

УДК 533.6.011.55

© 2000 г. В.Н. ГОЛУБКИН, Д.С. ПОСТНОВ

ОПТИМИЗАЦИЯ ФОРМЫ КРЫЛА В ГИПЕРЗВУКОВОМ ПОТОКЕ ГАЗА С УЧЕТОМ НЕРАВНОВЕСНОСТИ

Разработана вариационная методика определения оптимальных форм крыла малого удлинения, учитывающая неравновесный характер течения. Методика применена к задаче определения оптимальных форм крыла в условиях земной атмосферы. Изучено влияние реальных свойств воздуха на оптимальные формы и максимальное аэродинамическое качество.

Выполненные к настоящему времени исследования по определению формы несущего тела, обладающего оптимальными аэродинамическими свойствами в гиперзвуковом потоке, основаны на использовании известных точных решений в рамках модели совершенного газа [1, 2] или на приближенных формулах Ньютона и Ньютона – Буземана для давления [3]. На траектории полета воздушно-космических летательных аппаратов в атмосфере имеются участки существенно неравновесного протекания физико-химических реакций в высокотемпературном воздухе, что влияет на распределение давления и на интегральные аэродинамические характеристики [4, 5]. Оптимальные формы тонких профилей и тел вращения исследовались в [6, 7] в рамках линеаризованной теории неравновесных сверхзвуковых течений. Методы решения и даже формулировки нелинейных задач оптимизации с учетом неравновесности в точной постановке в настоящее время отсутствуют.

Рациональный приближенный подход к оптимизации крыльев, обтекаемых гиперзвуковым потоком, основан на теории тонкого ударного слоя [8–10]. Этот метод, предложенный Г.Г. Черным [8], позволяет уточнить предельные ньютоновские результаты путем построения приближения по малому параметру теории тонкого ударного слоя, характеризующему отношение плотностей потока на головном скачке уплотнения. Он дает также возможность наглядно представить влияние неравновесных процессов на характер течения и аэродинамические характеристики тела [11–14]. Таким образом, в первом приближении к ньютоновскому решению получают уточненные характеристики обтекания, на которые оказывают влияние неравновесные процессы, протекающие в газе при высоких температурах.

Целью настоящей работы являются изложение и реализация вариационной методики определения оптимальных форм крыла малого удлинения, обеспечивающих максимальное гиперзвуковое качество, в первом приближении к ньютоновскому решению для случая неравновесного обтекания. Рассматривался режим обтекания летательного аппарата, совершающего планирующий вход в атмосферу с использованием подъемной силы, когда углы атаки велики и основные аэродинамические и тепловые нагрузки действуют на его почти плоскую нижнюю поверхность. Предложены новые способы повышения качества крыльев в релаксирующем гиперзвуковом потоке вязкого газа применительно к траектории снижения гиперзвукового аппарата в земной атмосфере.

1. Рассмотрим гиперзвуковое обтекание крыла малого удлинения под углом атаки. Выберем связанную с крылом систему координат $x^0y^0z^0$, ось x^0 которой направлена вдоль корневой хорды вниз по потоку, ось y^0 – в сторону нижней поверхности, ось z^0 – по размаху крыла. Пусть вектор скорости набегающего потока V_∞ параллелен

плоскости $z^0 = 0$ и образует с плоскостью $y^0 = 0$ угол атаки α . Обозначим через u^0, v^0, w^0 проекции вектора скорости течения V на оси x^0, y^0, z^0, p^0 и ρ^0 – соответственно давление и плотность газа, индексом ∞ будем обозначать параметры набегающего потока. Толщину крыла полагаем малой.

Газодинамический параметр метода тонкого ударного слоя имеет вид [8]

$$\varepsilon = \frac{\rho_\infty}{\rho_s} = \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} + \frac{2}{(\kappa + 1)M_\infty^2 \sin^2 \alpha}$$

Пределный переход $\varepsilon \rightarrow 0, \kappa \rightarrow 1, M_\infty \rightarrow \infty$ осуществляется при условии $\varepsilon M_\infty^2 \sin^2 \alpha = O(1)$.

Полагая удлинение крыла равным по порядку величины углу Маха в ударном слое, а относительную толщину – толщине слоя, осуществим переход к безразмерным координатам, имеющим при $\varepsilon \rightarrow 0$ порядок $O(1)$

$$x = x^0 / L, \quad y = y^0 / L \varepsilon \operatorname{tg} \alpha, \quad z = z^0 / L \varepsilon^{1/2} \operatorname{tg} \alpha$$

где L – продольный размер крыла. При таком выборе масштаба в направлении z^0 течение в ударном слое является существенно трехмерным и не может рассматриваться в рамках обычного правила полос [5], что создает наибольшие математические сложности при решении сформулированной задачи. Формы скачка уплотнения и наветренной поверхности крыла описываются функциями $y = s(x, z)$ и $y = b(x, z)$. Проекция передней кромки крыла на базовую плоскость $y = 0$ описывается уравнением $x = x_e(z)$ или $z = z_e(x)$.

Асимптотические разложения компонент скорости, давления и плотности в ударном слое имеют вид

$$\begin{aligned} u^0 / V_\infty &= \cos \alpha + \varepsilon u(x, y, z) \sin \alpha \operatorname{tg} \alpha + O(\varepsilon^2) \\ v^0 / V_\infty &= \varepsilon v(x, y, z) \sin \alpha + O(\varepsilon^2) \\ w^0 / V_\infty &= \varepsilon^{1/2} w(x, y, z) \sin \alpha + O(\varepsilon^{3/2}) \\ (p^0 - p_\infty) / \rho_\infty V_\infty^2 &= (1 + \varepsilon p(x, y, z)) \sin^2 \alpha + O(\varepsilon^2) \\ \rho^0 / \rho_\infty &= \varepsilon^{-1} \rho(x, y, z) + \rho_1(x, y, z) + O(\varepsilon) \end{aligned} \quad (1.1)$$

Подстановка выражений (1.1) в газодинамические уравнения неразрывности и количества движения дает систему

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} &= -\left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \ln \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \ln \rho}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (1.2)$$

с граничными условиями на ударной волне

$$\begin{aligned} u_s &= u(x, s, z) = -\frac{\partial s}{\partial x} \\ v_s &= v(x, s, z) = \frac{\partial s}{\partial x} - \left(\frac{\partial s}{\partial z} \right)^2 - 1 \end{aligned}$$

$$w_s = w(x, s, z) = -\frac{\partial s}{\partial z}$$

$$p_s = p(x, s, z) = -1 - \left(\frac{\partial s}{\partial z}\right)^2 + 2\frac{\partial s}{\partial x} \quad (1.3)$$

$$\rho(x, s, z) = \rho_s = 1, \quad y = s(x, z)$$

$$v(x, b, z) = \frac{\partial b(x, z)}{\partial x} + w(x, b, z) \frac{\partial b(x, z)}{\partial z}, \quad y = b(x, z)$$

Из (1.2) следует, что функции $\psi = w$ и $\chi = z - \psi x$ сохраняются вдоль линий тока и могут быть выбраны в качестве функций тока. Вдоль линии тока справедливы выражения

$$\psi = w_s = -\frac{\partial s(\xi, \zeta)}{\partial z}, \quad \chi = z + \frac{\partial s(\xi, \zeta)}{\partial z} x = \chi_s$$

где ξ и ζ – абсцисса и аппликата точки пересечения линией тока скачка уплотнения. Уравнение ортогональной проекции линии тока на плоскость $y = 0$ имеет вид

$$\zeta = z + (x - \xi) \frac{\partial s(\xi, \zeta)}{\partial z} \quad (1.4)$$

В [12, 13] показано, что в результате интегрирования в переменных ψ, χ системы (1.2) получается соотношение, связывающее форму скачка уплотнения с формой тела

$$s(x, z) = b(x, z) + \int_{\xi_b(x, z)}^x \frac{\partial \zeta(x, \xi, z)}{\partial z} \rho^{-1}(x - \xi) d\xi$$

где индекс b относится к поверхностным линиям тока. С учетом (1.4) получаем соотношение

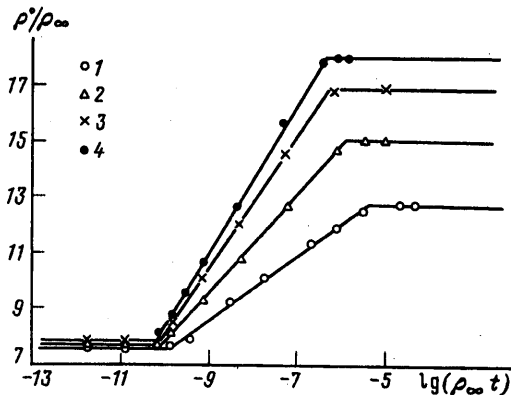
$$s(x, z) = b(x, z) + \int_{\xi_b(x, z)}^x \frac{1}{\rho(x - \xi)} \left(1 - (x - \xi) \frac{\partial^2 s(\xi, \zeta)}{\partial z^2}\right)^{-1} d\xi \quad (1.5)$$

При известной основной функции $s(x, z)$ все остальные искомые функции представимы в виде квадратур и функциональных зависимостей.

2. В случае газа с постоянным показателем адиабаты, далее именуемого совершенным, или равновесно реагирующего газа из уравнения адиабатичности следует, что в главном приближении плотность постоянна ($\rho \equiv 1$). Для существенно неравновесных течений она является переменной и определение функции ρ требует решения одномерных уравнений, которые описывают изменение вдоль линий тока параметров, характеризующих состав и состояние газовой смеси при постоянных (в главном члене) давлении и энтальпии [12, 14]. Вследствие этого функция плотности зависит от разности $x - \xi$ и может быть найдена путем численного расчета одномерного течения релаксирующего воздуха за ударной волной. Анализ результатов численного решения соответствующей задачи [11, 12] показал, что на высотах $H = 40-70$ км и при гиперзвуковых скоростях допустима кусочная аппроксимация функции ρ

$$\rho(x - \xi) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x - \xi \leq \sigma_f \\ 1 + K_n \ln \frac{x - \xi}{\sigma_f}, & \sigma_f \leq x - \xi \leq \sigma_e \\ 1 + \Delta\rho, & x - \xi \geq \sigma_e \end{cases} \quad (2.1)$$

$$K_n = \frac{\Delta\rho}{\ln(\sigma_e / \sigma_f)}$$



Фиг. 1. Зависимость относительной плотности ρ/ρ_∞ от логарифма параметра бинарного подобия $\rho_\infty t$ при различных скоростях набегающего потока: $V_\infty = 5$ (1), 6 (2), 7(3), 8(4) км/с

Для изучения зависимости протяженности характерных зон от параметров набегающего потока рассмотрим величины $l_e = \lg(\tau_\infty \sigma_e)$ и $l_f = \lg(\tau_\infty \sigma_f)$, $\tau_\infty = L\rho_\infty/(V_\infty \cos \alpha)$.

Результаты [4] численных расчетов параметров воздуха за ударной волной при скоростях $V_\infty = 3-8$ км/с на высотах $H = 45-70$ км подтверждают, что выражения типа (2.1) удачно описывают поведение функции плотности в зоне релаксации в указанном диапазоне высот и скоростей. На фиг. 1 приведены зависимости результатов расчета отношения ρ^0/ρ_∞ от логарифма параметра бинарного подобия $\rho_\infty t = \tau_\infty x$ на высоте $H = 70$ км при различных скоростях набегающего потока.

Получены аппроксимационные выражения, описывающие зависимости l_e и l_f от V_∞ на различных высотах

$$l_e(V_\infty) = \begin{cases} -0,35V_\infty - 3,64, & H = 70 \text{ км} \\ \begin{cases} -0,3V_\infty - 4,36, & V_\infty \geq 4,4 \\ -5,68, & V_\infty < 4,4 \end{cases}, & H = 60 \text{ км} \\ \frac{2,3}{V_\infty - 2} - 7,1, & H = 45 \text{ км} \end{cases}$$

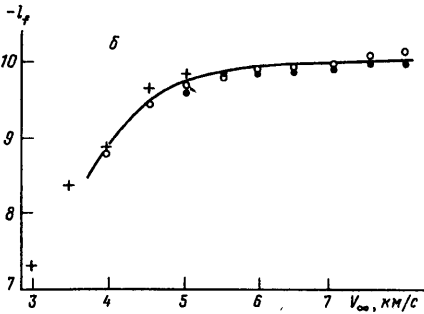
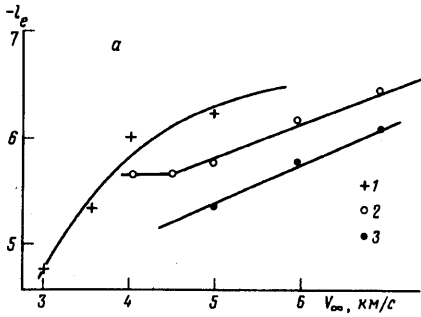
Аппроксимационные зависимости $l_f(V_\infty)$ для различных высот приведены на фиг. 2. Они располагаются вблизи кривой $l_f = (1,28/(V_\infty - 3))^{10/7} - 10,53$. Величина $\Delta\rho$ монотонно растет при увеличении как высоты, так и скорости, причем зависимость от скорости выражена значительно сильнее (фиг. 3).

3. Определим действующие на крыло аэродинамические силы, полагая, что рассматриваемое крыло обладает прямой задней кромкой, а головной скачок уплотнения присоединен к острой передней кромке. Применив теорему импульсов к объему, ограниченному нижней поверхностью крыла, скачком уплотнения и сечением ударного слоя плоскостью $x^0 = L$, получим выражения для нормальной и осевой сил, действующих на нижнюю поверхность крыла [17]

$$Y = \iint_{\Sigma} \rho^0 (v^0 - v_\infty) u_0 dy^0 dz^0 + p_\infty \Sigma_\Gamma$$

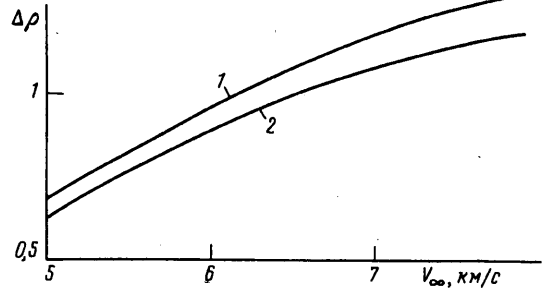
$$X = \iint_{\Sigma} (p^0 - p_\infty + \rho^0 (u^0 - u_\infty) u^0) dy^0 dz^0 + p_\infty \Sigma_B$$

$$u_\infty = V_\infty \cos \alpha, \quad v_\infty = -V_\infty \sin \alpha$$



Фиг. 2

Фиг. 2. Зависимости параметров l_e (а) и l_f (б) от скорости набегающего потока на различных высотах: $H = 45$ (1), 60 (2), 70 (3) км



Фиг. 3

Фиг. 3. Зависимость $\Delta\rho$ от скорости на высоте 75 (1), 60 (2) км

где Σ_Γ и Σ_B – площади проекций крыла на плоскости x^0y^0 и y^0z^0 , Σ – площадь кормового сечения ударного слоя. Учитывая малость давления в набегающем потоке по сравнению с характерным давлением за скачком, получаем

$$Y = \epsilon^{1/2} \rho_\infty V_\infty^2 L^2 \operatorname{tg} \alpha \sin^2 \alpha \iint_{\Sigma} \rho dy dz + O(\epsilon^{3/2})$$

Используя интегральное уравнение сохранения массы для контрольного объема

$$\rho_\infty [(\Sigma_B + \Sigma) u_\infty + \Sigma_\Gamma v_\infty] = \iint_{\Sigma} \rho^0 u^0 dy^0 dz^0$$

и полагая

$$\sigma_\Gamma = \frac{\Sigma_\Gamma}{\epsilon^{1/2} L^2 \operatorname{tg} \alpha}, \quad \sigma_B = \frac{\Sigma_B}{\epsilon^{3/2} L^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}, \quad \sigma = \frac{\Sigma}{\epsilon^{3/2} L^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

получаем

$$\sigma_\Gamma = \iint_{\Sigma} \rho dy dz$$

Выражение для подъемной силы приобретает вид

$$Y = \epsilon^{1/2} \rho_\infty V_\infty^2 L^2 \operatorname{tg} \alpha \sin^2 \alpha \sigma_\Gamma + O(\epsilon^{3/2})$$

Для продольной силы аналогично получаем

$$X = -\epsilon^{3/2} \rho_\infty V_\infty^2 L^2 \operatorname{tg}^2 \alpha \sin^2 \alpha \left(\sigma + \iint_{\Sigma} \rho u dy dz \right) + O(\epsilon^{5/2}) =$$

$$= \varepsilon^{3/2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 L^2 \operatorname{tg}^2 \alpha \sin^2 \alpha \sigma_{\Gamma} Q + O(\varepsilon^{3/2})$$

$$Q = -\frac{1}{\sigma_{\Gamma}} \left(\iint_{\Sigma} \rho u dy dz + \sigma \right)$$

В поточной системе координат аэродинамическое качество определяется как

$$K = \frac{Y \cos \alpha - X \sin \alpha}{Y \sin \alpha + X \cos \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha - \frac{2\varepsilon Q}{\sin 2\alpha} = K_N - \frac{2\varepsilon Q}{\sin 2\alpha}$$

Здесь K_N – аэродинамическое качество пластины в ньютоновском пределе.

Представим функционал Q в виде

$$Q = R - \frac{\sigma}{\sigma_{\Gamma}}, \quad R = -\frac{1}{\sigma_{\Gamma}} \iint_{\Sigma} \rho u dy dz$$

Учитывая взаимосвязь дифференциалов dy и $d\xi$

$$dy = \frac{\partial \zeta(x, y, z)}{\partial z} \frac{d\xi}{\rho(x - \xi)}$$

перейдем от переменных y, z к ξ, z

$$R = -\frac{2}{\sigma_{\Gamma}} \int_0^{z_e(1,z)} \int_{b(1,z)}^1 \rho u dy dz = -\frac{2}{\sigma_{\Gamma}} \int_0^{z_e(1)} \int_{\xi_b(1,z)}^1 u \frac{\partial \zeta(1, \xi, z)}{\partial z} d\xi dz$$

Из первого уравнения системы (1.2) следует неизменность продольной компоненты скорости u вдоль линии тока в ударном слое. Учитывая граничные условия (1.3), получаем

$$u = -\frac{\partial s(\xi, \zeta)}{\partial x}$$

В переменных ξ, ζ функционал R принимает вид

$$R = \frac{2}{\sigma_{\Gamma}} \int_0^{z_e(1)} \int_{x_e(\zeta)}^1 \frac{\partial s(\xi, \zeta)}{\partial x} d\xi d\zeta$$

Интегрируя по ξ и переобозначая ζ на z , получим

$$R = \frac{2}{\sigma_{\Gamma}} \int_0^{z_e(1)} (s(1, z) - s(x_e(z), z)) dz \quad (3.1)$$

Выражения для приведенных площадей имеют вид

$$\sigma_{\Gamma} = 2 \int_0^{z_e(1)} (1 - x_e(z)) dz, \quad \sigma = 2 \int_0^1 \frac{z_e(x) dx}{\rho(1-x)}$$

В итоге задача о нахождении максимального гиперзвукового качества сводится к минимизации одномерного функционала

$$Q = \left(\int_0^{z_e(1)} (s(1, z) - s(x_e(z), z)) dz - \int_0^1 \frac{z_e(x) dx}{\rho(1-x)} \right) \left(\int_0^1 (1 - x_e(z)) dz \right)^{-1}$$

При этом полагаем заданными параметры потока $V_{\infty}, \rho_{\infty}, \alpha$ и длину корневой хорды крыла L , а в качестве изопериметрического условия – приведенную площадь крыла в плане, т.е. (в главном порядке) подъемную силу.

Выбор формы в плане и пространственной формы поверхности крыла, обеспечивающих отрицательное значение функционала R , позволяет достичь существенного приращения качества по сравнению с ньютоновским пределом. Из (3.1) следует, что для таких крыльев проекция передней кромки крыла на плоскость $x = 1$ должна располагаться ниже корневого сечения скачка уплотнения. Соответствующую форму скачка будем искать в классе функций $s(x, z) = kz^n \ln(\delta + x)$, где k , n и δ – произвольные формпараметры. При заданной функции $\rho(x)$ значение Q определяется формами скачка и проекции передней кромки. После того как они найдены, форма поверхности крыла определяется из (1.5) решением обратной задачи по методике [17, 15].

Решение вариационной проблемы разделяется на два этапа. На первом происходит выбор оптимальной формы крыла в плане при заданной форме скачка. Решение этой задачи дает при $k > 0$ для крыла с носовым срезом $z_e(0) \neq 0$ положительное минимальное значение функционала R . Поскольку при $k < 0$ K_{\min} превышает значение K_{\max} для $k > 0$, то решение второй части вариационной задачи следует искать в области $k < 0$, где достигается еще большее приращение качества, так как в этом случае и $R < 0$, а в экстремуме наблюдается не минимум, а максимум.

Метод прямого решения полной задачи оптимизации заключается в нахождении функций $s(x, z)$ из ранее выбранного класса, причем для каждой из них частичная задача оптимизации решается путем вариации ряда независимых параметров, определяющих форму передней кромки. В настоящем исследовании рассматривается достаточно широкий класс крыльев, обладающих, вообще говоря, носовым срезом, боковой участок кромки которых описывается кубической параболой с осью, выходящей из точки $z_0 \geq 0$ и наклоненной под углом θ к продольной оси

$$z_e(x) = z_0 + x \operatorname{tg} \theta + \Delta z_e(x)$$

$$\Delta z_e(x) \cos \theta = \Phi \left(\frac{x}{\cos \theta} + \Delta z_e(x) \sin \theta \right)$$

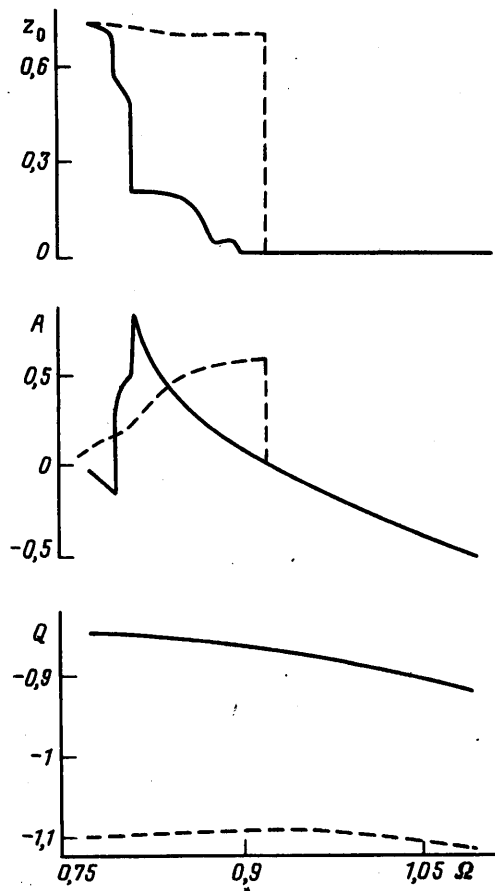
$$\Phi(\eta) = A\eta(\eta - l_1)(\eta - l_2), \quad l_2 = \sqrt{1 + (\Omega - z_0)^2}, \quad \operatorname{tg} \theta = \Omega - z_0$$

Здесь Ω – приведенный полуразмах крыла, l_1 определяется из изопериметрического условия. Частичная задача оптимизации сводится к выбору свободных формпараметров A и z_0 .

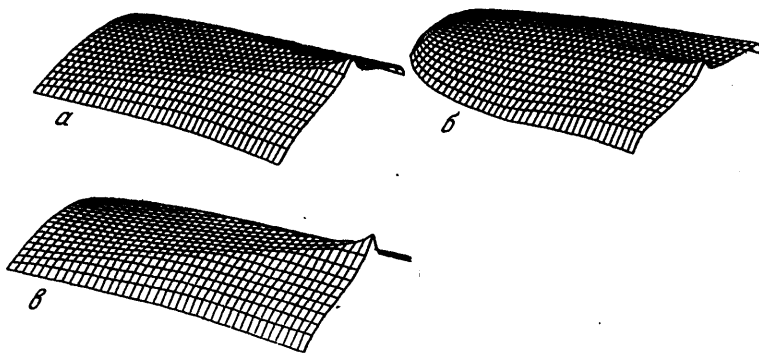
В результате установлено, что оптимальная форма скачка уплотнения описывается функцией $s(x, z) = -0,5z^2 \ln(x + 0,38)$. Решение проводилось для крыла длиной 4 м с площадью в плане $2\sigma_0 = 1,5-3,5$ для трех характерных точек на предполагаемой траектории воздушно-космического аппарата: 1) $H = 70$ км, $M_\infty = 22,5$, $\alpha = 45^\circ$; 2) $H = 60$ км, $M_\infty = 16$, $\alpha = 45^\circ$; 3) $H = 45$ км, $M_\infty = 5,5$, $\alpha = 30^\circ$.

Для первой точки $\sigma_f = 7,3 \cdot 10^{-5}$, $\sigma_e = 5$; для второй $\sigma_f = 3,7 \cdot 10^{-5}$, $\sigma_e = 0,78$, в третьей точке влияние неравновесности пренебрежимо мало, поскольку температура газа за скачком уплотнения в этом случае сравнительно невелика. Результаты расчетов представлялись в виде зависимостей $z_0 = z_0(\Omega)$, $A = A(\Omega)$. Определялась также зависимость минимальной величины функционала $Q(\Omega)$. Результаты расчетов для $H = 60$ км и $\sigma_0 = 0,75$ приведены на фиг. 4. Сплошной кривой показаны результаты расчетов, учитывающих неравновесность, штриховой – для газа с постоянным показателем адиабаты. На фиг. 5 в исходных координатах x^0 , y^0 , z^0 приведены оптимальные формы нижней поверхности крыла для $\sigma_0 = 1$ и $\Omega = 1,15$. Верхняя конфигурация соответствует точке 1, средняя – точке 2, нижняя – точке 3.

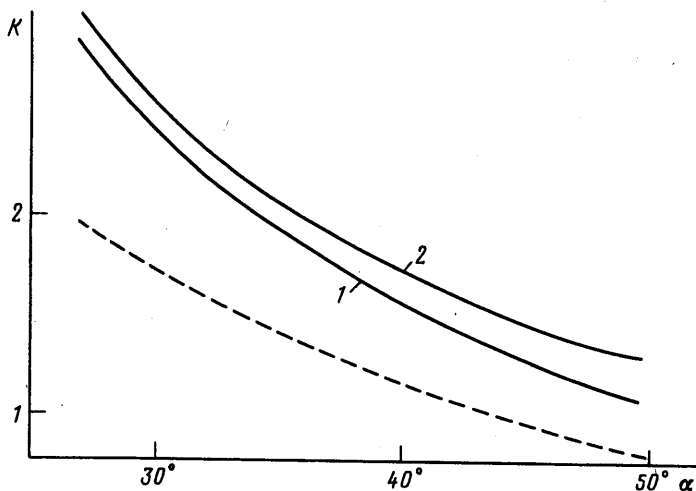
Построение решения начиналось с некоторой величины $\Omega > \sigma_0$. При малых значениях полуразмаха получаются оптимальные крылья с широким носовым срезом, однако при дальнейшем увеличении Ω решение становится двузначным: появляются две его ветви, дающие близкие значения Q_{\min} , но существенно разные формы оптимальных крыльев в плане. Первая ветвь дает крыло с широким носовым срезом,



Фиг. 4. Зависимость формпараметров оптимального крыла при $\sigma_0 = 0,75$ и $H = 60$ км от приведенного полуразмаха Ω . Сплошная кривая – совершенный газ, штриховая – газ с постоянным показателем адиабаты



Фиг. 5. Оптимальные формы нижней поверхности крыла на высотах 70(а), 60(б), 45(в) км при $\sigma_0 = 1$ и $\Omega = 1,15$



Фиг. 6. Зависимость аэродинамического качества оптимального крыла от угла атаки в потоке неравновесного газа (1) и газа с постоянным показателем адиабаты (2); штриховая линия – $K = \text{ctg} \alpha$.

вторая – заостренное крыло при малых значениях площади или крыло с малым и слабо изменяющимся по мере роста Ω затуплением. При увеличении приведенного полуразмаха меньшие значения Q_{\min} дает сначала первая ветвь, а потом – вторая. Значение $\Omega = \Omega^*$; при котором обеим ветвям отвечают одинаковые значения Q_{\min} , очевидно, является точкой бифуркации процесса оптимизации. В этой точке параметр A испытывает скачкообразное изменение, которое при достаточно больших значениях площади в плане сопровождается изменением его знака, а зависимость $Q_{\min}(\Omega)$ претерпевает ярко выраженный излом, причем после точки бифуркации уменьшение Q_{\min} , а следовательно, и рост аэродинамического качества с ростом полуразмаха происходят значительно быстрее.

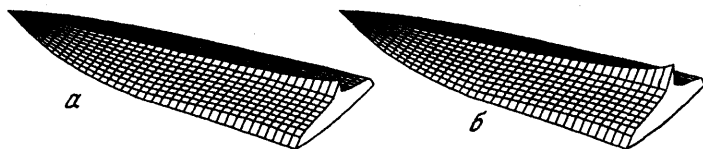
Таким образом, при средних и больших значениях площади крыла в плане расчеты, проведенные с учетом неравновесности, подтверждают основные закономерности, которые ранее были выявлены в рамках теории совершенного газа [16]. Однако полученные в настоящей работе значения Ω^* оказываются меньше тех, которые получаются без учета реальных свойств газа, т.е. под влиянием неравновесности бифуркация происходит при меньших значениях полуразмаха крыла. Так, при $H = 70$ км и $\sigma_0 = 1$ имеем $\Omega_n^* = 1,198$ (вместо предсказанного в рамках модели совершенного газа $\Omega^* = 1,215$), при $\sigma_0 = 1,25$ $\Omega_n^* = 1,462$ ($\Omega^* = 1,475$), при $\sigma_0 = 1,75$ $\Omega_n^* = 1,974$ ($\Omega^* = 1,983$). Таким образом, при малых значениях площади крыла влияние реальных свойств газа более существенно.

При $\sigma_0 = 0,75$ уточнения носят качественный характер. Так, при $H = 60$ км наблюдаются две точки бифуркации: $\Omega_{1n}^* = 0,795$ и $\Omega_{2n}^* = 0,812$, в которых полуширина носового среза z_0 меняется от 0,7 до 0,573 и от 0,471 до 0,195 соответственно. При дальнейшем росте полуразмаха z_0 уменьшается плавно и оптимальное крыло становится заостренным лишь при $\Omega = 0,9$. В совершенном газе имелась одна точка бифуркации $\Omega^* = 0,923$ с резким падением z_0 от 0,701 до нуля.

На фиг. 6 приведены зависимости аэродинамического качества оптимального крыла фиксированного геометрического размаха на высоте $H = 60$ км в потоке с $M_\infty = 25,4$, имеющего при $\alpha = 45^\circ$ приведенный полуразмах $\Omega = 1,12$. Кривая 1 показывает результат применения изложенного метода, кривая 2 – результаты расчетов, прове-

денных в рамках модели совершенного газа, а штриховая кривая – $K_N = \text{ctg } \alpha$. Как видно, учет неравновесности приводит к уменьшению расчетного аэродинамического качества, которое по мере роста угла атаки становится более значительным вследствие роста нормальной к скачку составляющей скорости.

С практической точки зрения интерес представляет определение диапазона значений Ω , при которых оптимальные формы крыльев в плане на различных высотах достаточно консервативны и не различаются существенным образом. Очевидно, что



Фиг. 7. Формы нижней поверхности оптимального крыла и присоединенного скачка уплотнения при $\sigma_0 = 0,75$ и $\Omega = 1$ для высот 70(а), 45(б) км

выбор крыла, не обладающего указанным свойством, представляется заведомо нецелесообразным. Такие крылья имеют размах, значение которого попадает в промежуток, ограниченный точками бифуркации, соответствующими высотам $H = 60$ и 45 км. Среди таких крыльев при полете на малых высотах с небольшим числом Маха, когда влияние реальных свойств газа мало, с точки зрения аэродинамики более выигрышными оказываются крылья, обладающие широким носовым срезом, а на средних высотах при полете с высокой гиперзвуковой скоростью, когда неравновесность ведет к значительному росту плотности в зоне релаксации, предпочтительнее крылья с острой вершиной или с узким носовым срезом.

С увеличением высоты полета влияние неравновесности снижается и оптимальная форма несущей поверхности претерпевает переход от второго типа к первому при некотором значении Ω , принадлежащем "критическому" интервалу. Что же касается ширины этого интервала, то она сокращается от $0,127$ при $\sigma_0 = 0,75$ до $0,026$ при $\sigma_0 = 1,5-1,75$. Для оптимальных крыльев вне данного интервала, обладающих указанным свойством консервативности, неравновесность влияет в основном на форму нижней поверхности вследствие релаксационного уменьшения толщины ударного слоя [15, 16] (фиг. 7).

Отметим также, что с ростом высоты все более существенным становится влияние вязкости. Как показано в [18, 19], учет трения приводит к сдвигу точки бифуркации в сторону больших значений Ω , т.е. противоположно влиянию неравновесности.

Заключение. Разработана методика оптимизации формы крыла в гиперзвуковом потоке воздуха с учетом неравновесности. Установлено, что реальные свойства воздуха снижают максимальное достижимое значение аэродинамического качества и оказывают существенное влияние на его оптимальную форму в плане, но лишь в определенном диапазоне значений приведенного размаха, протяженность которого сокращается по мере роста площади крыла. Форма нижней поверхности крыла изменяется существенным образом всегда, когда распределение плотности по ударному слою существенно неравномерно.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 96-01-00629).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Современные проблемы газовой динамики / Под ред. У.Х.Т. Лоха. М.: Мир, 1971. 403 с.
2. *Rasmussen M.L.* Hypersonic flow. N.Y. et al.: Wiley, 1994. 639 p.
3. Теория оптимальных аэродинамических форм / Под ред. А. Миеле. М.: Мир, 1969. 507 с.
4. Неравновесные физико-химические процессы в аэродинамике / Под ред. Г.И. Майкапара. М.: Машиностроение, 1972. 344 с.
5. *Лунев В.В.* Гиперзвуковая аэродинамика. М.: Машиностроение, 1975. 327 с.
6. *Крайко А.Н., Ткаленко Р.А.* Тонкие плоские тела минимального волнового сопротивления в неравновесном сверхзвуковом потоке // Изв. АН СССР. МЖГ. 1967. № 4. С. 56–63.
7. *Ткаленко Р.А.* О тонких телах вращения наименьшего волнового сопротивления в неравновесном сверхзвуковом потоке // Изв. АН СССР. МЖГ. 1969. № 6. С. 74–78.
8. *Черный Г.Г.* Течения газа в большой сверхзвуковой скоростью. М.: Физматгиз, 1959. 220 с.
9. *Messiter A.F.* Lift of slender delta wings according to newtonian theory // AIAA Journal. 1963. V. 1. № 4. P. 794–802.
10. *Голубинский А.И., Голубкин В.Н.* О пространственном обтекании тонкого крыла гиперзвуковым потоком газа // Докл. АН СССР. 1977. Т. 234. № 5. С. 1032–1034.
11. *Stalker R.J.* Nonequilibrium flow over delta wings with detached shock waves // AIAA Journal. 1982. V. 20. № 12. P. 1633–1639.
12. *Голубинский А.И., Голубкин В.Н.* О гиперзвуковом обтекании крыла малого удлинения неравновесным потоком газа // Изв. АН СССР. МЖГ. 1983. № 6. С. 125–128.
13. *Голубкин В.Н., Негода В.В.* Численный расчет неравновесного обтекания крыла в приближении тонкого ударного слоя // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1985. Т. 25. № 4. С. 599–608.
14. *Кузнецов М.М.* О нестационарном пространственном обтекании тонкого крыла гиперзвуковым потоком релаксирующего газа // Докл. АН СССР. 1982. Т. 266. № 5. С. 1090–1093.
15. *Голубкин В.Н., Негода В.В.* Оптимальные формы крыльев в гиперзвуковом неравновесном потоке // ПМТФ. 1993. № 2. С. 66–72.
16. *Golubkin V.N., Negoda V.V.* Optimum lifting body shapes in hypersonic flow at high angles of attack // Theoretical and Comput. Fluid Dyn. 1995. V. 7. № 1. P. 29–47.
17. *Голубкин В.Н., Негода В.В.* Оптимизация пространственной формы несущих тел малого удлинения при гиперзвуковых скоростях // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1991. Т. 31. № 12. С. 1858–1870.
18. *Голубкин В.Н.* Несущие крылья оптимальной формы в вязком гиперзвуковом потоке // Изв. РАН. МЖГ. 1995. № 6. С. 154–164.
19. *Голубкин В.Н., Емелин Д.С.* Расчет максимального гиперзвукового качества и оптимальных форм крыльев малого удлинения с ламинарным и турбулентным пограничными слоями // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1997. Т. 37. № 10. С. 1237–1245.

Москва

Поступила в редакцию
8.X.1998