

УДК 532.516.5 : 532.529 : 519.63

© 2000 г. М.Г. БОЯРШИНОВ

ОЦЕНКА ПОСЛЕДСТВИЙ ПЕРЕНОСА ГАЗОВОГО ОБЛАКА НАД ЛЕСНЫМ МАССИВОМ

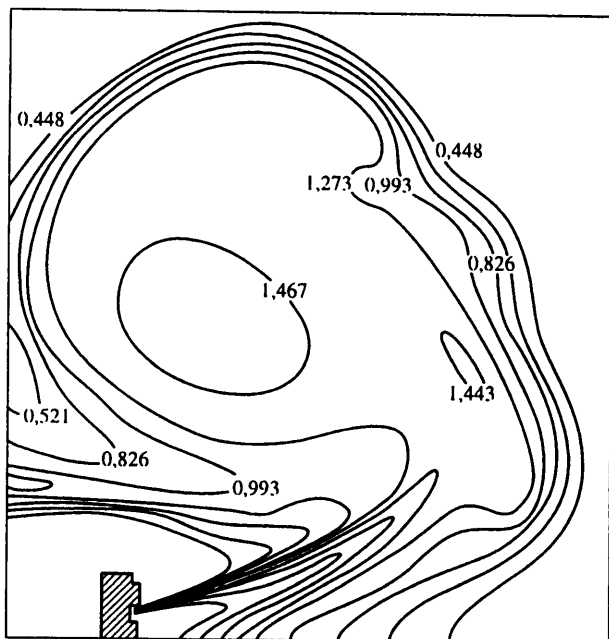
Для оценки последствий движения газового облака, образовавшегося в результате аварии, промышленного выброса или вследствие проведения технологических испытаний, представлена математическая модель лесного массива как сплошной среды. Для исследования накопления растительным массивом и последующего выноса из него вредных примесей использованы уравнение Навье – Стокса, неразрывности и диффузии. Решение двухмерной задачи определено в естественных переменных скорость – давление по процедуре Белоцерковского и методу геометрического расщепления.

Экспериментальными исследованиями загрязнения воздушной среды на территориях, прилегающих к растительному массиву, а также непосредственно в лесу, выявлена определенная аккумулирующая способность этих массивов [1]. Накопление загрязняющих веществ наблюдается в случае повышенной концентрации примесей в атмосферном воздухе при направлении ветра от источника загрязнения. При смене ветра происходит постепенное вымывание накопленных загрязняющих веществ.

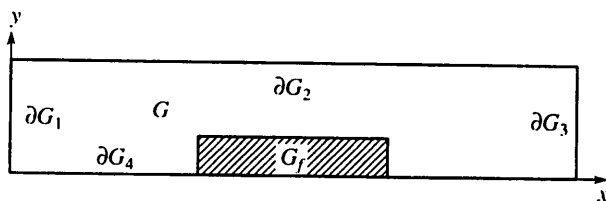
Процесс проведения технологических испытаний реактивного двигателя сопровождается выбросом в атмосферу значительного объема газообразных веществ, образующихся при сгорании компонентов топлива [2]. Во время работы двигателя мощный поток газов проходит вдоль плавно закругляющейся направляющей и, встречая на пути специальный барьер, поднимается вверх, формируя облако вблизи испытательного стенда (фиг. 1). В дальнейшем газообразные продукты сгорания переносятся и рассеиваются атмосферными потоками воздуха. В связи с этим важной проблемой становится оценка возможности удержания газообразных продуктов лесным массивом при прохождении над ним указанного облака. Аналогичная ситуация может возникнуть при аварийном выбросе с территории промышленного предприятия, взрыве или утечке газов из железнодорожных цистерн, хранилищ.

В качестве основного допущения математической модели накопления и последующего выноса из лесного массива газообразных примесей принимается, что большая часть потока воздушных масс обтекает препятствие в виде лесного массива, при этом внутрь его попадает незначительная часть этого потока. Это означает, что газообразная смесь, заносимая ветром в глубь леса, начинает дрейфовать со значительно меньшей скоростью, чем основной поток. В результате, как показано в упрощенной модели [3], лес становится накопителем загрязняющего вещества, сохраняющим его даже в том случае, когда первичный источник прекращает действовать и внешний чистый поток воздуха уносит все примеси из окружающего лес пространства. Смена направления ветра может приводить к механическому выносу ранее накопленных примесей из леса, играющего теперь роль вторичного источника загрязнения. Другим допущением модели является предположение о двухмерном (в вертикальной плоскости, фиг. 2) характере исследуемого явления.

1. Постановка задачи. Для описания накопления лесным массивом и последующего выноса из него примесей рассматривается задача о движении в области G несжимае-



Фиг. 1. Концентрация (г/м³) примеси оксида углерода в облаке продуктов сгорания при стендовом испытании ракетного двигателя



Фиг. 2. Схема расчетной области G , содержащей расчетный массив G_f

мой вязкой газовой смеси, описываемой системой уравнений Навье – Стокса, неразрывности и диффузии

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \eta \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{F_x}{\rho} \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \eta \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{F_y}{\rho}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} - \mu \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) = 0, \quad x, y \in G \quad (1.3)$$

Тип покрова	Характеристики		
	Высота, м	$S, \text{м}^{-1}$	C_d
Мелколиственный лес	8–11	1,2	0,02
Сосна	16	1,2	0,03
Кукуруза	2–3	3–6	0,17
Бобовые культуры	1,2	7	0,05
Искусственный покров	0,14	10	0,5

Задаются начальные условия

$$\mathbf{V}(0, x, y) = \mathbf{V}_G(x, y), \quad C(0, x, y) = C_G(x, y) \quad (1.4)$$

$$p(0, x, y) = p_G(x, y), \quad x, y \in G$$

Граничные условия на ∂G имеют вид

$$\mathbf{V}(t, x, y) = \mathbf{V}_{\partial G}(t, x, y), \quad C(t, x, y) = C_{\partial G}(t, x, y) \quad (1.5)$$

$$p(t, x, y) = p_{\partial G}(t, x, y), \quad x, y \in \partial G, \quad V_n < 0$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}(t, x, y)}{\partial \mathbf{n}} = 0, \quad \frac{\partial C(t, x, y)}{\partial \mathbf{n}} = 0, \quad x, y \in \partial G, \quad V_n \geq 0 \quad (1.6)$$

В формулах (1.1)–(1.6) использованы обозначения: \mathbf{V} – вектор скорости (с компонентами u и v) движения воздуха; \mathbf{F} – вектор массовых сил; \mathbf{n} – вектор внешней нормали к границе области; p – давление воздуха (гидростатическое давление исключается); C – концентрация газовой примеси; μ, η – коэффициенты диффузии и кинематической вязкости; ρ – плотность газовой смеси.

На входной границе ∂G_1 (фиг. 2) распределение скоростей соответствует течению Пуазейля, $u = yV_H(2 - y/H)/H$, $v = 0$, где V_H – скорость на высоте H (вертикальный размер области G). Концентрация примеси на границе ∂G_1 задается равной нулю (это соответствует поступлению чистого воздуха в рассматриваемую область), поскольку горизонтальный размер области G выбран достаточно большим, чтобы в ней можно было разместить в начальный момент времени поле концентраций, моделирующее нижнюю часть облака и представленное на фиг. 1 в соответствии с решением [2].

На высоте H (граница ∂G_2) вертикальная компонента v обращается в нуль, горизонтальная компонента u скорости воздушного потока и концентрация примеси устанавливаются: $du/dy = 0$, $\partial C/\partial y = 0$.

На выходной границе ∂G_3 области на значительном удалении от лесного массива воздушный поток также установится: $du/dx = 0$, $v = 0$, $\partial C/\partial x = 0$.

В приземном слое ∂G_4 принято, что на поверхности почвы компоненты скорости $u = v = 0$. Это соответствует полному торможению газового потока на границе. Здесь же задается условие $\partial C/\partial y = 0$ отсутствия потока примесей в почву.

Для того чтобы учесть воздействие растительности на воздушный поток, слой воздуха в пределах участка G_p , занимаемого лесом, представляется сплошной средой, в которой задаются непрерывно распределенные силы сопротивления [4], учитываемые в уравнениях Навье – Стокса слагаемым $\mathbf{F} = -\rho c_d S \mathbf{V} \mathbf{V}$, где c_d – коэффициент аэродинамического сопротивления, S – удельная плотность поверхности листьев, характеризующая плотность поверхности элементов растительности (листьев и ветвей), приходящаяся за единицу объема. Количественные значения этих параметров для некоторых видов растительного покрова приведены в табл. 1.

Выражение для силы сопротивления удобно представить в форме

$$\mathbf{F} = -\rho k(x, y, V)\mathbf{V}, \quad k(x, y, V) = \begin{cases} c_d S(x, y)V, & x, y \in G_f \\ 0, & x, y \in G - G_f \end{cases}$$

2. Метод решения. Для решения поставленной проблемы рассматриваются две связанные между собой задачи: движение воздушного потока в заданной области; рассеяние этим потоком с найденным полем скоростей газовой примеси.

Для решения уравнений (1.1) и (1.2) с начальными (1.4) и граничными условиями (1.5), (1.6) используется метод расщепления по направлениям, при котором решение исходной задачи заменяется последовательностью решений набора одномерных задач. Первое уравнение системы (1.1) представляется в форме

$$\frac{\partial u}{\partial t} + A_x(u)u + A_y(v)u = f_x(u) \quad (2.1)$$

$$A_x(u) = u \frac{\partial}{\partial x} - \eta \frac{\partial^2}{\partial x^2}, \quad A_y(v) = v \frac{\partial}{\partial y} - \eta \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \quad f_x(u) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - k(x, y, V)u$$

Если для некоторого момента времени t решение $u(t, x, y)$ уравнения (2.1) известно, то для $t + \Delta t$

$$u(t + \Delta t, x, y) = (E - \Delta t A_x(u) - \Delta t A_y(v))u(t, x, y) + \Delta t f_x(u) + O(\Delta t^2) \quad (2.2)$$

Рассматриваются две вспомогательные задачи

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + A_x(u)u_1 = f_x(u_1), \quad u_1(t, x, y) = u(t, x, y) \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} + A_y(v)u_2 = 0, \quad u_2(t, x, y) = u_1(t + \Delta t, x, y)$$

с соответствующими граничными условиями. Решения уравнений (2.3) для времени $t + \Delta t$ представляются в виде

$$u_1(t + \Delta t, x, y) = (E - \Delta t A_x(u))u_1(t, x, y) + \Delta t f_x(u_1) + O(\Delta t^2)$$

$$u_2(t + \Delta t, x, y) = (E - \Delta t A_y(v))u_2(t, x, y) + O(\Delta t^2)$$

С учетом этих выражений и начальных условий (2.3) после выполнения ряда преобразований получается

$$u_2(t + \Delta t, x, y) = (E - \Delta t A_x(u) - \Delta t A_y(v))u_2(t, x, y) + \Delta t f_x(u) + O(\Delta t^2)$$

т.е. последовательное решение задач (2.3) приводит к решению первого уравнения системы (1.1) с погрешностью не выше $O(\Delta t^2)$.

Второе уравнение системы (1.1) также заменяется последовательным решением двух одномерных уравнений

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} + A_y(v)v_1 = f_y(v_1), \quad v_1(t, x, y) = v(t, x, y) \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial t} + A_x(u)v_2 = 0, \quad v_2(t, x, y) = v_1(t + \Delta t, x, y)$$

с погрешностью не более $O(\Delta t^2)$.

Для определения давления $p(t, x, y)$ используется подход [5], согласно которому вводится дополнительное давление $\delta p(x, y)$, удовлетворяющее дифференциальному уравнению

$$\frac{\partial^2 \delta p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \delta p}{\partial y^2} = \frac{\rho}{\Delta t} \left(\frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial y} \right) \quad (2.5)$$

Величина ω	Число шагов	Величина ω	Число шагов
1	300–550	100	30–75
5	140–500	500	5–50
10	80–300	1000	1–20
50	50–150	5000	Точность не достигается

Решение $\delta p(x, y)$ уравнения (2.5) позволяет уточнить распределение давления

$$p(t + \Delta t, x, y) = p(t, x, y) + \delta p(x, y)$$

и удовлетворяющие уравнению (1.2) составляющие вектора скорости

$$u(t + \Delta t, x, y) = u_2(t + \Delta t, x, y) - \frac{\Delta t}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \delta p(x, y) \quad (2.6)$$

$$v(t + \Delta t, x, y) = v_2(t + \Delta t, x, y) - \frac{\Delta t}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \delta p(x, y)$$

Для решения уравнения (2.5) используется метод установления, когда поле $\delta p(x, y)$ определяется как стационарное решение ($\tau \rightarrow \infty$, τ – фиктивное время) нестационарного дифференциального уравнения параболического типа

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} = \omega \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) - \frac{1}{\Delta t} \left(\frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial y} \right) \quad (2.7)$$

где $\phi = \delta p / \omega \rho$, $\omega = \text{const}$. Величина параметра ω используется для обеспечения устойчивости вычислительного процесса. При решении двумерного уравнения (2.7), как и в предыдущих случаях, оно заменяется последовательностью одномерных уравнений

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial \tau} = \omega \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x^2} - \frac{1}{\Delta t} \left(\frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial y} \right), \quad \phi_1(\tau, x, y) = \phi(\tau, x, y) \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial \tau} = \omega \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial y^2}, \quad \phi_2(\tau, x, y) = \phi_1(\tau + \Delta t, x, y)$$

Начальное распределение $\phi(0, x, y)$ может быть произвольным, например, $\phi(0, x, y) = 0$. Получаемое стационарное решение $\phi_2(x, y)$ задачи (2.8) аппроксимирует решение исходного уравнения (2.7), причем на каждом шаге интегрирования $\phi(\tau, x, y) = \phi_2(\tau, x, y) + O(\Delta \tau^2)$.

Исследование вычислительного алгоритма показывает, что устойчивого решения системы уравнений (2.3), (2.4) и (2.8) удастся достичь, если погрешность уравнения неразрывности (1.2), определяемая с помощью чебышевской нормы $\| \partial u / \partial x + \partial v / \partial y \| = \max_{x_i, y_j \in \Omega} |u_{x,i} + v_{y,j}|$

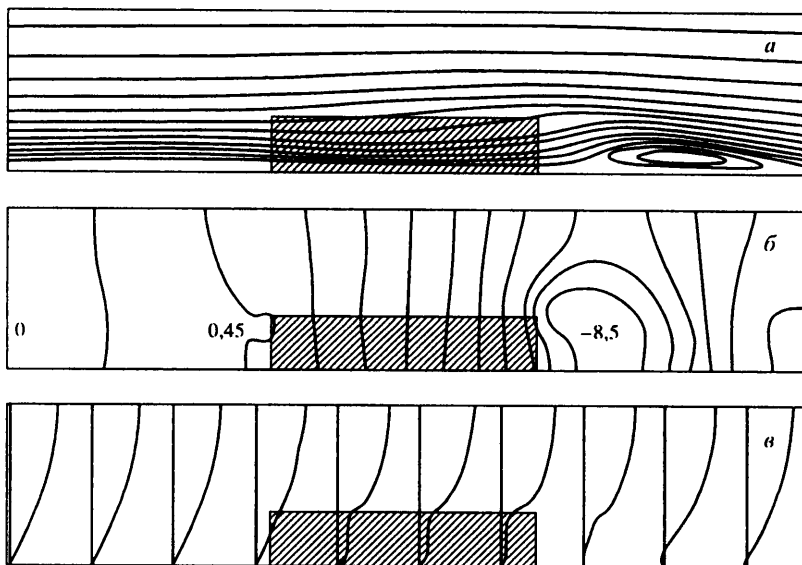
(используются обозначения А.А. Самарского, Ω – разностная сетка), на каждом шаге интегрирования не превышает $5 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-1}$. В табл. 2 представлены результаты исследования влияния параметра ω на скорость достижения погрешности $\| \partial u / \partial x + \partial v / \partial y \|$ указанного значения. Следует отметить, что при $\omega > 5000$ получить требуемую точность не удастся.

Для нахождения распределения концентрации примеси в двумерной области при известном поле скоростей воздушного потока используется дифференциальное уравнение (1.3).

Рассматриваются две вспомогательные задачи

$$\frac{\partial C_1}{\partial t} + D_x C_1 = 0, \quad C_1(t, x, y) = C(t, x, y)$$

$$\frac{\partial C_2}{\partial t} + D_y C_2 = 0, \quad C_2(t, x, y) = C_1(t + \Delta t, x, y) \quad D_x(u) = u \frac{\partial}{\partial x} - \mu \frac{\partial^2}{\partial x^2}, \quad D_y(v) = v \frac{\partial}{\partial y} - \mu \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (2.9)$$



Фиг. 3. Линии тока частиц газовой смеси (а), распределение давления (б) и профили скорости (в) в области, содержащей растительный массив

С помощью метода расщепления решение дифференциального уравнения (1.3) заменяется решением одномерных задач (2.9), причем $C(t, x, y) = C_2(t, x, y) + O(\Delta t^2)$. Как отмечено выше, в качестве начального условия используется распределение концентрации оксида углерода, полученное в [2]. Решение задач (2.3), (2.4), (2.8) и (2.9) о переносе и рассеянии газовой смеси строилось в соответствии с рекомендациями [6] на разнесенных сетках.

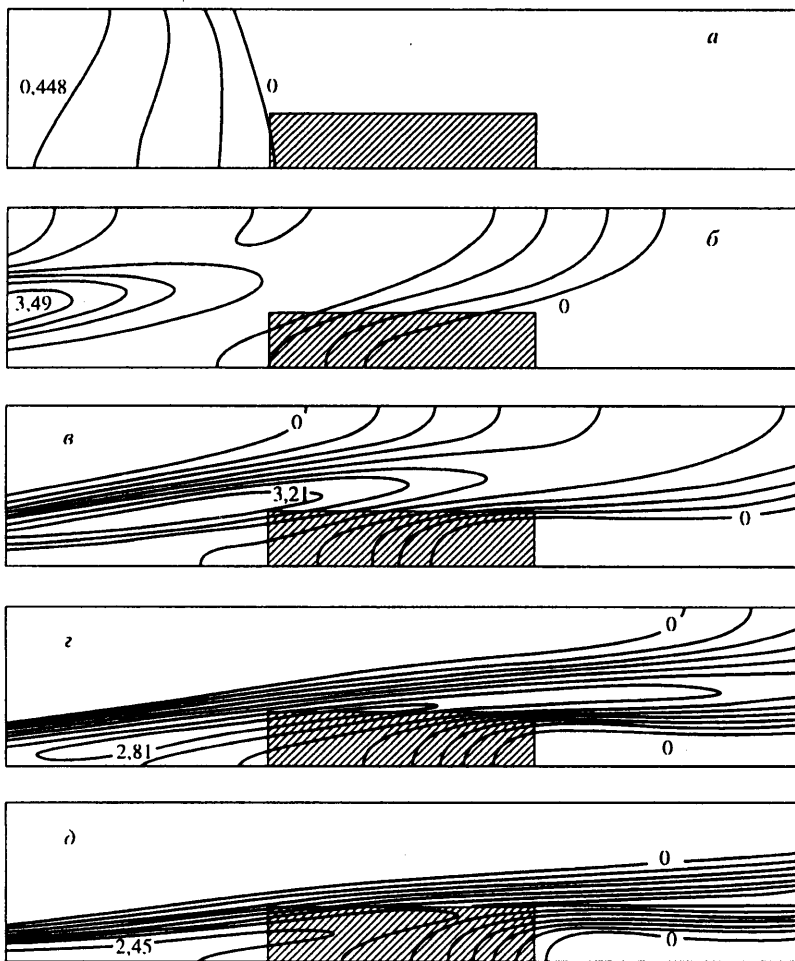
3. Результаты решения задач. Результаты расчетов полей скорости воздушных масс и концентрация оксида углерода при обтекании лесного массива G_f представлены на фиг. 3–7 (показана только правая половина области G , содержащая растительный массив). Размеры рассматриваемой области составляют по горизонтали 600 и по вертикали 60 (м). Лесной участок имеет ширину 100 и высоту 20 (м). На верхней границе области G скорость воздушного потока $V_H = 6$ м/с.

На фиг. 3, а приведены траектории движения частиц газовой смеси, которые при стационарном течении совпадают с линиями тока (результаты расчетов соответствуют разностной сетке 25×121). В области G , занятой лесным участком, действуют силы сопротивления, пропорциональные квадрату скорости V^2 воздушного потока, вынужденного искать путь меньшего сопротивления. Наименьшее сопротивление потоку оказывает участок над лесом, что и вызывает подъем воздушной массы вверх.

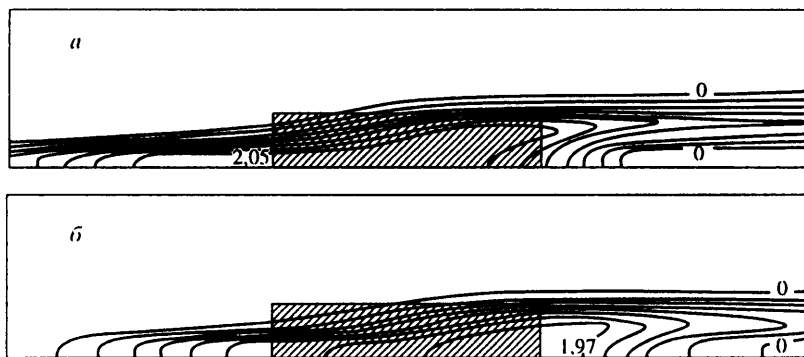
При обтекании препятствия, что отмечалось в экспериментальных исследованиях, в области за лесом наблюдается зона пониженного давления (фиг. 3, б), что в свою очередь вынуждает воздушный поток затекать в эту область, искажая линии тока.

На фиг. 3, в приведены профили скоростей воздушного потока при обтекании лесного массива. На достаточной глубине внутри лесного участка, а также непосредственно за ним скорость движения воздуха падает практически в 5–10 раз и более, что подтверждает принятое ранее (одномерная модель, [3]) предположение о существенном снижении скорости ветра.

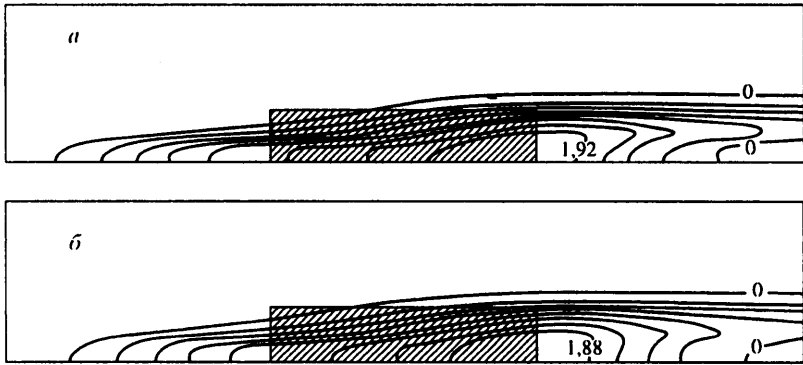
Полученные поля скоростей потока воздуха позволили рассчитать поля концентрации оксида углерода, приведенные на фиг. 4–7. Рассматривался процесс переноса примеси при следующем режиме: 0–200 с – поступление в рассматриваемую область



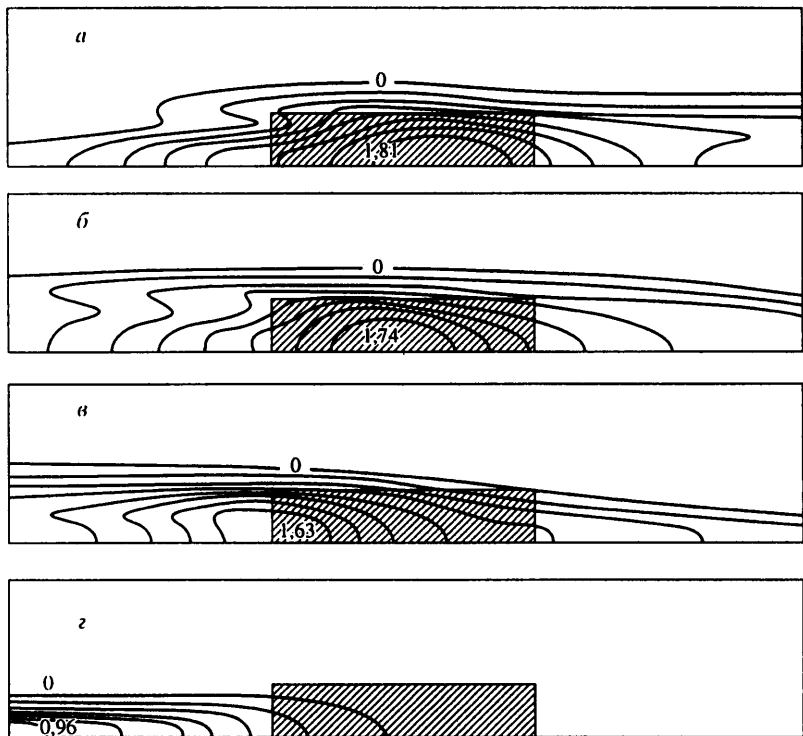
Фиг. 4. Концентрации (г/м^3) оксида углерода в воздушном потоке: а–д для $t = 0, 25, 50, 75$ и 100 (е)



Фиг. 5. Концентрации (г/м^3) оксида углерода в воздушном потоке: а, б для $t = 150$ и 200 (с)



Фиг. 6. Концентрации (г/м^3) оксида углерода в воздушном потоке при отсутствии ветра: *а, б* для $t = 250$ и 300 (с)



Фиг. 7. Концентрации (г/м^3) оксида углерода при движении воздушного потока в обратном направлении: *а-г* для $t = 325, 350, 400$ и 500 (с)

газового облака вместе с воздушным потоком (фиг. 4, 5); от 200 до 300 с – свободное рассеяние примеси при отсутствии ветра (фиг. 6); 300–500 с – поступление с противоположной стороны чистого воздушного потока (фиг. 7).

Хорошо просматриваются тенденции, отмеченные в [3] при анализе решения одномерной задачи. Процесс заполнения оксидом углерода лесного массива при обдувании его воздушным потоком происходит (фиг. 4) с некоторым отставанием по сравнению с распределением концентрации над лесным участком. К концу первых 100 с загрязнение над лесным массивом практически отсутствует, поскольку воздушным по-

током облако полностью оттуда вытеснено. В то же время источником загрязнения становится сам лес, выбрасывающий оксид углерода в поступающий поток чистого воздуха.

В следующие 100 с (фиг. 5) лес продолжает выполнять роль вторичного источника примеси с постепенной понижающейся интенсивностью.

При наступившем штиле (фиг. 6) концентрация примеси в районе леса понижается лишь за счет процесса естественного рассеяния.

При смене направления движения воздушных масс на противоположное и воздействии на растительный массив чистого воздуха лес продолжает играть в течение длительного времени роль вторичного источника оксида углерода с постепенно снижающейся интенсивностью (фиг. 7).

Заключение. На основе разработанной математической модели переноса газовой смеси потоком воздуха через область, содержащую растительный массив, исследована последовательность заполнения лесного участка, удержания и последующего выноса из него атмосферного загрязнения в окружающее пространство. Растительный массив, таким образом, оказывает существенное влияние на формирование экологической ситуации, выступая в качестве вторичного источника техногенного загрязнения длительного действия, что необходимо учитывать при установлении норм предельно допустимых выбросов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гельфенбуйм И.В.* Математическое и натурное моделирование массообмена, аккумуляции и вторичного выноса атмосферных примесей лесными массивами: Автореф. дис. канд. техн. наук: 11.00.11. Ижевск: Удмурт. ун-т, 1996. 24 с.
2. *Бояршинов М.Г., Харченко А.В.* Моделирование движения газовой струи в атмосферном воздухе // Вестн. ПГТУ. Компьютерная и прикладная механика. Пермь: ПГТУ, 1998. № 1. С. 15–24.
3. *Бояршинов М.Г., Гельфенбуйм И.В.* Построение математической модели аккумуляции лесным массивом и вторичного выноса загрязняющих веществ // Глобальные природно-антропогенные процессы и экология среды обитания. М., 1995. Вып. 3. С. 22–29.
4. *Дубов А.С., Быкова Л.П., Марунич С.В.* Турбулентность в растительном покрове. Л.: Гидрометеиздат, 1978. 183 с.
5. *Белоцерковский О.М.* Численное моделирование в механике сплошных сред. М.: Наука, 1984. 519 с.
6. *Тарунин Е.Л.* Вычислительный эксперимент в задачах свободной конвекции. Иркутск: Изд-во Иркут. ун-та, 1990. 225 с.

Пермь

Поступила в редакцию
29.VII.1999