

УДК 532.5.013.4+532.584

© 1999 г. Н.И. ЛОБОВ, Д.В. ЛЮБИМОВ, Т.П. ЛЮБИМОВА

ПОВЕДЕНИЕ ДВУХСЛОЙНОЙ СИСТЕМЫ ЖИДКОСТЬ – ВЗВЕСЬ В ВИБРАЦИОННОМ ПОЛЕ

Рассмотрено поведение двухслойной системы, состоящей из однородной жидкости и взвеси тяжелых частиц в той же жидкости, под действием высокочастотных вибраций. Получены уравнения, описывающие пульсационное и осредненное движение частиц и жидкости. Рассмотрен случай, когда период вибраций и время релаксации скорости частиц и жидкой фазы соизмеримы, что приводит к сдвигу фаз колебаний частиц и жидкости. Показано, что при большей частоте вибраций и большом межфазном трении осредненное движение взвеси можно описывать в рамках одножидкостной модели. Исследована устойчивость квазиравновесного состояния двухслойной системы однородная жидкость – взвесь при горизонтальных вибрациях. Аналитически найдена граница устойчивости по отношению к монотонным возмущениям. Численно, методом дифференциальной прогонки найдена граница устойчивости по отношению к колебательным возмущениям. В отличие от случая двух жидкостей в широком диапазоне длин волн возмущений колебательная неустойчивость более опасна, чем монотонная. С ростом интенсивности вибраций граница устойчивости сдвигается в длинноволновую область, что находится в согласии с данными эксперимента.

В работах [1, 2] было экспериментально обнаружено явление возникновения неподвижного волнового рельефа на поверхности раздела двух жидкостей, подверженных горизонтальным вибрациям. Теоретически было показано, что в основе этого явления лежит неустойчивость Кельвина – Гельмгольца на границе встречных потоков [3–5]. Состояние с неподвижным волновым рельефом является в действительности квазиравновесным, т.е. поверхность раздела совершает малые (в меру малости амплитуды вибраций) колебания около среднего положения. Аналогичное явление было обнаружено экспериментально в [6] для двухслойной системы взвесь – однородная жидкость. Там же была сделана попытка использовать для описания этого явления результаты работы [3], рассматривая двухслойную систему жидкость – взвесь как систему двух несмешивающихся жидкостей с нулевым поверхностным натяжением на границе раздела. В этом случае результаты [3] приводят к выводу об образовании волнового рельефа, причем длина волны образующегося рельефа оказывается монотонно нарастающей с увеличением интенсивности вибраций, что согласуется с результатами экспериментов [6]. Однако такое описание не в состоянии учесть характерные черты динамики взвеси, а именно различие инерционных свойств жидкости и взвешенных частиц и эффект присоединенных масс. Кроме того, в более поздних экспериментах [7] было показано, что образование волнового рельефа на границе взвесь – жидкость иногда сопровождается нестационарными явлениями, при которых волновой рельеф медленно движется, что также не описывается теоретической моделью [3]. Настоящая работа посвящена разработке последовательного теоретического подхода к описанию динамики взвеси на основе двухжидкостной модели и исследованию в рамках этой модели линейной устойчивости поверхности раздела жидкость – взвесь под действием высокочастотных вибраций.

1. Теоретическая модель. Рассмотрим поведение взвеси твердых частиц в жидкости под действием вибраций. Будем учитывать эффекты инерционного запаздывания дви-

жения частиц и межфазного трения. Рассмотрение будем вести на основе двухжидкостной модели [8]

$$m\rho\left(1 + \frac{\phi}{2}\right)\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} - \frac{1}{2}m\phi\rho\frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial t} + m\rho(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} = -m\nabla p + \eta\text{Div}(m\mathbf{e}) + \phi\gamma(\mathbf{v}_s - \mathbf{v}) + m\rho g \quad (1.1)$$

$$-\frac{1}{2}m\phi\rho\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \left(\phi\rho_s + \frac{1}{2}m\phi\rho\right)\frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial t} + \phi\rho_s(\mathbf{v}_s\nabla)\mathbf{v}_s = -\phi\nabla p - \phi\gamma(\mathbf{v}_s - \mathbf{v}) + \phi\rho_s g \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial m}{\partial t} + \text{div}(m\mathbf{v}) = 0, \quad \text{div}(m\mathbf{v} + \phi\mathbf{v}_s) = 0 \quad (1.3)$$

Здесь ϕ – объемная концентрация твердой фазы, $m = 1 - \phi$, \mathbf{e} – тензор скоростей сдвига, ρ и \mathbf{v} – плотность и скорость жидкой фазы, ρ_s и \mathbf{v}_s – плотность и скорость дисперсионной фазы, γ – коэффициент межфазного трения. В случае сферических частиц коэффициент трения γ равен $9\eta/(2r^2)$, где r – радиус частицы. Для несферических частиц γ – эмпирический коэффициент. Время релаксации (характерное время выравнивания скоростей) $\tau = \rho_s/\gamma$ может меняться в широком диапазоне от 10^{-4} с для частиц пыли в вязкой жидкости, например в глицерине, до 1 с для песка в воде.

Система (1.1)–(1.3) записана в предположении недеформируемости частиц твердой фазы и несжимаемости жидкой фазы. Считается, что взаимодействие между фазами происходит по закону Стокса. Возможностью агломерации частиц пренебрегается.

Будем считать, что вибрации являются высокочастотными и малоамплитудными

$$a \ll L, \quad \omega \gg \frac{v}{L^2}, \quad v \ll \omega L$$

т.е. амплитуда вибраций a много меньше характерного размера задачи L , а период вибраций много меньше характерного времени вязкой диссипации. В этих предположениях можно разбить все гидродинамические поля на быстрые пульсационные и медленные средние части. Уравнения для пульсационных скоростей фаз после отбрасывания малых слагаемых принимают вид

$$m\rho\left(1 + \frac{\phi}{2}\right)\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} - \frac{1}{2}m\phi\rho\frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial t} = -m\nabla p + \phi\gamma(\mathbf{v}_s - \mathbf{v}) \quad (1.4)$$

$$-\frac{1}{2}m\phi\rho\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \left(\phi\rho_s + \frac{1}{2}m\phi\rho\right)\frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial t} = -\phi\nabla p - \phi\gamma(\mathbf{v}_s - \mathbf{v})$$

$$\text{div}(m\mathbf{v} + \phi\mathbf{v}_s) = 0$$

Из первого уравнения (1.3) следует, что пульсации концентрации m малы, поэтому в уравнения (1.4) входят только осредненные части m и ϕ .

Ограничимся рассмотрением монохроматических вибраций и перейдем к комплексным амплитудам $\mathbf{v} = \text{Re}\{\mathbf{v}^* \exp(i\omega t)\}$ и аналогично для \mathbf{v}_s и p . Значок "*" будет в дальнейшем опускаться.

Из (1.4) получаем соотношения для комплексных амплитуд:

$$i\omega\rho_m\mathbf{V} = -\nabla p \quad (1.5)$$

$$\left(\frac{3}{2}i\omega\rho + \gamma\right)\mathbf{v} = \left[im\omega\left(\rho_s + \frac{1}{2}\rho\right) + \gamma\right]\mathbf{v}_s$$

$$\text{div}(m\mathbf{v} + \phi\mathbf{v}_s) = 0; \quad \rho_m = m\rho + \phi\rho_s, \quad \rho_m\mathbf{V} = m\rho\mathbf{v} + \phi\rho_s\mathbf{v}_s$$

Здесь ρ_m – средняя плотность среды, \mathbf{V} – средневзвешенная массовая скорость.

Уравнения (1.5) образуют систему уравнений для пульсационных полей.

На твердых границах полости пульсационные поля скорости должны удовлетворять условию непроницаемости. Касательные же компоненты пульсационных скоростей остаются свободными от граничных условий в силу пренебрежения вязкой диффузией импульса.

Введем объемную скорость среды $\mathbf{U} = m\mathbf{v} + \varphi\mathbf{v}_s$. Из (1.5) получим выражения для пульсационных скоростей фаз через объемную скорость \mathbf{U}

$$\mathbf{v} = \left[1 + im\Omega \left(1 + \frac{\rho}{2\rho_s} \right) \right] \left[1 + im\Omega\rho \left(\frac{1}{\rho_e} + \frac{1}{2\rho_s} \right) \right]^{-1} \mathbf{U}$$

$$\mathbf{v}_s = \left[1 + \frac{3}{2} im\Omega \frac{\rho}{\rho_s} \right] \left[1 + im\Omega\rho \left(\frac{1}{\rho_e} + \frac{1}{2\rho_s} \right) \right]^{-1} \mathbf{U}$$

$$\Omega = \frac{\omega\rho_s}{\gamma}, \quad \frac{1}{\rho_e} = \frac{m}{\rho} + \frac{\varphi}{\rho_s}$$

где $1/\rho_e$ имеет смысл средневзвешенного удельного объема, Ω имеет смысл отношения времени релаксации скоростей фаз к периоду вибрации.

Исключая амплитуду пульсационного давления, получаем окончательно систему уравнения для пульсационных полей в виде

$$\text{rot}(\mathbf{S}\mathbf{U}) = 0, \quad \text{div} \mathbf{U} = 0$$

$$\mathbf{S} = \left[\rho_m + im\Omega\rho \left(1 + \frac{\rho_m}{2\rho_s} \right) \right] \left[1 + im\Omega\rho \left(\frac{1}{\rho_e} + \frac{1}{2\rho_s} \right) \right]^{-1}$$

Производя осреднение уравнений (1.1)–(1.3), выделяя главные слагаемые и пренебрегая различием средних скоростей частиц и жидкости всюду, кроме силы межфазного трения, получаем уравнения среднего течения

$$\rho_m \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u}\nabla)\mathbf{u} \right) + \text{Div}(m\rho\langle \mathbf{v}\mathbf{v} \rangle + \varphi\rho_s\langle \mathbf{v}_s\mathbf{v}_s \rangle) = -\nabla P + \eta \text{Div}(m\mathbf{e}) + \rho_m \mathbf{g}$$

$$\frac{\partial m}{\partial t} + \mathbf{u}\nabla m = 0, \quad \text{div} \mathbf{u} = 0$$

где \mathbf{u} и P – средние скорость и давление.

Вычисление осредненного тензора рейнольдсовских напряжений с учетом уравнений для пульсационных полей приводит к следующему результату:

$$m\rho\langle \mathbf{v}\mathbf{v} \rangle + \varphi\rho_s\langle \mathbf{v}_s\mathbf{v}_s \rangle = F \text{Re}(\mathbf{U}\bar{\mathbf{U}})$$

$$F = \frac{1}{2} \left[\rho_m + m^2\Omega^2\rho^2 \left(\frac{1}{\rho_e} + \frac{1}{\rho_s} + \frac{\rho_m}{4\rho_s^2} \right) \right] \left[1 + m^2\Omega^2\rho^2 \left(\frac{1}{\rho_e} + \frac{1}{2\rho_s} \right)^2 \right]^{-1}$$

Полученные уравнения должны быть дополнены граничными условиями. На твердых границах для средней скорости можно ограничиться условием прилипания. Условия на поверхности скачка концентрации частиц могут быть получены предельным переходом от непрерывного случая и имеют вид

$$[U_n] = 0, \quad [S U_\tau] = 0, \quad \frac{1}{2} [F] U_n^2 = -[p] + \eta [m e_{nn}]$$

$$\frac{1}{2} [F \text{Re}(U_n \bar{U}_\tau)] = \eta [m e_{n\tau}], \quad \frac{\partial F}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)F = 0, \quad [\mathbf{v}] = 0$$

В пределе малых времен релаксации скоростей частиц и несущей фазы, т.е. при $\Omega = 0$, полученные уравнения и граничные условия, описывающие вибрационную динамику неоднородной системы с поверхностью раздела, переходят в сформулированные в [3]. Существенное отличие разработанной выше модели от [3] заключается в появлении эффективного скачка касательных напряжений на поверхности раздела при отличных от нуля Ω .

2. Проблема устойчивости квазиравновесного состояния. Полученная система уравнений и граничных условий для пульсационных и средних полей применялась к исследованию устойчивости плоской поверхности раздела взвеси и чистой жидкости в горизонтальном слое толщиной $2h$, подверженном горизонтальным вибрациям. В основном состоянии среднее течение отсутствует, граница раздела плоская и расположена на равных расстояниях от границ слоя, пульсационная скорость имеет только горизонтальную компоненту

$$z > 0: U = U_1 = 2a\omega \frac{S_2}{S_1 + S_2}$$

$$z < 0: U = U_2 = 2a\omega \frac{S_1}{S_1 + S_2}$$

Однородность и изотропность задачи в горизонтальной плоскости позволяет при анализе устойчивости ограничиться нормальными плоскими возмущениями, зависящими от времени и горизонтальной координаты по закону $\exp(\lambda t + ikx)$.

Задачу для малых возмущений сформулируем в терминах безразмерных переменных, выбрав в качестве единиц измерения длины h , пульсационной скорости $a\omega$, средней скорости v/h , плотности ρ , среднего давления $\rho v^2/h^2$.

В каждом из слоев уравнения для возмущений средней скорости будут иметь вид

$$\lambda \rho_m v = -ikp + mDv, \quad \lambda \rho_m w = -p' + mDw \quad (2.1)$$

$$ikv + w' = 0, \quad D\Phi = 0, \quad D = \frac{d^2}{dz^2} - k^2$$

где штрихом обозначено дифференцирование по z и введен потенциал пульсационной скорости Φ .

На твердых границах и на границе раздела выполняются условия

$$z = \pm 1: v = 0, \quad w = 0, \quad \Phi' = 0 \quad (2.2)$$

$$z = 0: [v] = 0, \quad [w] = 0, \quad [S\Phi] = 0, \quad \lambda \zeta = w$$

$$-\frac{1}{4} \text{Fr Ga} [ikF\bar{U}\Phi + ikF\bar{U}\Phi] = [p] + 2[mw'] + \text{Ga}[\rho_m]\zeta$$

$$\frac{1}{4} \text{Fr Ga} [F\bar{U}\Phi' + F\bar{U}\Phi'] = [m(ikw + v')]$$

$$[\Phi'] = ik\zeta[U], \quad [\bar{\Phi}'] = ik\zeta[\bar{U}]$$

$$\text{Fr} = \frac{a^2\omega^2}{gh}, \quad \text{Ga} = \frac{gh^3}{v^2}$$

Здесь Fr – число Фруда, Ga – число Галилея, ζ – отклонение поверхности раздела от равновесной; величины F, S обезразмерены по плотности чистой жидкости.

В задаче (2.1)–(2.2) переменные Φ и $\bar{\Phi}$ должны рассматриваться как независимые переменные. Введем новые переменные: $\Phi = ik\zeta\psi$, $\bar{\Phi} = ik\zeta\bar{\psi}$, $v = ik\zeta u$, причем ψ и

$\bar{\Psi}$ – комплексно-сопряженные величины. В результате имеем

$$\lambda \rho_m u = -p + mDu, \quad \lambda \rho_m w = -p' + mDw, \quad -k^2 u + w' = 0, \quad D\Psi = 0 \quad (2.3)$$

$$z = \pm 1: u = 0, w = 0, \Psi' = 0 \quad (2.4)$$

$$z = 0: [u] = 0, [w] = 0, [S\Psi] = 0, \lambda \zeta = w$$

$$\frac{1}{2} \text{Fr Ga } k^2 \zeta [\text{Re}(FU\bar{\Psi})] = -[p] + 2k^2 [m]u + \text{Ga}[\rho_m] \zeta$$

$$\frac{1}{2} \text{Fr Ga } \zeta \text{Re}[FU\bar{\Psi}' - F|U|^2] = [m(w + u)']$$

$$[\Psi'] = [U]$$

Задача для полей Ψ_1, Ψ_2 отщепляется. Ее решение имеет вид

$$\Psi_1 = -\frac{1}{2} \frac{U_1(U_1 - U_2)}{k \text{sh } k} \text{ch } k(z-1), \quad \Psi_2 = -\frac{1}{2} \frac{U_2(U_1 - U_2)}{k \text{sh } k} \text{ch } k(z+1) \quad (2.5)$$

Подставляя (2.5) в (2.4), получаем для оставшихся переменных задачу на собственные значения. Эта задача допускает простое аналитическое решение для одного предельного случая. Если межфазное трение настолько велико, что частицы движутся вместе с жидкостью, т.е. время релаксации разности скоростей жидкости и частиц много меньше периода вибраций, то можно положить параметр Ω равным нулю. В этом пределе существует решение с $\lambda = 0, u = w = p = 0$. Из третьего соотношения (2.4) при этом получаем выражение для нейтральной кривой монотонной неустойчивости

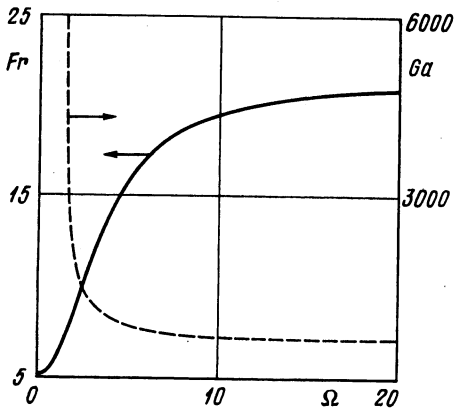
$$\text{Fr} = \frac{\text{th } k}{2k} \frac{(S_1 + S_2)^3}{S_1 S_2 (S_2 - S_1)} \quad (2.6)$$

Как видно из (2.4), при $\lambda = 0$ число Галилея входит только в комбинации со смещением границы, т.е. устраняется из задачи изменением масштаба ζ . Таким образом, критическое число Фруда, соответствующее границе монотонной неустойчивости, не зависит от числа Галилея.

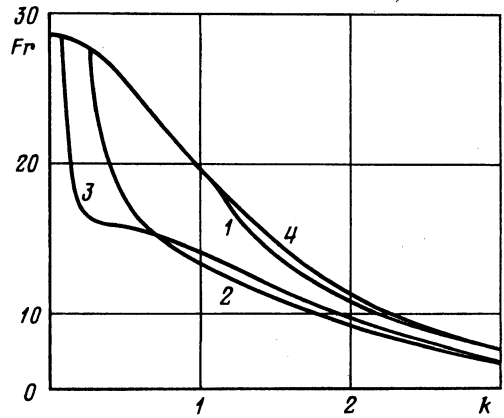
Как уже отмечалось выше, в пределе $\Omega = 0$ влияние частиц на поведение взвеси сводится к изменению плотности среды и потому результаты должны совпадать с полученными в [3]. Действительно, найденное в этом пределе выражение (2.6) для критического значения числа Фруда совпадает с полученной в [3] бифуркационной кривой возбуждения квазистационарного волнового рельефа на поверхности раздела двух несмешивающихся жидкостей при нулевом поверхностном натяжении. Критическое значение числа Фруда монотонно падает с увеличением волнового числа.

При отличных от нуля значениях параметра Ω задача на собственные значения решалась численно с использованием метода дифференциальной прогонки. Вычисления показали, что монотонная неустойчивость сохраняется при всех значениях параметра Ω , причем вид нейтральной кривой не претерпевает качественных изменений. Однако с ростом Ω наблюдается сильная стабилизация квазиравновесного состояния с плоской поверхностью раздела (фиг. 1, сплошная кривая). Этот стабилизирующий эффект может быть объяснен тем обстоятельством, что при больших Ω , т.е. в ситуациях, когда время релаксации скоростей частиц и потока велико по сравнению с периодом вибраций, частицы не успевают отреагировать на изменение пульсационной скорости. При этом эффективная разность объемных скоростей в верхнем и нижнем слоях уменьшается, что затрудняет возникновение неустойчивости Кельвина – Гельмгольца.

При Ω , отличном от нуля, скорость среднего течения для нейтральных монотонных возмущений уже не равна нулю, т.е. возникновение квазистационарного волнового



Фиг. 1



Фиг. 2

Фиг. 1. Зависимости критического значения числа Ga для монотонной неустойчивости (сплошная линия) и числа Fr для колебательной неустойчивости (штриховая линия) от параметра Ω при $k = 1$

Фиг. 2. Нейтральные кривые колебательной неустойчивости при $Ga = 1000, 10\ 000, 100\ 000$ (кривые 1-3) и монотонной неустойчивости (4) при $\Omega = 10$

рельефа сопровождается появлением среднего течения в отличие от случая границы раздела однородных жидкостей [3].

Экспериментальные данные по зависимости пороговой амплитуды вибраций от длины волны рельефа при различных частотах приведены в [6]. К сожалению, большая дисперсия частиц по размерам не позволяет произвести количественное сравнение полученных в настоящей работе результатов с данными [6]. Однако качественное согласие имеется. Эксперименты [6] определенно свидетельствуют о повышении пороговой амплитуды скорости вибраций с ростом частоты. Этот эффект отсутствует в случае системы двух несмешивающихся жидкостей. Как показано выше, он может быть объяснен конечностью времени релаксации частиц.

Эффект уменьшения чувствительности частиц к изменению пульсационной скорости приводит также к сдвигу фаз между отклонениями поверхности раздела от положения равновесия и изменениями бернуллиевского давления, создаваемого пульсационным потоком. Это делает возможным появление колебательного механизма возбуждения неустойчивости.

На фиг. 2 приведены нейтральные кривые устойчивости квазиравновесного состояния с плоской поверхностью раздела на плоскости число Фруда – волновое число при $m = 2/3$, $\rho_s = 4$, $\Omega = 10$ (типичные значения параметров для случая взвеси песка в воде при частоте вибраций порядка 1 Гц). В области существования колебательной неустойчивости она более опасна, чем монотонная. Область существования колебательной неустойчивости растет с увеличением числа Галилея. При малых Ga и малых Ω колебательная неустойчивость отсутствует. Граница области колебательной неустойчивости на плоскости параметров $Ga - \Omega$ изображена на фиг. 1 штриховой линией.

На фиг. 3 изображены зависимости частоты нейтральных колебательных возмущений от волнового числа для тех же параметров, что и на фиг. 2.

В типичных ситуациях для случая взвеси песка в воде образование волнового рельефа происходит монотонным образом при малых амплитудах вибраций (коротковолновый рельеф) и при больших амплитудах вибраций (длинноволновый рельеф). В промежуточной области амплитуд можно ожидать возникновения нестационарного бегущего волнового рельефа. Это находится в качественном согласии с экспериментальными результатами [7].

Заключение. Высокочастотные вибрации, действуя на неоднородные системы, порождают неоднородные пульсационные течения, которые при определенных условиях могут стать неустойчивыми. Наиболее ярко эта неустойчивость проявляется в случае вибраций касательных к поверхности раздела двух сред различной плотности. При высоких частотах вибраций основным механизмом является неустойчивость Кельвина – Гельмгольца, в нестационарном варианте исследованная в [9]. Как было показано в [3], нелинейное развитие этой неустойчивости приводит к формированию квазиравновесного волнового рельефа на поверхности раздела. В случае, когда одна из сред представляет собой взвесь тяжелых частиц в жидкости, в самом грубом приближении можно считать, что взвесь является неоднородной жидкостью, а все влияющие частицы отнести к изменению средней плотности. Однако, как показано в настоящей работе, при этом оказываются потерянными некоторые качественные эффекты.

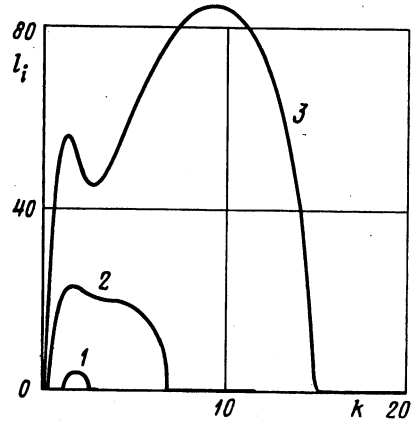
Различие инерционных свойств частиц и несущей жидкости и, с другой стороны, малая величина времени релаксации скоростей частиц и жидкости приводят к сильной дисперсии отклика взвеси на внешнее периодическое воздействие. Сформулированная в настоящей работе для такой системы теоретическая модель позволяет сделать вывод о двух качественных проявлениях этой дисперсии. Во-первых, появляется зависимость пороговой амплитуды скорости вибраций от частоты вибраций: при высоких частотах вибраций частицы не успевают отреагировать на изменение скорости потока и в результате наблюдается стабилизация основного состояния с плоской поверхностью раздела взвесь – жидкость. Во-вторых, появляется возможность колебательной потери устойчивости, причем частота этих колебаний оказывается малой по сравнению с частотой вибраций.

Сформулированная теоретическая модель вибрационного воздействия на неоднородные взвеси может быть использована для исследования и других задач вибрационной динамики.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта № 96-01-00932).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Wolf G.H. The dynamic stabilization of the Rayleigh–Taylor instability and the corresponding dynamic equilibrium // *Z. Phys.* 1969. В. 227. Н. 3. Р. 291–298.
2. Безденежных Н.А., Брискин В.А., Любимов Д.В., Черепанов А.А., Шаров М.Т. Управление устойчивостью поверхности раздела жидкостей с помощью вибраций, электрических и магнитных полей // Тез. докл. 3-го Всесоюзн. семинара по гидромеханике и теплообмену в невесомости. Черноголовка: ОИХФ, 1984. С. 18.
3. Любимов Д.В., Черепанов А.А. О возникновении стационарного рельефа на поверхности раздела жидкостей в вибрационном поле // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1986. № 6. С. 8–13.
4. Замаев А.В., Любимов Д.В., Черепанов А.А. О равновесных формах поверхности раздела жидкостей в вибрационном поле // *Гидродинамика и процессы теплообмена.* Свердловск: УрО АН СССР, 1989. С. 23–28.
5. Любимов Д.В., Любимова Т.П. Об одном методе сквозного счета для решения задач с деформируемой поверхностью раздела // *Моделирование в механике.* Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1990. Т. 4(21). № 1. С. 126–130.



Фиг. 3. Зависимости частоты нейтральных колебательных возмущений от волнового числа при $Ga = 1000, 10\,000, 100\,000$ (кривые 1–3) для $\Omega = 10$

6. *Kozlov V.G.* Experimental investigation of vibrational convection in pseudoliquid layer // Rev. Proc. 1st Intern. Symp. on Hydromech. and Heat/Mass Transfer in Microgravity. Perm; Moscow: Gordon & Breach Sci. Publ. 1991. P. 57–61.
7. *Ivanova A., Kozlov V., Evesque P.* Patterning of "liquefied" sand surface in a cylinder filled with liquid and subjected to horizontal vibrations // Europhys. Lett. 1996. V. 35. № 3. P. 159–164.
8. *Низматулин Р.И.* Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 336 с.
9. *Kumar K., Tuckerman L.S.* Parametric instability of the interface between two fluids // J. Fluid Mech. 1994. V. 279. P. 49–68.

Пермь

Поступила в редакцию
11.VIII.1998