2\alpha x] \operatorname{erfc}\left(2\alpha\sqrt{at} + \frac{x}{2\sqrt{at}}\right) + \frac{q_0}{4\lambda\alpha} \exp[4\alpha^2 at - \\ &- 2\alpha x] \operatorname{erfc}\left(2\alpha\sqrt{at} - \frac{x}{2\sqrt{at}}\right) \end{aligned} \quad (2.2)$$

Используя (2.1), (2.2), сформулируем условия, обеспечивающие пренебрежение теплопроводностью и конвекцией по сравнению с объемными тепловыми источниками.

С учетом (2.2) можно показать, что теплопроводностью можно пренебречь при  $t \ll (4\alpha^2 a)^{-1} = h^2/a$ . При этом, согласно (2.1), допустимо пренебрежение конвективным

потоком тепла, если  $v \leq 2\alpha ac/c_f = ca/c_f h$ . Эти неравенства выражаются через параметры Фурье и Пекле

$$Fo = \frac{at}{h^2} \ll 1, \quad Pe = \frac{c_f v h}{c a} \ll 1 \quad (2.3)$$

Выполнение условий (2.3) позволяет записать уравнение (1.2) и его решение при начальном условии  $T(t=0) = T_0$  в адиабатическом приближении

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{2\alpha q_0}{c} \exp(-2\alpha x), \quad T = T_0 + \frac{2\alpha q_0 t}{c} \exp(-2\alpha x) \quad (2.4)$$

С учетом (2.4) уравнение (1.1) при  $f(T) = 1$  принимает вид

$$\chi \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \frac{\partial P}{\partial t} - A \exp(-2\alpha x), \quad A = \frac{\beta_T}{\beta_P} \frac{2\alpha q_0}{c}$$

Решения этого уравнения в области  $0 < x < \infty$  при начальном условии (1.6) и граничных условиях (1.8), построенные методом преобразований Лапласа, имеют вид (во втором условии (1.8) положено  $q = 0$ ) [10]

$$P = P_0 + \left( P_b - P_0 + \frac{A}{4\alpha^2 \chi} \right) \operatorname{erfc} \left( \frac{x}{2\sqrt{\chi t}} \right) - \frac{A}{4\alpha^2 \chi} \exp(-2\alpha x) + \frac{A}{8\alpha^2 \chi} [F_1 - F_2] \quad (2.5)$$

$$P = P_0 + \frac{A}{\alpha \chi} \sqrt{\chi t} \left( \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp \left( -\frac{x^2}{4\chi t} \right) - \frac{x}{2\sqrt{\chi t}} \operatorname{erfc} \left( \frac{x}{2\sqrt{\chi t}} \right) \right) - \frac{A}{4\alpha^2 \chi} \exp(-2\alpha x) + \frac{A}{4\alpha^2 \chi} [F_1 + F_2] \quad (2.6)$$

$$F_{1,2} = \exp(4\alpha^2 \chi t \mp 2\alpha x) \operatorname{erfc} \left( 2\alpha \sqrt{\chi t} \mp \frac{x}{2\sqrt{\chi t}} \right)$$

Таким образом, в рамках приближений (2.3) выражения (2.4)–(2.6) определяют поля температур и давлений.

Как показывает анализ выражения (2.5), распределение давления по координате имеет немонотонный характер: в области  $0 < x < x_s(t)$  давление увеличивается, а в области  $x > x_s(t)$  – уменьшается. Поверхность  $x_s(t)$ , на которой давление имеет максимальное значение ( $\partial P(x_s(t), t)/\partial x = 0$ ), со временем перемещается внутрь среды, при этом значение давления на этой поверхности изменяется. Эта поверхность разделяет пористую среду на две области, в которых скорости фильтрации имеют противоположные направления. Из (2.5) также следует, что за счет теплового расширения жидкости отличные от нуля градиент давления и скорость фильтрации реализуются и при отсутствии первоначального перепада давления ( $P_b = P_0$ ). Немонотонный характер распределения давления при численном решении аналогичной задачи был отмечен в [6].

В случае, когда поверхность  $x = 0$  является непроницаемой для жидкости, распределение давления (2.6) по координате монотонно, с максимальным значением давления при  $x = 0$ .

Из (2.5) и (2.6) следует, что влияние термоупругого расширения жидкости на давление и градиент давления определяется через параметры

$$A_1 = \frac{A}{4\alpha^2 \chi} = \frac{\beta_T}{\beta_P} \frac{q_0}{2\alpha c} \frac{1}{\chi}, \quad A_2 = \frac{A}{2\alpha \chi} = \frac{\beta_T}{\beta_P} \frac{q_0}{c} \frac{1}{\chi} \quad (2.7)$$

Оценим значения этих параметров применительно к случаю нагрева пласта, насыщенного высоковязкой нефтью, электромагнитным излучением высокочастотного диапазона. Примем следующие значения физических величин:  $\beta_T = 10^{-4}$  1/К,  $\beta_p = 10^{-9}$  1/Па,  $q_0 = 2 \cdot 10^4$  Вт/м<sup>2</sup>,  $\alpha = 0,02$  1/м,  $c = 2,5 \cdot 10^6$  Дж/(м<sup>3</sup> · К),  $\chi = 10^{-2}$  м<sup>2</sup>/с. При этом  $A_1 = 20$  атм,  $A_2 = 0,8$  атм/м.

Таким образом развиваются значительные перепады давления, поэтому следует ожидать, что термоупругое расширение флюида при объемном нагреве является фактором, инициирующим и стимулирующим процесс фильтрации.

Критерием достоверности полученных в данном разделе аналитических решений наряду с (2.3) является условие  $b(T - T_0) < 1$ , ( $f(T) = \exp[-b(T - T_0)]$ ), которое с учетом максимально достигаемой температуры (в (2.4)  $x = 0$ ) можно представить в виде

$$t < ch/q_0b \quad (2.8)$$

**3. Численное решение задачи и анализ результатов.** С целью учета всех названных в разд. 1 эффектов рассмотрим результаты численного моделирования уравнений (1.1)–(1.3). Эта система решалась на основе неявной разностной аппроксимации с использованием метода прогонки. При расчетах использовались обратная экспоненциальная зависимость вязкости от температуры  $f(T) = \exp[-b(T - T_0)]$  и следующие базовые значения параметров:

$\lambda = 1$  Вт/(м · К),  $c = 2,5 \cdot 10^6$  Дж/(м<sup>3</sup> · К),  $\beta_m = 10^{-4}$  1/К,  $\beta_p = 10^{-9}$  1/Па,  $k = 10^{-13}$  м<sup>2</sup>,  $\beta = 3 \cdot 10^{-10}$  1/Па,  $\mu_0 = 10$  Па · с,  $c_f = 2 \cdot 10^6$  Дж/(м<sup>3</sup> · К),  $q_0 = 2 \cdot 10^4$  Вт/м<sup>2</sup>,  $\alpha = 0,02$  1/м,  $T_0 = 300$  К,  $P_0 = 10$  МПа,  $b = 0,05$  1/К,  $L = 250$  м. На фиг. 1–7  $\theta = T/T_0$  ( $T_0 = 300$  К),  $P' = P/P_0$  ( $P_0 = 10$  МПа),  $z = 2\alpha_0 x$  ( $\alpha_0 = 0,02$  1/м),  $\tau = t/t_0$  ( $t_0 = 86400$  с).

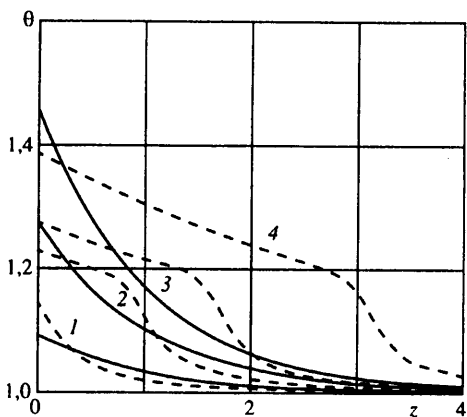
Используя (2.3) и (2.8), оценим значения времени нагрева и скорости фильтрации, допускающие использование приведенных в разд. 1, 2 аналитических выражений. При указанных выше параметрах следует, что  $t \ll 1,56 \cdot 10^9$  с,  $v \ll 1 \cdot 10^{-8}$  м/с,  $t < 6,25 \cdot 10^4$  с.

Температура рассчитывалась по формулам адиабатического приближения (2.4), Егера (2.2), а также при численном решении задачи (1.1)–(1.3), (1.6)–(1.7) для двух случаев – для первой (первое условие (1.8)) и второй (второе условие (1.8) при  $q = 0$ ) краевых задач для давления – соответственно задачи I и II.

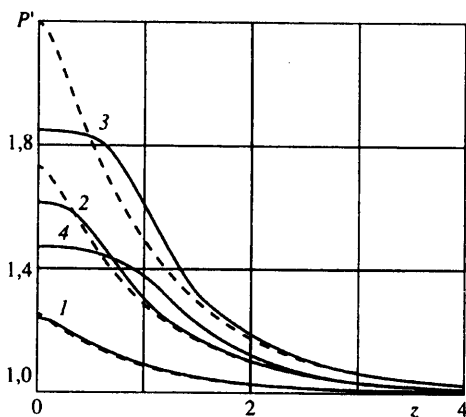
Оказалось, что значения температуры различаются незначительно и представленные на фиг. 1 сплошные кривые описывают температуру для всех этих случаев. Наибольшее различие имеет место в начале координат и становится более заметным при увеличении времени. При  $t = 5$  сут значения  $T(x = 0)$ , полученные по формулам (2.2), (2.4), а также в случае численного решения для задач I и II соответственно равны: 438,24; 436,52; 436,51 и 436,56 К. Таким образом, влияние теплопроводности и конвекции на распределение температуры является незначительным.

На фиг. 2 представлено распределение давления для задачи II (сплошные кривые) и в адиабатическом приближении (формула (2.6)) (штриховые кривые). С увеличением времени наблюдается все большее количественное и качественное различие этих кривых, что связано прежде всего с влиянием на распределение давления уменьшающейся при нагреве вязкости флюида. В распределении давления (задача II) со временем образуется плато, область которого характеризуется незначительными перепадами давления, что обусловлено также снижением вязкости при нагреве.

За счет термического расширения жидкости происходит значительное повышение давления (фиг. 2), т.е. имеет место накопление термоупругой энергии. После 3 сут. нагрева максимальное давление в среде  $P(x = 0) = 16,41$  МПа, по истечении последующих 7 сут без нагрева давление снижается до значения 14,89 МПа (кривая 4). При этом давление в ближайшей окрестности излучателя (поверхности  $x = 0$ ) понижается, а в глубине среды наблюдается его рост, так как в процессе релаксации давления фильтрация флюида направлена в глубь среды. Величина термоупругого



Фиг. 1



Фиг. 2

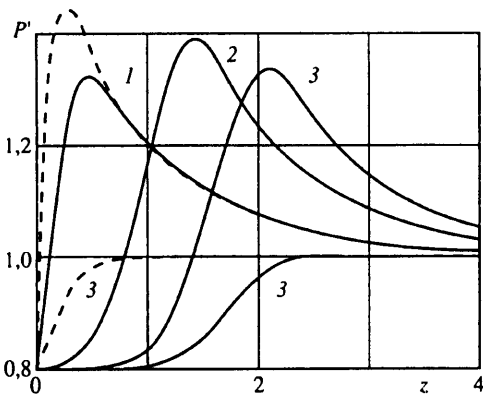
Фиг. 1. Распределение температуры для задач I и II при  $\tau = 1, 3, 5, 10$  (кривые 1–4). Сплошные кривые для  $\alpha = 0,02 \text{ м}^{-1}$ , штриховые кривые –  $\alpha = \alpha(T)$ ,  $\theta = T/T_0$  ( $T_0 = 300 \text{ К}$ ),  $z = 2\alpha_0 x$  ( $\alpha_0 = 0,02 \text{ м}^{-1}$ ),  $\tau = t/t_0$  ( $t_0 = 86400 \text{ с}$ )

Фиг. 2. Распределение давления  $p'(z) = p/p_0$  ( $p_0 = 10 \text{ МПа}$ ) для задачи II (сплошные кривые) при  $\tau = 1, 3, 5$  (кривые 1–3). Кривая 4 описывает распределение давления для  $\tau = 10$  при прекращении нагрева в момент времени  $\tau = 3$ , штриховые кривые – адиабатическое приближение

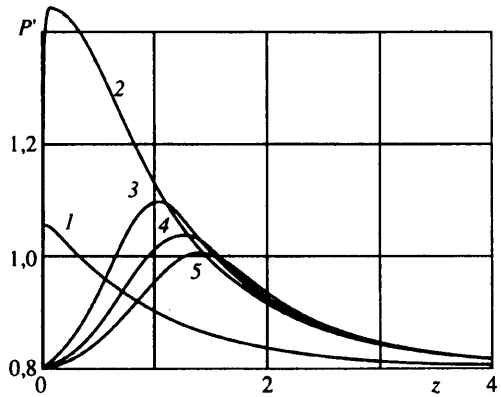
эффекта в значительной степени зависит от начальной вязкости флюида  $\mu_0$  и температурного коэффициента изменения вязкости  $b$ . При меньших значениях  $b$ , т.е. при более медленном изменении вязкости с температурой, коэффициент пьезопроводности меньше, поэтому перераспределение давления происходит медленнее, в результате реализуются большие значения давления и его градиента: например, в момент  $t = 5$  сут при  $b = 0,05$   $P(x = 0) = 18,87 \text{ МПа}$ , при  $b = 0,01$   $P(x = 0) = 21,74 \text{ МПа}$ . С уменьшением начальной вязкости величина термоупругого эффекта уменьшается, но он проявляется в области больших размеров; например, при  $t = 3$  сут  $P(x = 0, \mu_0 = 10 \text{ Па} \cdot \text{с}) = 16,41 \text{ МПа}$ ,  $P(x = 0, \mu_0 = 0,1 \text{ Па} \cdot \text{с}) = 13,20 \text{ МПа}$ , в то же время  $P(x = 60 \text{ м}, \mu_0 = 10 \text{ Па} \cdot \text{с}) = 10,76 \text{ МПа}$ ,  $P(x = 60 \text{ м}, \mu_0 = 0,1 \text{ Па} \cdot \text{с}) = 11,61 \text{ МПа}$ .

Рассмотрим результаты численного решения уравнений задачи I (фиг. 3). Изменение граничного условия для давления на распределение температуры влияет незначительно, в то же время в распределении давления имеется принципиальное отличие, связанное с немонотонной зависимостью его от координаты (см. разд. 2, обсуждение формулы (2.5)). Из сравнения верхних и нижних кривых видно, что объемный нагрев насыщенной высоковязким флюидом пористой среды за счет термического расширения флюида и уменьшения его вязкости принципиально изменяет картину фильтрации, а именно распределение давления является немонотонным. Максимальное значение давления, реализуемое на поверхности  $x_s(t)$ , разделяющей пористую среду на две области с разными знаками градиента давления, вначале растет, а потом – убывает. При принятых параметрах ( $P_0 = 8 \text{ МПа}$ ) максимальное значение давления  $P_s = 14,06 \text{ МПа}$  реализуется при  $x_s = 25,875 \text{ м}$  в момент времени  $t_s = 4,3$  сут. В другие моменты времени и в других точках давление меньше.

Как и в случае задачи II, обнаружена сильная зависимость величины термоупругого эффекта от вязкости. Так, при  $\mu_0 = 1 \text{ Па} \cdot \text{с}$  максимальное значение давления  $P_s = 11,72 \text{ МПа}$  реализуется на расстоянии  $x_s = 35,125 \text{ м}$  в момент времени  $t_s = 2,8$  сут. При  $\mu_0 = 0,1 \text{ Па} \cdot \text{с}$   $P_s(x_s = 53,88 \text{ м}, t_s = 1,2 \text{ сут}) = 10,31 \text{ МПа}$ . Таким образом, с умень-



Фиг. 3



Фиг. 4

Фиг. 3. Распределение давления  $p'(z)$  для задачи I для  $\tau = 2, 6, 10$  (кривые 1-3), штриховая кривая 1 – адиабатическое приближение (нижние кривые 3: штриховая – случай  $q_0 = 0, \beta_1 = 0$ , сплошная – случай  $q_0 \neq 0, \beta_T = 0$ )

Фиг. 4. Распределение давления  $p'(z)$  для задачи III при  $\tau = 1, 3, 6, 9, 12$  (кривые 1-5)

шением вязкости максимум давления уменьшается, он достигается при меньших временах и на больших расстояниях.

На фиг. 4 представлены результаты расчета уравнений (1.1)–(1.3) в случае граничного условия (1.9) (задача III) при  $\tau = 3$  сут. При этом функция теплового источника (1.4) в уравнении (1.2) бралась с множителем  $[1 - \sigma(t - \tau)]$ . Таким образом, моделировалась следующая ситуация: при  $0 < t < \tau$  производится нагрев "закрытой" пористой среды, в последующем при отключенном источнике излучения осуществляется отбор жидкости. Поскольку давление на линии отбора равно начальному давлению, т.е.  $P_b = P_0$ , можно констатировать, что реализуется режим термоупругого фонтанирования. Из фиг. 4 видно, что термоупругое фонтанирование реализуется и при более жестком условии, когда  $P_b > P_0$ . Максимальная температура реализуется при  $x = 0$  и к концу периода нагрева равна  $T(0, \tau) = 382,17$  К, за период отбора жидкости, равный 9 сут, она понижается на 1,46 К.

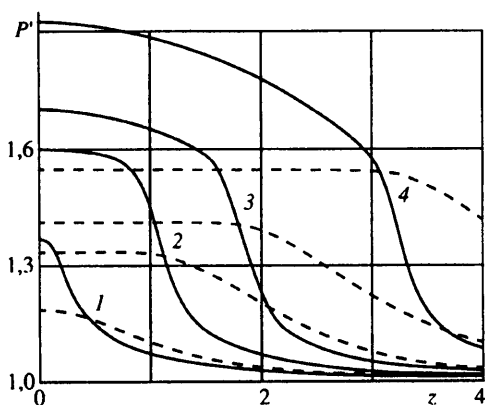
На фиг. 1, 5, 6 представлены результаты расчета задач I и II в случае, когда показатель поглощения электромагнитного излучения зависит от температуры, при этом плотность тепловых источников в (1.2) определялась соотношением (1.5). Немонотонная зависимость показателя поглощения излучения от температуры аппроксимировалась кусочно-линейной функцией

$$\alpha = \begin{cases} \alpha_0, & T \leq T_0; & \alpha_1, & T \geq T_1 \\ \alpha_0 + (\alpha_m - \alpha_0) \frac{T - T_0}{T_m - T_0}, & T_0 \leq T \leq T_m \\ \alpha_m - (\alpha_m - \alpha_1) \frac{T - T_m}{T_1 - T_m}, & T_m \leq T \leq T_1 \end{cases} \quad (3.1)$$

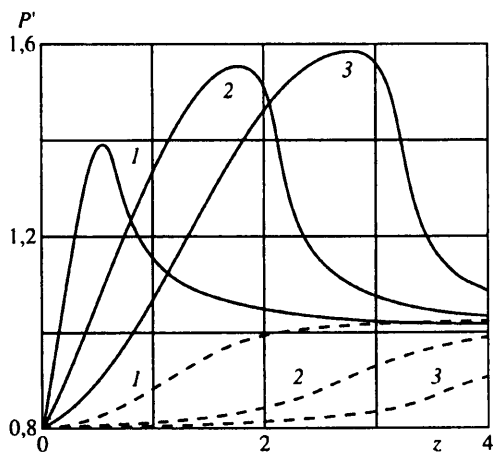
При расчетах принимались следующие значения параметров:

$$\alpha_0 = 0,01 \text{ 1/м}, \alpha_m = 0,06 \text{ 1/м}, \alpha_1 = 0,005 \text{ 1/м}, T_0 = 300 \text{ К}, T_m = 330 \text{ К}, T_1 = 360 \text{ К}.$$

Согласно (3.1), при  $T \leq T_0$  и  $T \geq T_1$   $d\alpha/dT = 0$ , при  $T_0 < T < T_m$   $d\alpha/dT > 0$ , при  $T_m < T < T_1$   $d\alpha/dT < 0$ . Аналогичная немонотонная температурная зависимость показателя поглощения электромагнитного излучения высокочастотного диапазона экспери-



Фиг. 5



Фиг. 6

Фиг. 5. Распределение давления  $p'(z)$  для задачи II в случае  $\alpha = \alpha(T)$  для  $\tau = 1, 3, 5, 10$  (кривые 1–4), сплошные кривые –  $\mu_0 = 10 \text{ Па} \cdot \text{с}$ , штриховые кривые –  $\mu_0 = 0,1 \text{ Па} \cdot \text{с}$

Фиг. 6. Распределение давления  $p'(z)$  для задачи I в случае  $\alpha = \alpha(T)$  для  $\tau = 2, 6, 10$  (кривые 1–3), сплошные кривые  $\mu_0 = 10 \text{ Па} \cdot \text{с}$ , штриховые кривые  $\mu_0 = 0,1 \text{ Па} \cdot \text{с}$

ментально обнаружена для высоковязких нефтей в диапазоне частот  $\omega \sim 10\text{--}100 \text{ МГц}$  [11].

Зависимость температуры от координат и времени представлена на фиг. 1. Как и в случае постоянного значения  $\alpha$ , изменение граничных условий для давления при  $x = 0$  на распределение температуры практически не влияет. Принципиальная особенность состоит в том, что осуществляется более равномерный нагрев в режиме просветления среды: по сравнению со случаем  $\alpha = \text{const}$  температура в окрестности излучателя волн ниже, а в глубине среды выше. За счет немонотонной зависимости  $\alpha(T)$  формируется квазистационарная температурная волна, скорость этой волны со временем убывает, что является следствием нефинитности функции тепловых источников ( $\alpha_1 \neq 0$ ). При  $\alpha_1 \neq 0$  позади фронта температурной волны остается область нагрева (где  $T > T_1$ ), в которой поглощается часть энергии излучения.

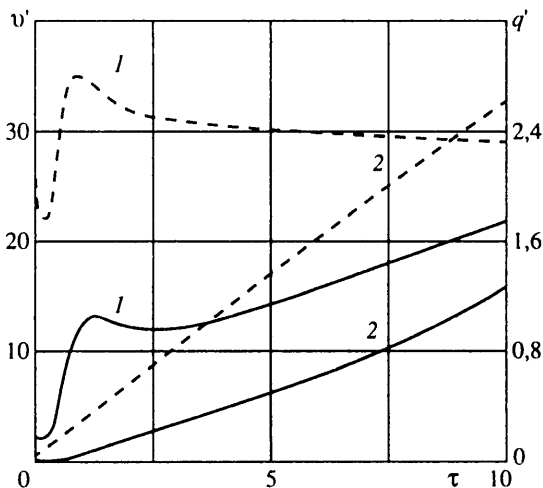
На фиг. 5 и 6 представлены распределения давления соответственно для задач II и I. В случае задачи II формируется квазистационарная волна давления, которая по профилю повторяет температурную волну. Начиная от поверхности  $x = 0$  со временем формируется плато давления, размеры которого намного больше, чем в случае  $\alpha = \text{const}$ . Это связано с тем, что при  $\alpha = \alpha(T)$  абсолютные значения температуры и его градиенты в этой области значительно ниже, а следовательно, величина вязкости больше, коэффициент пьезопроводности меньше и релаксация давления за счет фильтрации проявляется слабее.

Из сравнения фиг. 6 и 3 следует, что в случае  $\alpha = \alpha(T)$  и для задачи I термоупругий эффект повышения давления внутри среды проявляется сильнее. Максимальное значение давления  $P_s = 15,82 \text{ МПа}$  достигается при  $x_s = 83 \text{ м}$  в момент времени 12,78 сут. С уменьшением вязкости величина термоупругого эффекта снижается.

На фиг. 7 представлена динамика изменения со временем скорости фильтрации в начале координат  $v(0, t)$  и суммарного расхода флюида через единицу площади

$$v(0, t) = \frac{k}{\mu(0, t)} \frac{\partial P(0, t)}{\partial x}, \quad q(0, t) = \int_0^l v(0, t) dt$$





Фиг. 7. Зависимость скорости фильтрации при  $x=0$   $v' = v(t)/u_0$  (кривые 1) и суммарного расхода  $q' = q/q_0$  (кривые 2) от времени для задачи I в случае  $\alpha = \alpha(T)$ , сплошные кривые —  $\mu_0 = 10$  Па · с, штриховые кривые —  $\mu_0 = 0,1$  Па · с ( $u_0 = 10^8$  м/с,  $q_0 = 1$  м<sup>3</sup>)

Скорость фильтрации от времени зависит немонотонно. По мере нагрева вязкость в начале координат  $\mu(0, t)$  непрерывно уменьшается, при этом градиент давления  $\partial P(0, t)/\partial x$  в целом также со временем убывает, однако, как показали специальные расчеты, при малых временах эта зависимость оказывается немонотонной: до  $t_1 = 0,4t_0$  он уменьшается, в промежутке времени от  $t_1$  до  $t_2 = 0,6t_0$  наблюдается некоторый рост, при  $t > t_2$  градиент давления со временем падает. Такая особенность градиента давления связана с тем, что в начальной стадии процесса в ближайшей окрестности линии отбора изменение давления со временем также немонотонно. Этот эффект обусловлен наличием двух факторов: несогласованности начального и граничного условий при  $x=0$ :  $P(x, t=0) \neq P(x=0, t=0)$  (при  $t=0$  давление на линии  $x=0$  мгновенно снижается от  $P_0$  до  $P_b$ ); термоупругого эффекта повышения давления, который также проявляется с самого начала процесса. Термоупругий эффект повышения давления и понижение давления за счет фильтрации являются конкурирующими, их совместное действие и приводит к немонотонной зависимости давления от времени. Заметим, что этот эффект проявляется и при  $\alpha = \text{const}$ .

Нагрев электромагнитным излучением в принципе является управляемым, а именно плотность тепловых источников можно менять изменением частоты излучения. При этом, согласно (1.4), изменяется глубина проникновения излучения в среду. Принятое значение  $\alpha = 0,02$  для пористых сред, насыщенных высоковязкими нефтями, соответствует частотам излучения  $\omega \sim 10-100$  МГц. При увеличении  $\alpha$  глубина проникновения излучения в среду уменьшается и происходит интенсивное тепловыделение в окрестности излучателя волн. Так, при  $\alpha = 0,2$  1/м,  $t = 1$  сут  $T(x=0) = 563$  К, при  $\alpha = 0,02$  1/м  $T(x=0) = 327,51$  К, при этом достигаются избыточные перепады давления  $P(x=0) - P_0$ , равные 9,87 и 2,56 МПа. При меньших значениях  $\alpha$  проявляется обратный эффект, а именно реализуется более равномерный нагрев области больших размеров.

С целью оценки влияния на температурное поле уноса тепла из среды на поверхности  $x=0$ , производился расчет величины

$$\eta = \frac{1}{q_0 t_0} \int_0^t \rho_f(0, t) c_f v(0, t) [T(0, t) - T_0] dt$$

которая представляет собой отношение количества тепла, уносимого из среды конвекцией, к количеству тепла, вводимого электромагнитным излучением. При базовых значениях параметров, для  $t = 3$  сут  $\eta = 0,0054$ . Таким образом, условие адиабатичности поверхности  $x=0$  (1.7) достаточно адекватно описывает реальную ситуацию.

**Заключение.** Предложенная модель фильтрации высоковязкого флюида в поле электромагнитного излучения позволяет определить особенности, характеризующие нагрев насыщенной пористой среды распределенным по объему тепловым источником. Зависимости вязкости и плотности флюида от температуры предопределяют качественно новые особенности фильтрации – немонотонное распределение давления, термоупругий эффект повышения давления, приток флюида из пористой среды в режиме фонтанирования. Изменение интенсивности тепловых источников в процессе нагрева обуславливает распределение давления и температуры в виде квазистационарных волн.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Нетушил А.В., Жуховицкий Б.Я., Кудин В.Н., Парини Е.П.* Высокочастотный нагрев диэлектриков и полупроводников. М.; Л.: Госэнергоиздат, 1959. 480 с.
2. *Лыков А.В.* Теория сушки. М.: Энергия, 1968. 471 с.
3. *Abernethy E.R.* Production increase of heavy oils by electromagnetic heating // *J. Canad. Petrol. Techn.* 1976. V. 15. № 3. P. 91–97.
4. *Саяхов Ф.Л., Фатыхов М.А., Дыбленко В.П., Симкин Э.М.* Расчет основных технологических показателей процесса высокочастотного электромагнитного разогрева призабойной зоны нефтяных скважин // *Изв. вузов. Нефть и газ.* 1977. № 6. С. 23–26.
5. *Макогон Ю.Ф., Саяхов Ф.Л., Хабибуллин И.Л.* Способ добычи нетрадиционных видов углеводородного сырья // *Докл. АН СССР.* 1989. Т. 306. № 4. С. 941–943.
6. *Зыонг Нгок Хай, Нигматулин Р.И.* Нестационарная одномерная фильтрация жидкости в насыщенной пористой среде при наличии объемного источника тепла // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1991. № 4. С. 115–124.
7. *Сканави Г.И.* Физика диэлектриков. М.: Гостехиздат, 1949. 500 с.
8. *Некрасов Л.Б., Рикенглаз Л.Э.* К теории адиабатического нагрева СВЧ-полем диэлектрика с коэффициентом затухания, зависящим от температуры // *Журн. техн. физики.* 1973. Т. 43. Вып. 4. С. 694–697.
9. *Carlslaw H.S., Jaeger D.C.* Conduction of heat in solids. Oxford: Clarendon Press, 1959. 510 p. = *Карслоу Г.С., Егер Д.* Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964. 487 с.
10. *Хабибуллин И.Л., Галимов А.Ю.* Термоупругие процессы при фильтрации в поле электромагнитного излучения // *Современные проблемы электрофизики и электрогидродинамики жидкостей: Тез. докл. на V Междунар. конф. Санкт-Петербург, 1998.* С. 268–271.
11. *Кислицын А.А., Фадеев А.М.* Диэлектрическая релаксация в нефтяных дисперсных средах // *Итоги исследований Института механики многофазных систем СО РАН. Тюмень, 1997.* № 7. С. 105–112.

Уфа

Поступила в редакцию  
4.X.1999