МЕХАНИКА
ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 4 • 1999

УДК 532.526.4/5

© 1999 г. А.Д. САВЕЛЬЕВ

РАСЧЕТ УСТРАНЕНИЯ ЗОНЫ ОТРЫВА ТУРБУЛЕНТНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ С ПОМОЩЬЮ ОТСОСА

Численно моделируется устранение посредством отсоса отрывной зоны турбулентного пограничного слоя, вызванной косым скачком уплотнения. Уравнения Рейнольдса и модифицированного варианта модели турбулентности Уилкокса решаются с помощью разностной схемы четвертого порядка аппроксимации. Приводятся распределения давления и поверхностного трения, полученные при различных значениях скорости отсоса. Показан эффект ускорения циркуляционного течения в процессе устранения зоны отрыва.

Явление отрыва потока может возникать на поверхности сверхзвуковых летательных аппаратов под воздействием различных аэродинамических устройств. Существование и протяженность отрывного течения определяется местными числами Маха и Рейнольдса, а характер обтекания элементов поверхности значительно отличается от безотрывного. Одним из немногих механизмов, способных эффективно воздействовать на параметры течения в пограничном слое, является отсос газа с поверхности. Уменьшение толщины пограничного слоя и снижение давления, сопутствующие отсосу газа из отрывной зоны, приводят к уменьшению ее размеров или полной ликвидации.

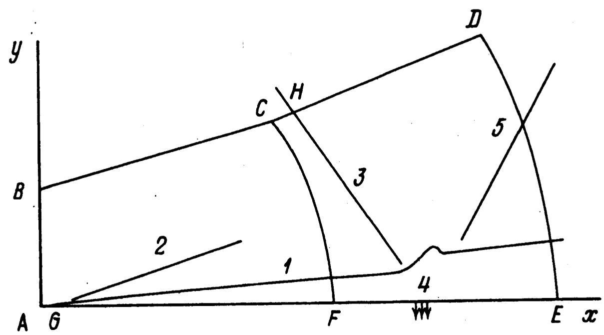
В настоящее время исследования подобных задач все чаще проводят численно на основе уравнений Навье – Стокса и Рейнольдса вязкого сжимаемого газа. Примером расчета подобного течения для случая ламинарного пограничного слоя может служить [1]. В статье рассматривается задача об устранении отрывной зоны турбулентного пограничного слоя.

1. Постановка задачи. Рассматриваемое течение схематически изображено на фиг. 1 в системе координат x, y. На плоской пластине, расположенной вдоль оси x при значении координаты $y = 0$ (y по нормали к поверхности), формируется турбулентный пограничный слой *1*. Подающий на пластину косой скачок уплотнения *3* вызывает отрыв потока с образованием зоны возвратного течения. Отсос газа из области взаимодействия *4* приводит к уменьшению размеров отрыва и с дальнейшим ростом интенсивности отсоса – к полному устранению зоны возвратного течения. Зона отсоса отмечена стрелками.

Решение задачи определяется посредством численного интегрирования нестационарных двухмерных уравнений Рейнольдса усредненного турбулентного течения. Обезразмеренные стандартным способом по параметрам набегающего потока и характерному линейному размеру, они имеют вид

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i u_i + \sigma_{ij}) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho e u_i + u_i \sigma_{ij} - q_i) = 0 \qquad (1.1)$$



Фиг. 1. Схема течения: *1* – пограничный слой, *2* – головной скачок уплотнения, *3* – падающий скачок, *4* – область взаимодействия, *5* – отраженный скачок; стрелками отмечен участок отсоса

Здесь t, x_i – время и декартовы координаты, $\rho, u_i, e = \gamma^{-1}h + 0,5u_iu_i$ – усредненные среднемассовые плотность, компоненты вектора скорости и полная энергия, $h = C_pT$ – энтальпия (γ – отношение удельных теплоемкостей, C_p – теплоемкость при постоянном давлении, T – температура).

Тензор напряжений σ_{ij} и тепловой поток q_i представляются так

$$\sigma_{ij} = \delta_{ij}p - 2\mu\,\mathrm{Re}^{-1}\left[S_{ij} - \frac{1}{3}\frac{\partial}{\partial x_k}(u_k\delta_{ij})\right] + \sigma_{ij}^t$$

$$q_i = \mu\,\mathrm{Re}^{-1}\mathrm{Pr}^{-1}\frac{\partial}{\partial x_i}h - q_i^t$$

Тензоры скоростей деформации S_{ij}, рейнольдсовых напряжений σ_{ij}^t и турбулентный тепловой поток q_{ij}^t имеют вид

$$S_{ij} = 0,5\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)$$

$$\sigma_{ij}^t = \frac{2}{3}\rho k\delta_{ij} - 2\mu_t\,\mathrm{Re}^{-1}\left[S_{ij} - \frac{1}{3}\frac{\partial}{\partial x_k}(u_k\delta_{ij})\right]$$

$$q_i^t = -\mu_t\,\mathrm{Re}^{-1}\mathrm{Pr}^{-1}\frac{\partial}{\partial x_i}h$$

Здесь p – давление, k – кинетическая энергия турбулентности, μ и μ_t – коэффициенты молекулярной и турбулентной вязкостей, Pr и Pr_t – ламинарное и турбулентное числа Прандтля, Re – число Рейнольдса.

Система уравнений дополняется уравнением состояния

$$p = \gamma^{-1}(\gamma - 1)\rho h \qquad (1.2)$$

и зависимостью коэффициента молекулярной вязкости от энтальпии в виде формулы Сазерленда [2].

Расчет турбулентных параметров течения основан на решении уравнений дифференциальной двухпараметрической $q - g$-модели турбулентности, полученной из известной $k - \omega$-модели Уилкокса в варианте для течений газа с высокими числами Рейнольдса [3]. В [4] показано, что $k - \omega$-модель лучше предсказывает профили скорости в пограничном слое и поверхностное трение, чем различные варианты $k-\varepsilon$-модели турбулентности [5]. В отличие от них модель Уилкокса не использует каких-либо демпфирующих функций или расстояния до поверхности. Недостатки же ее связаны с использованием условия равенства нулю производной псевдочастоты ω по нормали к поверхности, что приводит к сильной зависимости рассчитываемых значений ω от распределения узлов в пристеночной области течения и, следовательно, требует очень подробной сетки. Последнее обстоятельство делает модель Уилкокса практически непригодной для прикладных расчетов.

Для преодоления этой проблемы, согласно рекомендациям [6], осуществляется переход к новой переменной $g = (C_\mu\omega)^{-1/2}$ ($C_\mu = 0{,}09$), имеющей размерность корня квадратного от времени. В качестве граничного на стенке используется условие $g = 0$, что, без сомнения, очень удобно. Ближайший к поверхности узел сетки при этом должен располагаться на расстоянии $y^+ \leqslant 2{,}5$.

В качестве второго параметра модели целесообразно использовать не турбулентную энергию k, а линейно зависящую от расстояния до поверхности интенсивность турбулентности $q = k^{1/2}$, как это было сделано Кокли в [7]. Уравнения для q и g выглядят так

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho q)+\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i q)=\mathrm{Re}^{-1}\frac{\partial}{\partial x_i}\left[(\mu+\mathrm{Rr}_q^{-1}\mu_t)\frac{\partial q}{\partial x_i}\right]+\frac{C_\mu \rho q g^2}{R_\mu}(\mu+\mathrm{Pr}_q^{-1}\mu_t)\frac{\partial q}{\partial x_i}\frac{\partial q}{\partial x_i}+$$

$$+\frac{\rho q}{2}\left[C_\mu S g^2-\frac{2}{3}D-\frac{\mathrm{Re}\, C_\mu \rho q^2}{R_\mu}\right] \tag{1.3}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho g)+\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i g)=\mathrm{Re}^{-1}\frac{\partial}{\partial x_i}\left[(\mu+\mathrm{Rr}_g^{-1}\mu_t)\frac{\partial g}{\partial x_i}\right]-\frac{3C_\mu \rho q^2 g}{R_\mu}(\mu+\mathrm{Pr}_g^{-1}\mu_t)\frac{\partial g}{\partial x_i}\frac{\partial g}{\partial x_i}+$$

$$+\frac{\rho g}{2}\left[-\alpha\left(C_\mu S g^2-\frac{2}{3}D\right)+\frac{\mathrm{Re}\, C_\mu \beta \rho q^2}{R_\mu}\right]$$

$$S=\left(S_{ij}-\frac{1}{3}D\right)\frac{\partial u_i}{\partial x_j},\quad D=\frac{\partial}{\partial x_k}(u_k\delta_{ij})$$

$$\mu_t=\mathrm{Re}\, C_\mu \rho (qg)^2,\quad R_\mu=\max(\alpha_\mu \mu,\mu_t),\quad \mathrm{Pr}_q=\mathrm{Pr}_g=2,\quad \alpha=0{,}555,\quad \beta=0{,}833$$

Параметр R_μ введен по рекомендации [6] для повышения устойчивости расчетов. Значение α_μ не должно превышать уровня μ_t/μ для ближайших к поверхности узлов конкретной расчетной сетки.

Формирование пограничного слоя (первый этап решения задачи) рассчитывается в области ABDE, показанной на фиг. 1. Положение границы BD выбирается таким образом, чтобы головной скачок уплотнения *2* ее не пересекал. На границах AB и BD фиксируются параметры невозмущенного потока. На пластине GE задаются условия прилипания для скорости и температура поверхности, а плотность определяется путем решения в соответствующих стенке узлах сетки уравнения неразрывности – первого в системе (1.1). Значения турбулентных параметров q и g на поверхности задаются равными нулю. На участке границы AG ставятся условия симметрии течения, а на границе DE – свободного вытекания. В качестве начальных условий используются значения параметров течения в набегающем потоке на бесконечности.

Полученные результаты используются на втором этапе решения задачи как начальные данные для расчета взаимодействия косого скачка уплотнения с пограничным слоем, формирования зоны отрыва и устранения ее посредством отсоса. Решение ищется в области FCDE. В этом случае на границе FC и участке верхней границы СН фиксируются параметры потока, полученные расчетным путем. На другом участке верхней границы HD задаются параметры течения за скачком уплотнения при известных числе Маха набегающего потока и угле наклона скачка. В процессе решения формируются падающий скачок *3*, область взаимодействия *4* и отраженный скачок *5*. Для моделирования устранения зоны возвратного течения на некотором участке поверхности пластины внутри области взаимодействия фиксируется постоянное значение вертикальной составляющей вектора скорости v_w.

2. Метод решения. Используется неявный метод установления по времени [8], предполагающий переход к обобщенной криволинейной системе координат. Исходные уравнения при этом преобразуются, сохраняя дивергентную форму. Решение преобразованных уравнений осуществляется на равномерной в расчетной плоскости сетке, что позволяет применять схемы высокого порядка аппроксимации. В [8] для конвективных членов уравнений использовалась компактная разностная схема 3-го порядка [9], а для диффузных – обычная схема 2-го порядка. В данном случае с целью развития методики и повышения надежности результатов применяются пятиточечные разностные схемы 4-го порядка аппроксимации.

Разностное представление первых производных вида $\partial f/\partial x$ на сетке $\omega_x = \{x_i = ih,\ h = \text{const}\}$ выглядит так

$$(2+3s)f'_{i-1} + 8f'_i + (2-3s)f'_{i+1} = \frac{1}{2h}[-sf_{i-2} - (12+8s)f_{i-1} + 18sf_i + (12-8s)f_{i+1} - sf_{i+2}]$$

где $|s| \leqslant 1$ – параметр, учитывающий направление характеристик течения. В приграничных узлах применяются подобные односторонние разностные схемы 3-го и 4-го порядков аппроксимации.

Разностный аналог второй производной $\partial(\mu\partial f/\partial x)$ в точке i имеет вид

$$(\mu f')'_i = \frac{1}{6h}[8(\mu_{i+1/2}f'_{i+1/2} - \mu_{i-1/2}f'_{i-1/2}) - \mu_{i+1}f'_{i+1} + \mu_{i-1}f'_{i-1}]$$

$$\mu_{i\pm1/2} = \frac{1}{16}[9(\mu_i + \mu_{i\pm1}) - \mu_{i\mp1} - \mu_{i\pm2}]$$

$$f'_{i\pm1/2} = \frac{1}{24h}[27(\mp f_i \pm f_{i\pm1}) \pm f_{i\mp1} \mp f_{i\pm2}]$$

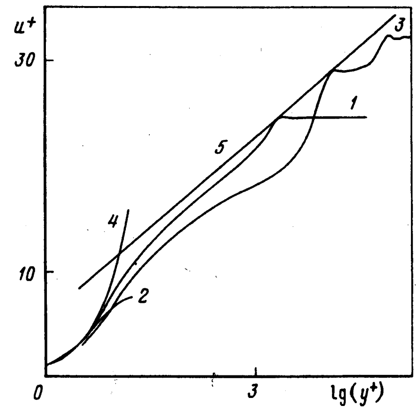
$$f'_{i\pm1} = \frac{1}{12h}(\mp f_{i\mp2} \pm 6f_{i\mp1} \mp 18f_i \pm 10f_{i\pm1} \pm 3f_{i\pm2})$$

В приграничных точках для вторых производных используются обычные трехточечные формулы. Смешанные производные и производные в источниковых членах уравнений приближаются известными центральными разностями 4-го порядка аппроксимации

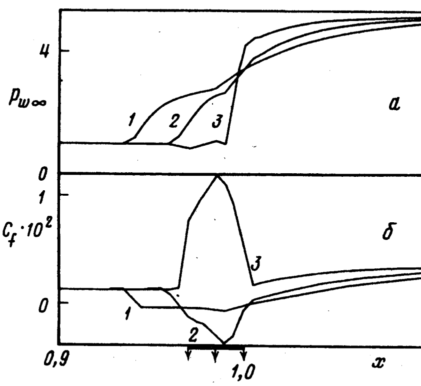
$$f'_i = \frac{1}{12h}[8(f_{i+1} - f_{i-1}) - f_{i+2} + f_{i-2}]$$

Метрические коэффициенты преобразованных уравнений также рассчитываются по этой формуле. Алгоритм не использует так называемых ограничителей потоков и членов типа искусственной вязкости с целью не вносить связанных с ними искажений в область вязкого течения.

3. Полученные результаты. Расчеты проводились при числе Маха набегающего потока M_∞=3 и числе Рейнольдса $2{,}5\cdot10^7$, рассчитанном по параметрам набегающего потока и расстоянию от передней кромки пластины до точки ее пересечения линией скачка *3*. Угол наклона скачка составлял 30°. Давление за отраженным скачком более чем в 5 раз превосходило давление в набегающем потоке. Температура набегающего потока задавалась T_∞ = 120 K, а поверхности – 300 K. Фиксировались значения турбулентных параметров $q_\infty = 10^{-3}$ и $g_\infty = 10^{-2}$, что обеспечивало низкий уровень коэф-



Фиг. 2



Фиг. 3

Фиг. 2. Профили скорости: *1* – до области взаимодействия, *2* – внутри отрывной зоны, *3* – после присоединения потока, линии *4* и *5* – ветви универсального профиля скорости

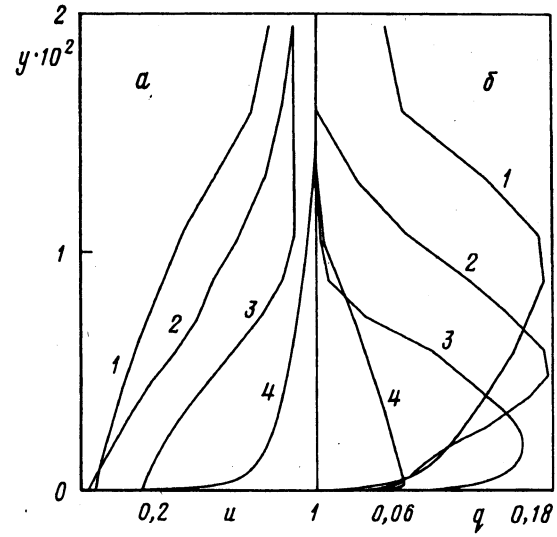
Фиг. 3. Распределения на поверхности относительного давления $p_w(a)$ и коэффициента трения C_f(*б*) для трех значений скорости отсоса (*1–3*): $v_w = 0, -0{,}01, -0{,}02$

фициента турбулентной вязкости вне пограничного слоя. Решение задачи о формировании пограничного слоя осуществлялось на неравномерной сетке со 180 узлами в направлении вдоль пластины и 50 по нормали к ней. Для расчета взаимодействия скачка уплотнения с пограничным слоем использовалась сетка в 100×50 узлов. Сгущение узлов осуществлялось вдоль координаты x в области взаимодействия скачка уплотнения с пограничным слоем и в нормальном направлении к поверхности пластины. Минимальное расстояние между узлами составляло $5\cdot 10^{-6}$, что соответствовало $y^+ \approx 0{,}5$. Участок отсоса был ограничен значениями координаты $0{,}97 \leqslant x \leqslant 1$. На него приходилось 9 сеточных узлов.

Полученные при решении задачи о взаимодействии скачка уплотнения с пограничным слоем профили продольной составляющей вектора скорости $u^+ = u/u_t$ представлены на фиг. 2 в зависимости от логарифма безразмерного расстояния $y^+ = \mathrm{Re}\rho u_t y \mu^{-1}$, где $u_t = [\tau_w/(\mathrm{Re}\,\rho_w)]^{1/2}$ – динамическая скорость, $\tau_w = \mu_w u'_y$ – поверхностное трение (индекс w относится к параметрам на стенке). Линейный закон скорости в вязком подслое хорошо выполняется для всех трех участков течения. Логарифмический участок профиля *3* заметно ниже теоретического, что связано с высоким уровнем поверхностного трения за участком присоединения. Излом профиля указывает на наличие в поле течения отраженного скачка уплотнения.

Полученные в расчетах распределения на поверхности пластины относительно давления $p_{w\infty} = p_w / p_\infty$ и местного коэффициента трения $C_f = 2\tau_w/(\mathrm{Re}\,\rho_\infty u_\infty^{-2})$ в окрестности зоны взаимодействия представлены на фиг. 3. Участок отсоса показан стрелками под рисунком. Зона отрывного течения соответствует области отрицательных значений C_f. Видно, что если при $v_w = -0{,}01$ размеры возвратного течения уменьшаются примерно на 40%, то при $v_w = -0{,}02$ отрыв пограничного слоя полностью устраняется.

Невязкое распределение давления на поверхности пластины имеет скачкообразный переход от значения в набегающем потоке до значения за отраженным скачком. Наличие отрыва пограничного слоя делает распределение давления более пологим с хорошо выраженной изобарической зоной плато. Согласно [10], экспериментальные значения относительного давления $p_{w\infty}$ для плато турбулентного пограничного слоя



Фиг. 4. Профили продольной компоненты вектора скорости u (*а*) и интенсивности турбулентности q (*б*) внутри области взаимодействия (*1–3*) для v_w = 0, –0,01, –0,02; *4* – перед областью взаимодействия

при M_∞ =3 лежат в диапазоне от 2,4 до 2,75. Расчетное значение составило 2,65. В точках отрыва и присоединения получены значения $p_{w\infty}$ =1,6 и 3,6. Эмпирическая зависимость [11] протяженности отрывной области турбулентного течения от соотношения относительных давлений в точке присоединения и зоне плато позволяет оценить ее размер в 4δ, где δ – толщина пограничного слоя перед зоной взаимодействия. При расчетном значении δ = 0,014 протяженность отрыва должна составлять 0,056, что хорошо согласуется с полученным значением 0,06.

Отсос газа из области взаимодействия приводит к значительному уменьшению толщины пограничного слоя. Если начальная толщина пограничного слоя в зоне отрыва равнялась 0,024, а за участком присоединения 0,019, то в случае v_w = –0,01 для тех же значений координаты x она составляет соответственно 0,02 и 0,016, а при v_w = –0,02–0,014 и 0,011. Поскольку при отсосе удаляются ближайшие к поверхности слои течения, происходит рост поверхностного трения. Уровень давления до точки падения скачка снижается, а за ней возрастает, т.е. распределение давления становится ближе к невязкому. При этом максимальный градиент давления внутри области взаимодействия увеличивается, что при некоторых значениях v_w приводит к росту интенсивности возвратного течения. Иллюстрацией данного эффекта могут служить графики фиг. 3, *б*. Видно, что максимальное значение поверхностного трения внутри отрывной зоны при v_w = –0,01 почти в 6 раз превосходит уровень трения при отсутствии отсоса, а точка присоединения сдвигается несколько ниже по течению. Дальнейшее увеличение значения v_w приводит к такому изменению профиля скорости, когда поток становится способным преодолеть имеющий место градиент давления безотрывно.

Профили продольной компоненты вектора скорости u и интенсивности турбулентности q, соответствующие значению координаты x = 0,99, представлены на фиг. 4. Видно, что при v_w = –0,01 скорости возвратного течения в циркуляционной зоне у стенки выше, чем при v_w = 0. Максимальные значения интенсивности турбулентности для различных значений v_w практически одинаковы, что, видимо, определяется близкими условиями генерации турбулентной энергии. С увеличением скорости отсоса расстояние от поверхности до координаты максимального значения q уменьшается.

Заключение. Моделирование отсоса газа из области взаимодействия косого скачка уплотнения с турбулентным пограничным слоем продемонстрировало устранение зоны отрывного течения. При этом происходило уменьшение толщины пограничного слоя и рост поверхностного трения. Распределение давления по своему характеру становилось близким к невязкому. В процессе устранения отрывной зоны с ростом давления присоединения наблюдалось увеличение интенсивности возвратного течения.

Использованная в расчетах $q-g$-модель турбулентности позволила удовлетворительно описать профили скорости пограничного слоя, давление в изобарической области и протяженность зоны отрыва. Отсутствие демпфирующих функций и простые граничные условия являются ее преимуществами перед другими моделями турбулентности.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 96-01-00825).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Tassa Y., Sankar N.L.* Effect of suction on a shock-separetted boundary layer. A numerical study // AIAA Journal. 1979. V. 17. № 11. P. 1268–1270.
2. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1987. 840 с.
3. *Wilcox D.C.* Reassessment of the scale determining equation for advanced turbulence models // AIAA Journal. 1988. V. 26. № 11. P. 1299–1310.
4. *Wilcox D.C.* Comparison of two-equation turbulence models for boundary layers with pressure gradient // AIAA Journal. 1993. V. 31. № 8. P. 1414–1431.
5. *Jones W.P., Launder B.E.* The prediction of laminarization with a twoequation mdel of turbulence // Intern. J. Heat and Mass Transfer. 1972. V. 15. № 2. P. 301–314.
6. *Kalitzin G., Gould A.R.B., Benton J.J.* Application of two-equation turbulence model in aircraft design // AIAA Paper. 1996. № 96–0327. 13p.
7. *Coacley T.J.* Turbulence modeling methods for the compressible Navier-Stokes equations // AIAA Paper. 1983. № 83-1693. 13p.
8. *Савельев А.Д.* Неявный метод расчета турбулентных течений вязкого сжимаемого газа // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1998. Т. 38. № 3. С. 520–531.
9. *Толстых А.И.* О методе численного решения уравнений Навье – Стокса сжимаемого газа в широком диапазоне чисел Рейнольдса // Докл. АН СССР. 1973. Т. 210. № 1. С. 48–51.
10. *Голгиш Л.В., Степанов Г.Ю.* Турбулентные отрывочные течения. М.: Наука, 1979. 367 с.
11. *Erdos J., Pallone A.* Shock-boundary layer interactoin and flow separation // Proc. Heat Transfer and Fluid Mechanics Inst. Standford (Calif.): Univ. Press, 1962. P. 239–254.

Москва

Поступила в редакцию
28.V.1998