

УДК 533.6.011.55

© 2000 г.. М.К. АУКИН, Р.К. ТАГИРОВ

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ КОНТУРОВ ВЫХОДНОГО УСТРОЙСТВА
ПЛОСКОГО ГИПЕРЗВУКОВОГО ПРЯМОТОЧНОГО
ВОЗДУШНО-РЕАКТИВНОГО ДВИГАТЕЛЯ
С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ ПОГРАНИЧНЫХ СЛОЕВ**

Развит прямой метод решения вариационной задачи для определения оптимального контура выходного устройства реактивного двигателя с учетом вязкости газа. Получены результаты расчетов оптимальных контуров двумерных выходных устройств с учетом влияния пограничных слоев, длины, внешнего обтекания и донного торца. Исследовано, в частности, влияние турбулентных пограничных слоев на форму оптимального выходного устройства и на его тягу.

В [1] разработан прямой метод решения вариационной задачи и определены оптимальные контуры двумерных сверхзвуковых выходных устройств реактивных двигателей. Найденные с помощью этого метода оптимальные контуры обеспечивают получение максимальной эффективной тяги выходного устройства заданной длины для рассматриваемого режима полета летательного аппарата.

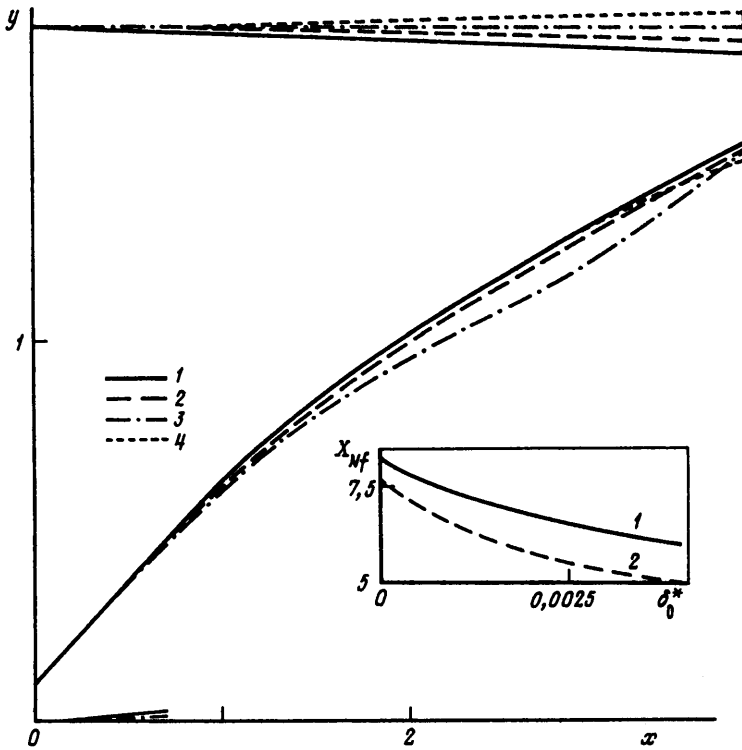
В данной работе прямой метод применяется для решения более широкого круга задач, в частности для определения оптимальных контуров выходного устройства плоского гиперзвукового прямооточного воздушно-реактивного двигателя с учетом влияния вязкости газа (в рамках модели пограничного слоя) и заданной длины.

Турбулентные пограничные слои на всех четырех стенках выходного устройства и донное давление за торцом определяются с помощью интегральных методов [2,3]. Невязкие области внутреннего и внешнего потоков рассчитываются с помощью конечно-разностной схемы второго порядка точности [4]. Во всех областях течения используется модель совершенного газа с постоянным показателем адиабаты.

1. Рассмотрим задачу определения оптимальной формы выходного устройства с учетом влияния турбулентных пограничных слоев. Влияние других факторов, таких, как вертикальная составляющая силы, момент сил и т.д., может быть учтено путем перехода к решению вариационной задачи с соответствующими изопериметрическими условиями [1]. Здесь ограничимся решением основной задачи, а именно определением контура выходного устройства, дающего максимальную тягу для конкретных условий полета.

Заданы число Маха полета $M_H = 12$, высота мидела корпуса летательного аппарата в начальном сечении сопла $u_M = 1,81$, входная высота сопла $u_1 = 0,11$, длины выходного устройства $x_m = 3,8$ и нижней прямолинейной стенки $x_4 = 0,7$. Кроме того, во входном сечении сопла считаются известными для случая течения невязкого газа число $M_0 = 2,07$ и показатель адиабаты $\gamma = 1,28$. Заданы также отношения полных давлений и энтальпий внешнего и внутреннего потоков (81,4 и 0,7 соответственно).

Подчеркнем, что здесь, как и в [1], оптимальный контур выходного устройства определяется при заданных параметрах во входном сечении сопла. Такая задача является частной, поскольку параметры на входе в сопло в общем случае зависят от характеристик самого выходного устройства. Но указанная зависимость может быть



Фиг. 1. Оптимальные контуры выходного устройства при $M_H = 12$, $M_0 = 2,07$ с течениями 1-3 – вязкого и 4 – невязкого газа для разных начальных толщин δ_0^* : кривые 2 – 0,003; 0,002; 0,002; 0,005; 3 – 0,006; 0,004; 0,004; 0,01; 1 – $\delta_{0j}^* = 0$; изменения суммарной силы трения X_{Nf} в зависимости от $\delta_0^* = \delta_{02}^* = \delta_{03}^*$ для $x_m = 2$ и 3, 8 – кривые 2 и 1

учтена только при решении общей задачи оптимизации всей силовой установки. Тем не менее рассмотрение частной задачи является необходимым этапом разрешения общей проблемы. На базе решения частной задачи, во-первых, разрабатывается и доводится сам метод оптимизации, который затем может войти в качестве составного элемента в общую задачу, во-вторых, исследуются относительные влияния различных факторов на характеристики рассматриваемого выходного устройства, в-третьих, полученные результаты являются хорошим приближением для получения решения общей задачи.

Таким образом, в рамках решения частной задачи проведем исследования влияния пристеночных пограничных слоев на конфигурацию и характеристики оптимального выходного устройства. В общем случае начальные толщины вытеснения сопла влияют на параметры невязкого ядра потока и расход. При решении частной задачи можно ограничиться рассмотрением двух модельных способов задания начальных данных.

В первом варианте предполагается, что числа Рейнольдса большие и пограничные слои тонкие. Поэтому можно считать, что параметры в начальном сечении невязкого ядра потока сопла сохраняются постоянными при изменениях начальных толщин вытеснения δ_0^* пограничных слоев (вариант $M_0 = \text{const}$). Во втором варианте полагаем, что начальные толщины δ_0^* , зависящие, например, от длины камеры сгорания силовой установки, влияют на ядро потока. В этом случае параметры в начальном се-

чении сопла определяются из условия сохранения расхода m_0 с учетом заданных толщин вытеснения δ_0^* (вариант $m_0 = \text{const}$).

В первом варианте модельной задачи примем $M_0 = 2,07$. В качестве начальных данных для расчета четырех турбулентных пограничных слоев выбраны параметры: толщины вытеснения $\delta_{0j}^* = 0,003; 0,002; 0,002; 0,005$, числа Рейнольдса, определяемые параметрами соответствующего вязкого ядра потока и длиной выходного устройства, $Re_j = 10^6, 10^6, 10^6, 10^7$, температуры стенок, отнесенные к температуре торможения соответствующего потока, $T_{wj} = 1; 1; 0,4; 1, j = 1-4$. Здесь j – номера стенок, отсчитываемые снизу вверх (фиг. 1). Масштабы на фиг. 1 по осям выбраны так, чтобы показать различия контуров при разных начальных толщинах пограничных слоев. Все четыре стенки выходного устройства в начальном сечении имеют точки излома поверхности. Их влияние на толщины вытеснения пограничных слоев не учитывается. Отметим также, что для согласования вязкого слоя и невязкого ядра потока используется только одна итерация, т.е. пограничный слой рассчитывается только один раз. Полученные значения давления с линии вытеснения сносятся на исходный контур и определяется интеграл сил давления.

При наличии донного торца у оптимального контура донное давление за торцом определяется с учетом влияния верхнего ($j = 4$) и нижнего ($j = 3$) пограничных слоев. Предполагается, что нижняя прямолинейная стенка сопла заданной длины имеет нулевую толщину. Верхний и нижний ($j = 2$ и 1) пограничные слои за этой нижней стенкой образуют зону смешения. При этом принимается, что расстояние между линиями вытеснения верхнего и нижнего потоков сохраняется в продольном направлении равным сумме толщин вытеснения пограничных слоев в конце нижней стенки.

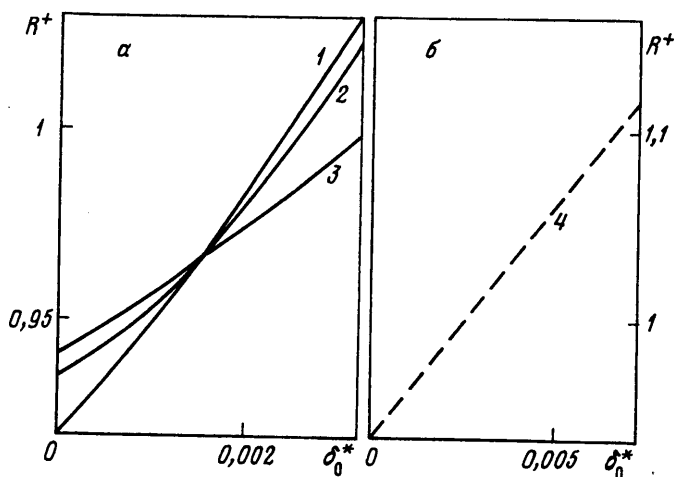
Оптимальный контур выходного устройства для вязкого газа, полученный с использованием указанных выше начальных данных, приведен на фиг. 1 кривой 2. Для сравнения там же показан оптимальный контур 4 для невязкого газа. Он несколько отличается от контуров, полученных с учетом влияния пограничных слоев, и имеет большую высоту донного торца. Расчеты течения вязкого газа в оптимальном выходном устройстве, полученном для невязкого газа, дают примерно на 0,5% меньшую тягу, чем соответствующие расчеты для оптимального выходного устройства с учетом вязкости газа.

Отметим, что для рассматриваемых выходных устройств процесс оптимизации привел к отклонению нижней стенки сопла вверх, т.е. течение внутри оптимального сопла происходит с образованием скачков уплотнения.

В дополнение к рассмотренному варианту контура 2 на фиг. 1 найдено оптимальное выходное устройство еще для двух вариантов. В первом варианте начальные толщины вытеснения δ_0^* взяты в 2 раза большими, чем в исходном варианте. Во втором $\delta_0^* = 0$. Полученные оптимальные выходные устройства показаны на фиг. 1 кривыми 3 и 4 соответственно.

Сила трения в сопле X_{Nf} (сумма сил трения на верхней и нижней стенках, действующих вдоль оси x), отнесенная к тяге выходного устройства (сумме интегралов сил давления, действующих на все стенки выходного устройства в направлении оси x), показана в процентах на фиг. 1 для двух длин $x_m = 2$ и $3,8$. С возрастанием начальной толщины δ_0^* величина относительной силы трения X_{Nf} уменьшается. Силы трения, естественно, падают и с уменьшением длины выходного устройства. Здесь $\delta_{02}^* = \delta_{03}^*$ – толщины на верхней и нижней стенках сопла.

Влияние длины x_m на распределение величины R^+ , представляющей отношения удельных тяг (суммы интегралов сил давления и трения, отнесенных к расходу сопла m) оптимальных выходных устройств для вязкого R_v/m_v и невязкого R_i/m_i газов,



Фиг. 2. Распределения относительной тяги R^+ в зависимости от δ_0^* : 1-3 - $x_m = 2; 2,9; 3,8$ при $M_0 = \text{const}$; 4 - $x_m = 3,8$ при $m_0 = \text{const}$

показано на фиг. 2, а (кривые 1-3, вариант $M_0 = \text{const}$). С увеличением начальной толщины δ_0^* величины R^+ возрастают. При меньшей длине x_m интенсивность роста R^+ больше. Начиная с некоторого значения δ_0^* величина удельной тяги R_v/m_v для вязкого газа начинает превосходить величину удельной тяги R/m для невязкого газа ($R^+ > 1$).

Анализ результатов исследования для второго варианта модельной задачи, в которой влияние пограничных слоев рассматривается при сохранении расхода сопла ($m_0 = \text{const}$), проведен для $x_m = 3,8$ и $\delta_0^* = 0-0,008$. Полученное распределение 4 величины R^+ дано на фиг. 2, б. Отметим, что характер проведения рассматриваемой величины R^+ аналогичен характеру ее изменения для первого варианта.

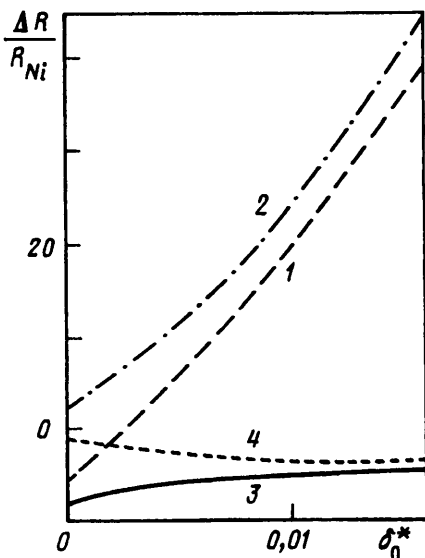
Для варианта $m_0 = \text{const}$ результаты расчета показывают, что учет вязкости при течении в оптимальном выходном устройстве, полученном для невязкого газа, приводит к дополнительным потерям тяги порядка 0,3% по сравнению с тягой оптимального устройства для вязкого газа при изменении δ_0^* от 0 для 0,008.

В целом, согласно результатам, рост удельной тяги R_v/m_v выходного устройства происходит из-за увеличения пристеночного давления под влиянием вытесняющих эффектов пограничных слоев. Начиная с некоторого δ_0^* этот рост превосходит падение тяги из-за трения на поверхностях сопла.

Подобные результаты для сопла заданного контура были получены также в [5] на основе численного решения осредненных уравнений Навье - Стокса.

2. Для получения более полного представления о механизме влияния пограничных слоев на тяговые характеристики сопла были проведены специальные исследования. Для анализа был взят контур сопла вместе с нижней стенкой, найденный при определении оптимального выходного устройства для невязкого газа (кривая 4 на фиг. 1). Рассчитывалось течение внутри этого заданного контура при разных начальных толщинах вытеснения верхнего и нижнего пограничных слоев $\delta_{02}^* = \delta_{01}^* = 0-0,016$. Параметры невязкого ядра потока в начальном сечении сопла определялись из условия сохранения расхода (вариант $m_0 = \text{const}$).

Результаты расчета показали, что начиная со значения $\delta_0^* \approx 0,0025 R_N > R_{Ni}$, т.е. тяга сопла для вязкого газа становится больше тяги для невязкого газа. Напомним,



Фиг. 3. Зависимости 1-4 коэффициентов относительной тяги ΔR_N , ΔR_p , ΔR_f и импульса сопла ΔJ_N (в %) от δ_0^*

что под тягой в данной работе понимается сумма всех интегралов сил давления и трения, действующих на стенки выходного устройства в направлении оси x .

Для получения более четкого представления о механизме влияния пограничных слоев проведем анализ составляющих внутренней тяги сопла. Под внутренней тягой будем понимать разность $R_N = R_p - R_{Nf}$, где R_p — сумма интегралов сил давления, действующих на верхнюю и нижнюю стенки сопла вдоль оси x , $R_{Nf} = -X_{Nf}$ — сумма сил трения на этих же стенках. Внутренняя тяга для случая течения невязкого газа равна $R_{Ni} = R_{pi}$.

Определим относительные изменения сил при переходе от варианта с невязким течением к варианту с вязким течением при помощи следующих соотношений (в %):

$$\Delta R_N = \frac{R_N - R_{Ni}}{R_{Ni}}, \quad \Delta R_p = \frac{R_p - R_{pi}}{R_{Ni}}, \quad \Delta R_f = \frac{R_{Nf}}{R_{Ni}}$$

Результаты расчетов на фиг. 3 показывают, что при $\delta_0^* < 0,0025$ потери тяги на трение превышают выигрыш тяги от вытесняющего эффекта пограничных слоев ($|\Delta R_f| > \Delta R_p$), поэтому в итоге $\Delta R_N < 0$, т.е. $R_{Ni} > R_N$. При $\delta_0^* > 0,0025$ ситуация становится обратной. С ростом δ_0^* выигрыш тяги от влияния вытесняющего эффекта начинает значительно превосходить проигрыш из-за сил трения. Так, например, при $\delta_0^* = 0,016$ рост составляет $\Delta R_p = 43,7\%$, а уменьшение $\Delta R_f = -4,1\%$. В итоге $\Delta R_N = 39,6\%$. Это говорит о сильном влиянии пограничных слоев на характеристики сопла и, следовательно, на характеристики выходного устройства двигателя.

Полученный выигрыш в интеграле сил, действующих на стенки, не означает, что имеется увеличение и импульса сопла. Дело в том, что с ростом толщин пограничных слоев силовой установки заданного контура уменьшается импульс потока на входе в сопло. В результате импульс сопла, представляющий сумму входного импульса и интегралов сил давления и трения, уменьшается с увеличением начальных толщин пограничных слоев. Продемонстрируем это на примере расчета с использованием полученных выше результатов.

При течении невязкого газа импульс J_{0i} потока на входе в сопло равен $(p_{0i} + \rho_{0i} u_{0i}^2) y_1$. Импульс сопла определяется по формуле $J_{Ni} = J_{0i} + R_{Ni}$. При течении вязкого газа импульс на входе можно найти по соотношению

$$J_0 = p_0 y_1 + \rho_0 u_0^2 (y_1 - 2\delta_0) + 2 \int_0^{\delta_0} \rho u^2 dy$$

которое сводится к виду

$$J_0 = (p_0 + \rho_0 u_0^2) y_1 - \rho_0 u_0^2 2\delta_0^* (1 + H_0^{-1})$$

где $H_0 = \delta_0^* / \delta_0^{**}$ — формпараметр, δ_0 — толщина пограничного слоя в начальном сечении.

T_{w3}	ζ_1	ζ_2	ζ_4	y_2	y_3	h
0,4	0,5304	0,2941	0,0326	1,497	1,777	0,280
1	0,5485	0,3017	0,0358	1,512	1,789	0,277

При изменении δ_0^* от 0 до 0,016 число M_0 в ядре входного потока меняется от 2,067 до 1,674. Для этих M_0 и относительной температуры $T_{w3} = 0,4$ верхней стенки сопла величину H_0 можно взять приблизительно равной 2. Тогда величина J_0 определена для каждой толщины δ_0^* . Импульс сопла при течении вязкого газа определяется как $J_N = J_0 + R_N$.

Относительное изменение импульса сопла в процентах из-за влияния вязких сил находится по соотношению $\Delta J_N = (J_N - J_{Ni})/J_{Ni}$.

При изменении δ_0^* от 0 до 0,016 потери импульса сопла из-за влияния вязкости газа вырастают от 1 до 3,6% (кривая 4 на фиг. 3). Здесь необходимо сделать два замечания. Первое: количественная достоверность полученных результатов определяется применимостью приближения пограничного слоя, точностью интегрального метода расчетных слоев и согласованием вязкого слоя и невязкого ядра потока. Необходимы специальные исследования этих вопросов применительно к соплам двигателя. Второе: хотя с увеличением δ_0^* растет тяга R_N выходного устройства, рост δ_0^* на входе в сопло будет сопровождаться возрастанием сопротивления предыдущих узлов силовой установки (воздухозаборника, камеры сгорания). Поэтому окончательное представление о степени влияния пограничных слоев на характеристики двигателя можно получить только из решения общей задачи для всей силовой установки.

Исследуем влияние температуры T_w верхней стенки сопла на оптимальный контур выходного устройства и тягу. В рассмотренных выше примерах относительная температура T_{w3} верхней стенки сопла равна 0,4. Были проведены дополнительные расчеты при $T_{w3} = 1$. Основные геометрические параметры оптимальных выходных устройств, полученных для $T_{w3} = 0,4$ и 1, приведены в таблице.

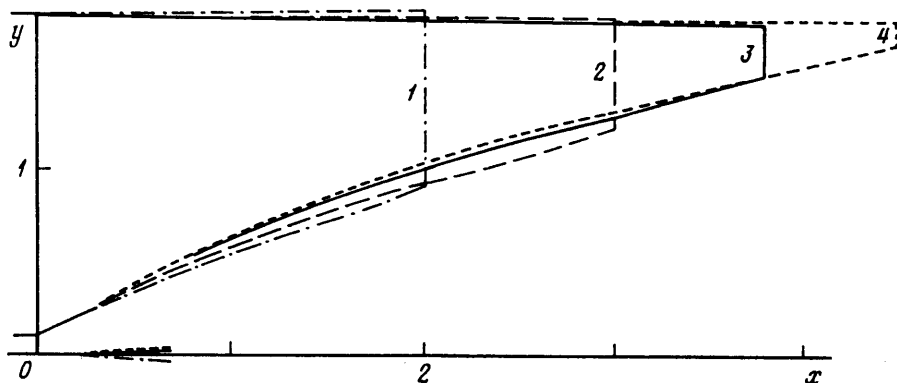
Здесь ζ_1 и ζ_2 – тангенсы углов наклона верхней стенки сопла в начальном и конечном сечениях, ζ_4 – тангенс угла наклона нижней стенки сопла, y_2 и y_3 – конечные ординаты верхней стенки сопла и кормы выходного устройства, h – высота донного торца.

Из расчетов следует, что переход от оптимального выходного устройства с охлаждаемой верхней стенкой сопла к устройству с неохлаждаемой стенкой приводит к увеличению тяги примерно на 2% и донного давления на 5%.

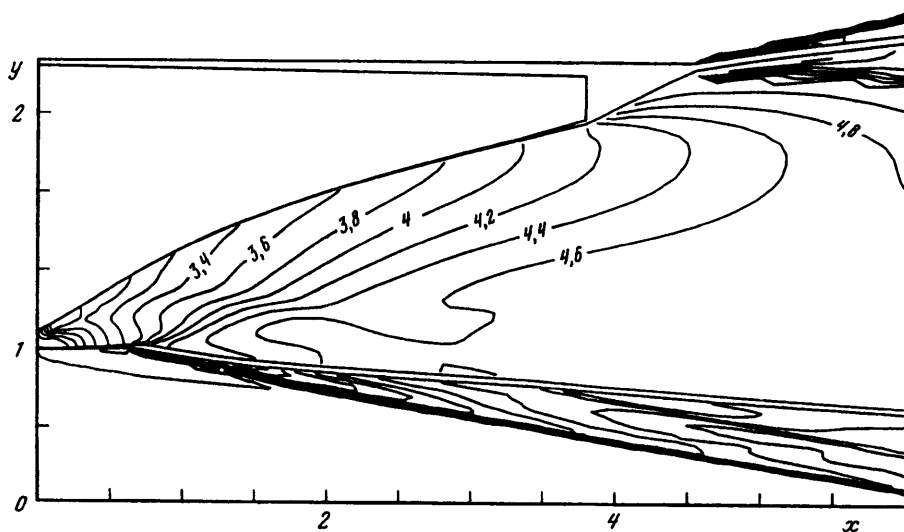
3. Для исследования влияния длины x_m на оптимальный контур выходного устройства и тягу были проведены соответствующие расчеты для четырех значений длины $x_m = 2; 3; 3,8; 4,5$ при $M_H = 12, x_4 = 0,7$. Начальные данные для расчетов пограничных слоев те же, как в разд. 1. Полученные оптимальные контуры показаны на фиг. 4. Представление о картине течения дает фиг. 5, где построены изомахи для невязкого ядра каждого потока, ограниченного линиями вытеснения пограничных слоев и зон смешения.

Изменения относительных величин суммарной силы трения $R_f = -X_f/X$ и донной силы $R_b = X_b/X$ (в %) показаны на фиг. 6 (кривые 1, 2). Здесь X – суммарная продольная сила, действующая на стенки выходного устройства в направлении оси x . Кривой 3 на графике представлена зависимость от x_m относительного приращения продольной силы выходного устройства (в %) по отношению к случаю с $x_m = 2$, т.е. $\Delta R_{\Sigma 1} = X(x_m)/X(2) - 1$.

Отметим, что силы X включают в себя потери тяги от пристеночных сил трения и выигрыш тяги от вытесняющих эффектов пограничных слоев. Из графика видно, что



Фиг. 4. Оптимальные контуры 1-4 выходного устройства для вязкого газа при $M_H = 12$, $M_0 = 2,07$ и $x_4 = 0,7$ для $x_m = 2, 3, 3,8, 4,5$



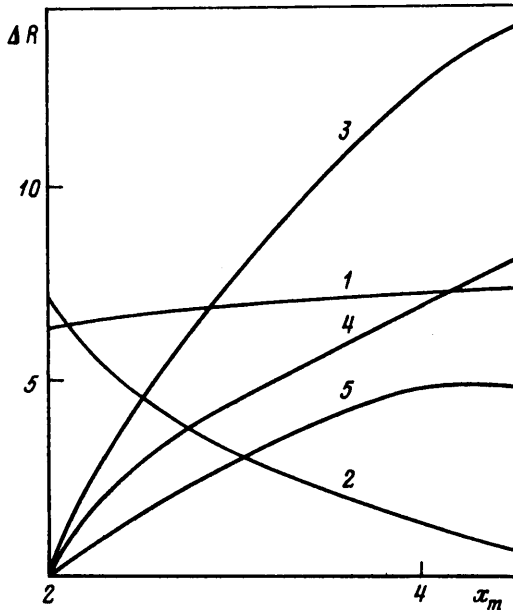
Фиг. 5. Распределение изомах в невязком ядре потока при $M_H = 12$, $M_0 = 2,07$

при увеличении длины x_m от 2 до 4,5 эффективная тяга оптимального выходного устройства возрастает примерно на 14%.

Полученный результат не дает окончательного основания для выбора длины выходного устройства x_m . Помимо сил трения и эффектов вытеснения должно быть учтено влияние ряда дополнительных факторов, зависящих от x_m . В частности, следует учесть изменение веса выходного устройства. Проведем приближенную оценку влияния этого фактора. Для летательного аппарата, летящего с постоянным ускорением, записывается уравнение движения

$$\frac{G}{g} \frac{dV}{dt} = R - X_v$$

Пусть $K = Y_v/X_v$ – качество планера, $n_x = g^{-1}dV/dt$ – коэффициент перегрузки. Учтем, что $G \approx Y_v$, тогда $R = GA$, где $A = n_x + 1/K$. В окрестности точки полярны планера, соответствующей максимальному K , можно приближенно принять $K = \text{const}$. В этом случае приращение тяги будет пропорционально приращению веса: $\Delta R = \Delta GA$. Для $M_H = 12$ примем $n_x = 0,67$, $K = 3$, тогда $A \approx 1$ и $\Delta R \approx \Delta G$.



Фиг. 6. Распределения 1–5 относительных величин (в %) суммарной силы трения $R_f = -X_f/X$, донной силы $R_b = X_b/X$, продольной тяги $\Delta R_{\Sigma 1}$ без учета изменения веса, потери тяги ΔR_w из-за роста веса и тяги $\Delta R_{\Sigma 2}$ с учетом изменения веса в зависимости от x_m

Вес меняется пропорционально площади выходного устройства. Изменение веса вычисляется для конфигурации с $x_m = 2$. Для определения соответствующего веса примем, что удельный вес материала стенки равен 7800 кг/м^3 , а толщина стенки $0,003$. Таким образом для каждой длины $x_m > 2$ находим $\Delta R = \Delta G$. Относительная величина потери тяги $\Delta R_w = \Delta R/X(x_m)$, возникающая из-за увеличения веса, приведена на фиг. 6 (кривая 4). Изменение относительной величины тяги выходного устройства от x_m при учете влияния пограничных слоев и веса оценивается по формуле

$$\Delta R_{\Sigma 2} = \Delta R_{\Sigma 1} - \Delta R_w \frac{X(x_m)}{X(2)}$$

Анализ кривой 5 для $\Delta R_{\Sigma 2}$ на фиг. 6 показывает, что при $x_m \approx 4,2$ достигается максимальная величина эффективной тяги оптимального выходного устройства. Но этот результат по-прежнему не дает окончательного основания для выбора длины выходного устройства, поскольку с изменением длины подъемная сила и момент сил выходного устройства также меняются. Для их учета необходимо исследовать обтекание всего летательного аппарата. Таким образом, окончательный выбор оптимального выходного устройства, включая выбор его длины и длины нижней стенки, связан с расчетами обтекания летательного аппарата и течения по всему тракту силовой установки, т.е. с решением более общей задачи оптимизации. Эти вопросы здесь не рассматриваются.

4. С увеличением длины x_m происходит уменьшение высоты h донного торца оптимального выходного устройства, как это видно из фиг. 4. Если не учитывать соот-

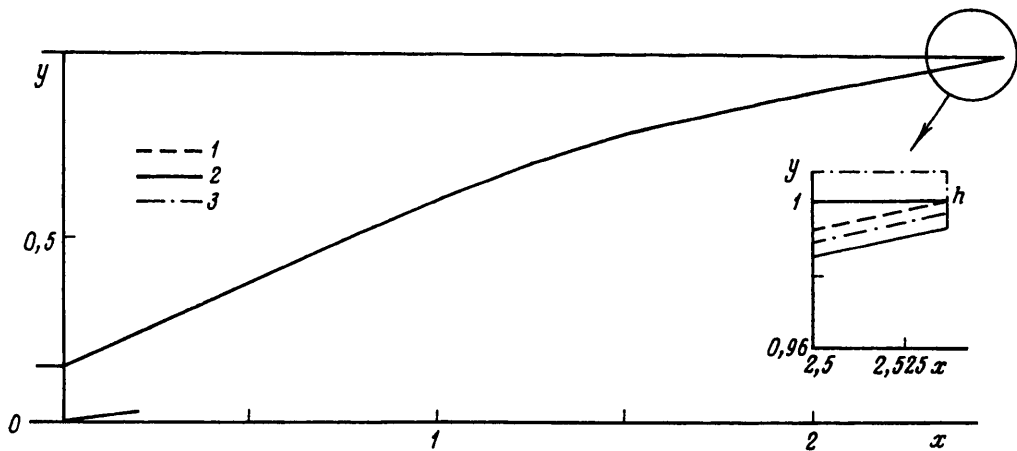
ветствующего изменения донного давления, то с некоторого значения x_m высота $h = 0$. В то же время концевой участок оптимального тела, обтекаемого вязким потоком, обязательно должен содержать донный торец [6]. При достаточно большой длине тела x_m высота торца будет мала и $h \approx \delta^*$.

В предыдущем разделе рассмотрены оптимальные выходные устройства с различными длинами. При этом наибольшее из исследованных удлинений равнялось $x_m/y_M \approx 2,47$. При дальнейшем увеличении длины x_m удовлетворительное решение получить было нельзя, поскольку высота h донного торца оптимального выходного устройства становилась много меньше толщин пограничных слоев перед торцом ($h/\delta \ll 1$). В этих условиях используемая в задаче оптимизации математическая модель донного давления становится непригодной. Решение для оптимального выходного устройства формально можно получить и без учета этого обстоятельства. При этом получится нулевая высота донного торца. Для подтверждения такого решения проведен расчет оптимального выходного устройства при $M_H = 10$, $x_m = 2,537$, $x_4 = 0,2$, $y_M = 1$, $y_1 = 0,15$ при ограничении $y_3 \leq y_M$. Наибольшую толщину имеет пограничный слой в конце кормы, оценки дали величину $\delta_4 = 0,047$. В процессе итераций при определении оптимального выходного устройства высота донного торца h становится много меньше указанной толщины δ_4 . Если для определения донного давления в этих условиях использовать имеющуюся исходную методику, то необходимое условие экстремума приводит к решению без донного торца. В результате найден оптимальный контур выходного устройства с $y_2 = y_3 = y_M$, $h = 0$.

Такое решение не является точным. Для получения более точного решения оптимизационной задачи необходимо модернизировать определение донного давления при больших δ/h . Таким образом возникает задача определения давления за торцом, обтекаемым двумя потоками, имеющими большие толщины пограничных слоев по сравнению с высотой торца ($\delta/h \gg 1$). По-видимому, строго такую задачу можно решить с использованием осредненных уравнений Навье – Стокса. Но их применение при решении оптимизационных задач связано с большими трудностями. Поэтому была рассмотрена возможность применения приближенного метода определения донного давления для этих режимов подобно тому, как это было сделано в [3] применительно к обтеканию уступа одним потоком.

Рассмотрим следующую физическую картину течения. Донный торец обтекается двумя потоками, имеющими пограничные слои с $\delta > h$, т.е. торец по существу обтекается двумя неравномерными малоскоростными потоками, которые в окрестности кромок торца могут быть и дозвуковыми. В этих условиях числа M потоков, обтекающих торец, не будут основными параметрами. Донное давление будет определяться в основном только статическими давлениями указанных потоков. Исходя из этих физических представлений, сделаем предположение: донное давление в этих условиях определяется величиной статического давления того потока, у которого это давление больше. Пусть, например, статическое давление p_2 соплового потока перед торцом больше статического давления p_3 внешнего потока в конце кормы ($p_2 > p_3$). В этом случае донное давление p_b определяется величиной p_2 , причем при $h/\delta \rightarrow 0$ отношение $p_b/p_2 \rightarrow 1$. Такое предположение позволяет использовать для нахождения p_b/p_2 при малых h/δ аппроксимационную формулу [3].

Будем использовать следующую модифицированную схему расчета p_b для режимов $h/\delta \ll 1$. Принимаем, что исходный метод расчета p_b может использоваться, если $\delta/h \leq \beta$, где $\beta = 1-2$. Если в процессе оптимизационных расчетов на какой-либо итерации достигается $\delta_3/h > \beta$ (или $\delta_2/h > \beta$), то вначале производится расчет донного давления с помощью исходного метода для вспомогательного варианта с $\delta_3/h_B = \beta$, где h_B – высота донного торца базового варианта. Для этого варианта определяются $\delta_2/h_B = \beta\delta_2/\delta_3$ и величина $p_b/\max(p_2, p_3)$. Если, например, $p_2 > p_3$, то находится величина $(p_b/p_2)_B$. Затем для определения искомого значения p_b используется аппроксимацион-



Фиг. 7. Оптимальные контуры 1-3 выходного устройства с отсутствием и наличием малого донного торца при ограничении ($2 - h = 0,007$) и без ограничения ($3 - 0,012$) на высоту y_3

ная формула [3]

$$\frac{p_b}{p_2} = 1 - \left[1 - \left(\frac{p_b}{p_2} \right)_B \right] \sqrt{\frac{h}{\delta_2} \frac{\delta_2}{h_B}}$$

Предложенная модифицированная методика расчета является приближенной, но ее применение может быть оправдано тем, что при $h/\delta \rightarrow 0$ донная сила $p_b h$ также будет стремиться к нулю.

С использованием модифицированной методики определения донного давления были повторены расчеты оптимального контура выходного устройства для приведенных выше начальных данных. В результате был получен контур выходного устройства, содержащий малый донный торец ($h = 0,007$, $\delta_3/h = 6,35$, $\delta_2/h = 2,96$, $p_b/p_2 = 0,564$, $p_b/p_3 = 4,09$) (фиг. 7). Этот контур дает примерно на 0,08% большую тягу, чем рассмотренный выше контур без донного торца. На правом краю фиг. 7 концевой участок полученного контура дан в увеличенном масштабе кривой 2 ($h = 0,007$). Здесь же кривой 1 показан концевой участок оптимального выходного устройства без донного торца ($h = 0$), полученного выше без учета соответствующего изменения донного давления.

В рассмотренных выше примерах было наложено ограничение на высоту концевой сечения выходного устройства ($y_3 \leq y_M$). Если это ограничение снять, то высота донного торца и тяга оптимального выходного устройства увеличиваются. В результате расчета было получено оптимальное выходное устройство с параметрами: $h = 0,012$, $y_3 = 1,0086$, $\delta_3/h = 3,96$, $\delta_2/h = 1,84$, $p_b/p_2 = 0,448$, $p_b/p_3 = 3,12$ (кривая 3 на фиг. 7). Найденная тяга оказалась примерно на 0,15% больше тяги исходного выходного устройства с $y_3 = y_M$ и $h = 0$.

Проведенные расчеты показали применимость разработанной приближенной методики определения p_b при $h/\delta \rightarrow 0$ в задачах оптимизации. Однако для их количественной проверки требуются соответствующие сравнения с экспериментальными данными.

Заключение. Прямым методом решения оптимизационных задач определены контуры двумерного сверхзвукового выходного устройства реактивного двигателя, дающие максимальную эффективную тягу при заданных условиях полета. Исследовано влияние различных факторов на форму оптимального выходного устройства и его тягу, в частности пограничных слоев, длин, внешнего обтекания, донного торца. По-

казано, что при течении вязкого газа в оптимальном контуре, полученном для невязкого газа, реализуются дополнительные потери тяги около 0,5%.

Увеличение начальных толщин вытеснения пограничных слоев на входе в сопло ведет к уменьшению сил трения и к увеличению интеграла сил давления, возникающего из-за вытесняющего эффекта пограничных слоев. Начиная с некоторой толщины рост интеграла сил давления превосходит потери тяги из-за сил трения, а удельная тяга для сопла с вязким газом становится больше ее величины для невязкого газа. Увеличение длины оптимального выходного устройства приводит к уменьшению высоты донного торца, к изменению знака угла наклона нижней стенки сопла с отрицательного на положительное значение, а угла наклона кормы – с положительного на отрицательное значение.

Разработана методика расчета донного давления за торцом, имеющим малую высоту по сравнению с толщиной пограничного слоя. Оптимальный контур выходного устройства, полученный для относительно большой длины по этой методике, содержит донный торец и дает более высокую тягу, чем контур без торца.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аукин М.К., Тагиров Р.К. Применение прямого метода для определения оптимального контура сверхзвукового выходного устройства реактивного двигателя // Изв. РАН. МЖГ. 1998. № 1. С. 169–178.
2. Авдеевский В.С. Метод расчета пространственного турбулентного пограничного слоя в сжимаемом газе // Изв. АН СССР. Механика и машиностроение. 1962. № 4. С. 3–12.
3. Аукин М.К., Тагиров Р.К. Расчет донного давления и энтальпии за плоским или осесимметричным уступом, обтекаемым сверхзвуковым потоком, с учетом, влияния начального пограничного слоя // Изв. РАН. МЖГ. 1999. № 2. С. 110–119.
4. Аукин М.К., Тагиров Р.К. Конечно-разностная схема второго порядка для расчета трехмерных сверхзвуковых течений идеального газа // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1989. Т. 29. № 7. С. 1057–1066.
5. Ebrahimi Houshang B. Parametric investigation of the effect of various phenomena on the performance of a scramjet nozzle // AIAA Paper. 1995. № 95-6048. 17 p.
6. Тагиров Р.К. О необходимости донного торца для оптимальной кормовой части двумерного тела при наличии пограничного слоя // Изв. РАН. МЖГ. 1993. № 4. С. 199–203.

Москва

Поступила в редакцию
24.XI.1998