

УДК 532.526:533.6.011.72

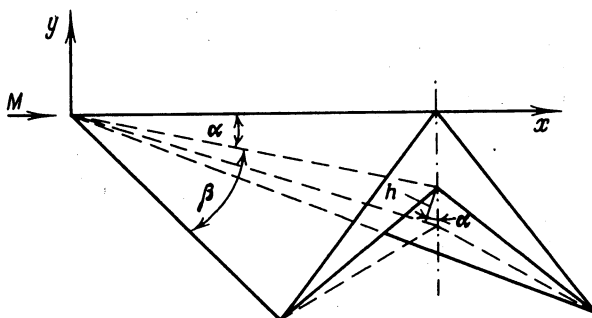
© 1999 г. Н.А. ОСТАПЕНКО

АЭРОДИНАМИЧЕСКОЕ КАЧЕСТВО V-ОБРАЗНЫХ КРЫЛЬЕВ И ЕГО БИФУРКАЦИЯ ПРИ ГИПЕРЗВУКОВОМ ВЯЗКОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ

В задаче об оптимизации нижней поверхности треугольного в плане волнолета с целью достижения максимальных значений аэродинамического качества при заданных удельном объеме и коэффициенте подъемной силы в условиях гиперзвукового вязкого взаимодействия предложена методика перехода к более простой изопериметрической задаче. Это позволило изучить свойства решения во всей области изменения параметров, отвечающей режимам обтекания V-образных крыльев, образующих нижнюю поверхность эквивалентных волнолетов, с присоединенной ударной волной на передних кромках. Обнаружена бифуркация аэродинамического качества волнолета и установлен сопутствующий признак ее существования.

1. Зависимость аэродинамического качества K треугольного в плане волнолета (фиг. 1), летящего с большой сверхзвуковой скоростью, при изопериметрических условиях $\tau = \text{const}$, $C_y = \text{const}$ (τ – удельный объем, C_y – коэффициент подъемной силы) от угла раскрытия 2γ V-образного крыла, образующего его нижнюю поверхность, в точной постановке не изучалась. Это обусловлено, в силу условия $C_y = \text{const}$, необходимостью проведения параметрических численных расчетов обтекания крыльев или эквивалентных волнолетов в целом на различных и заранее неизвестных режимах, что требует адекватной постановки краевой задачи и значительных затрат машинного времени.

Соответствующая задача до работы [1] решалась с использованием результатов гиперзвуковой теории [2, 3] в предположении, что коэффициент трения на поверхности крыла – константа, не зависящая от условий обтекания. Отличительной чертой [2, 3] было вычисление K на нерасчетных режимах обтекания крыла, т.е. при отсутствии плоской ударной волны, лежащей на передних кромках [4, 5]. Поэтому их



Фиг. 1. Волнолет с нижней поверхностью в форме V-образного крыла. M – число Маха невозмущенного потока, α – угол между направлением скорости потока и корневой хордой крыла, β – угол при вершине консоли крыла, h – параметр модели толщины вытеснения пограничного слоя [7, 8]

выводы о возможности увеличения аэродинамического качества треугольного в плане волнолета при замене его плоской нижней поверхности на V-образное крыло с сохранением τ и C_y , принципиально отличались, например, от результатов [6], где K определялось на расчетных режимах обтекания крыла и, значит, могло быть выполнено только одно изопериметрическое условие.

Однако при больших сверхзвуковых скоростях расчет аэродинамических характеристик V-образных крыльев нельзя проводить, не учитывая вязкое взаимодействие [7, 8]. В [7, 8] была также предложена и апробирована модель толщины вытеснения пограничного слоя для конических угловых конфигураций. Таким образом, возникла необходимость пересмотра результатов по аэродинамическому качеству компоновок с V-образным крылом, полученных в рамках гиперзвуковой теории невязкого газа [2, 3].

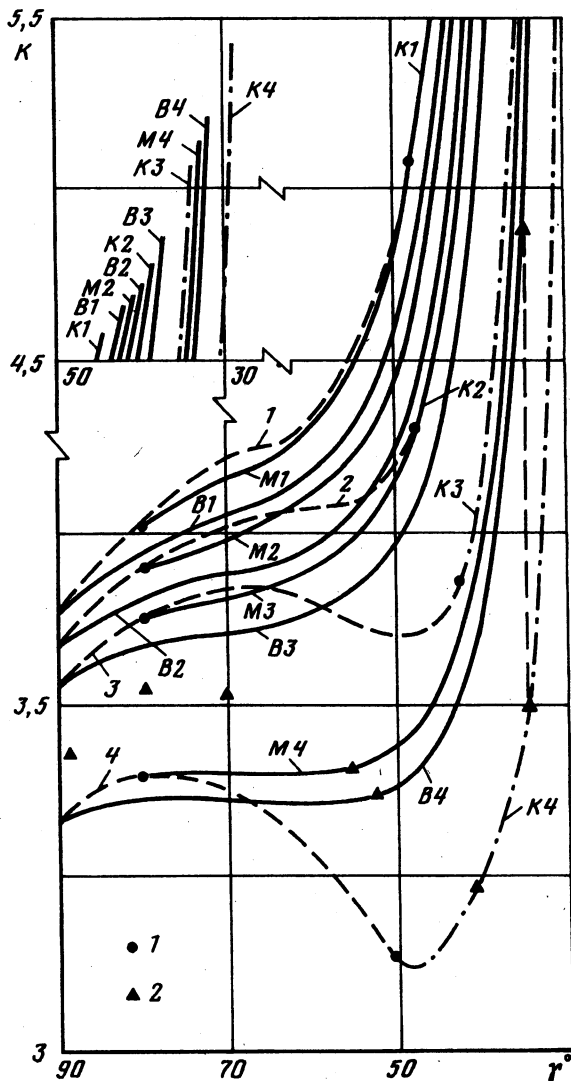
В [1], где модель вязкого взаимодействия [7, 8] впервые применялась в задаче об аэродинамическом качестве волнолета с нижней поверхностью в форме V-образного крыла и верхней, совпадающей с плоскими поверхностями тока невозмущенного потока, было замечено, что величина $K(\alpha, \beta, \gamma, M, Re, Pr, \sigma, \epsilon)$ при постоянных параметрах потока, $\tau = \text{const}$ и $C_y = \text{const}$ связана с режимом обтекания крыла, меняющимся вместе с изменением угла раскрытия крыла в некотором диапазоне: $\pi/2 \geq \gamma \geq \gamma_m$. Смысл аргументов α и β аэродинамического качества ясен из фиг. 1; M и Re – числа Маха и Рейнольдса (последнее вычислено по параметрам невозмущенного потока и длине центральной хорды крыла); Pr – число Прандтля; σ – показатель степени в зависимости вязкости от температуры; $\epsilon = (k - 1)/(k + 1)$, где k – отношение удельных теплоемкостей.

Зависимость $K(\tau, C_y, \gamma)$ при $M = 20$, $Re = 5 \cdot 10^5$ (ламинарный пограничный слой), $Pr = 0,7$, $\sigma = 0,75$, $\epsilon = 1/6$, $\tau = 0,1127$ и $C_y = C_{y1}$ [1] изображена на фиг. 2 штриховыми отрезками кривых 1–4. Точки l отмечены правые концы указанных отрезков кривых, соответствующие абсциссам $\gamma = \gamma_m$.

При $\gamma = \text{const}$ и относительно больших значениях C_y , максимум K достигается при углах раскрытия, которым отвечает расчетный режим обтекания крыла, образованного коническим телом вытеснения (фиг. 2, кривая 4). При меньших C_y , максимум аэродинамического качества на тех же режимах обтекания уже является промежуточным на кривой $K(\gamma)$ при $\gamma \in [\pi/2, \gamma_m]$ (кривая 3). При относительно малых C_y наибольшее значение K может реализоваться в окрестности границы режимов обтекания эквивалентных крыльев с присоединенной ударной волной на передних кромках (правые концы кривых 1 и 2, отмеченные точками l).

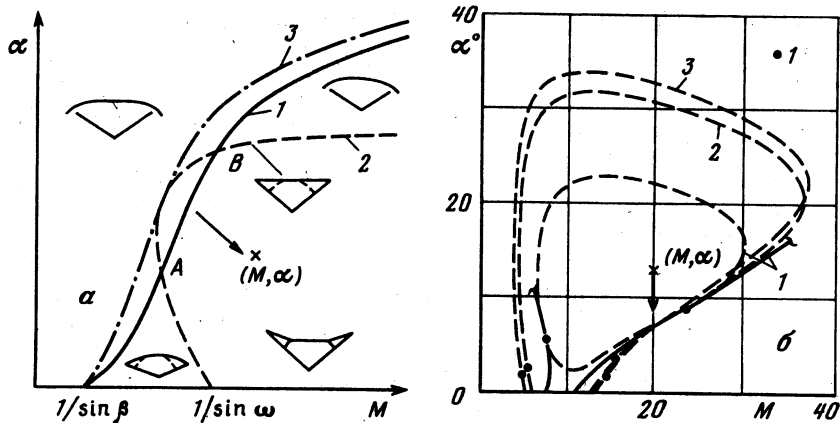
Вывод о стремлении режима обтекания эквивалентных крыльев, имеющих меньшее из рассмотренных значение $C_y = C_{y1}$ при $\tau = \text{const}$, к режиму с отсоединенной на передних кромках ударной волной был сделан в [1] на основании данных о падении при $\gamma \rightarrow \gamma_m$ интенсивности внутренних скачков в маховской конфигурации, ограничивающей возмущенную область течения около V-образного крыла – нижней поверхности волнолета (фиг. 1). Предполагалось, что указанная трансформация режима обтекания при уменьшении угла γ связана с приближением отрезка AB характеристической кривой звуковых режимов течения за скачком уплотнения, присоединенным к передним кромкам (сплошная кривая 1 на фиг. 3, a), к точке ($M = \text{const}$, α) (указано стрелкой), соответствующей условиям обтекания крыла.

При определенной совокупности геометрических параметров крыла характеристические кривые звуковых режимов течения и расчетных режимов обтекания (штриховая кривая 2) пересекаются [9] и, в частности, в точках (M , α) некоторой правой окрестности отрезка AB реализуются режимы обтекания с отсоединенной на передних кромках ударной волной. На фиг. 3, a изображены также кривая, для параметров на которой происходит отсоединение ударной волны от передних кромок (штрихпунктирная кривая 3), и волновая картина течения около крыла в поперечной плоскости в каждой из областей, образованных характеристическими кривыми ($\text{tg} \omega = \text{tg} \beta \cos \gamma$).



Фиг. 2. Зависимость аэродинамического качества K волнолета от полуугла раскрытия V-образного крыла γ при $\tau = \text{const}$, $C_y = C_{yi}$ (штриховые кривые, $i = 1-4$, $1 - C_{y1} = 0,09261$, $2 - 0,1007$, $3 - 0,1088$, $4 - 0,1347$) и $\tau = \text{const}$, $\alpha_e = \text{const}$

Сделанное допущение, основанное на представлениях о режимах обтекания V-образного крыла идеальным газом [9], по существу верно, однако оно не отвечает [10] видоизменению области, ограниченной кривой расчетных режимов обтекания (фиг. 3, б), реализующемуся в условиях вязкого взаимодействия. При учете вязкого взаимодействия принципиальной особенностью трансформации режимов обтекания является возможность реализации при $M = \text{const}$ режимов обтекания с отсоединенной ударной волной не только при увеличении, но и при уменьшении угла атаки (фиг. 3, б, показано стрелкой) [10]. В рассматриваемой изопериметрической задаче точка (M, α) – образ условий обтекания эквивалентных волнолетов и соответствующие характеристические кривые "стремятся" друг к другу при уменьшении угла раскрытия крыла.



Фиг. 3. Характеристические кривые режимов обтекания V-образных крыльев. В рамках модели идеального газа (а): 1 – кривая звуковых режимов течения на передних кромках, 2 – кривая расчетных режимов обтекания ($\operatorname{tg} \omega = \operatorname{tg} \beta \cos \gamma$), 3 – кривая режимов отсоединения ударной волны от передних кромок. В рамках модели гиперзвукового вязкого взаимодействия (б): 1 – $\gamma = 44,61^\circ$, $\beta = 10,15^\circ$; 2 – $\gamma = 32,01^\circ$, $\beta = 12,39^\circ$; 3 – $\gamma = 28,65^\circ$, $\beta = 13,5^\circ$. Кривые звуковых режимов течения 1 (сплошные отрезки кривых). Кривые расчетных режимов обтекания 1–3 (штриховые линии). Точки 1 – звуковые точки на кривых расчетных режимов обтекания

Решение изопериметрической задачи даже в классе V-образных крыльев при заданном угле раскрытия существенно осложняется из-за неразрешенности вопросов существования и единственности геометрии волнолета. Поэтому в [1] константы изопериметрических условий $\tau = \operatorname{const}$ и $C_y = \operatorname{const}$ не задавались, а рассчитывались для заданного набора геометрических параметров, соответствующего некоторой последовательности волнолетов с плоской нижней поверхностью ($\gamma = \pi/2$). При таком подходе удавалось получать зависимость $K(\gamma)$ на режимах обтекания с присоединенной ударной волной на передних кромках во всем исследованном диапазоне изменения угла раскрытия: $\gamma \in [\pi/2, \gamma_m]$. Таким образом реализовывалась возможность сравнивать аэродинамическое качество V-образного крыла с аэродинамическим качеством эквивалентного крыла традиционной формы – треугольной пластины.

При учете вязкого взаимодействия не для любого набора геометрических параметров треугольного в плане волнолета найдется область изменения числа Маха и угла атаки, в которой будут осуществляться режимы обтекания с присоединенной к передним кромкам ударной волной [10]. Следовательно, построение семейства кривых $M(\alpha, \beta, \gamma)$ звукового режима течения на передних кромках эквивалентных волнолетов, отвечающего изменению угла раскрытия V-образного крыла, должно составлять неотъемлемую часть решения обсуждаемой задачи.

2. Для упрощения последующего изложения приведем сведения о величинах характерных параметров, имевших место при расчете аэродинамического качества волнолетов с удельным объемом $\tau = 0,1127$, обтекаемых потоком воздуха с указанными выше значениями чисел M , Re , Pr , а также σ и ϵ [1, 10] (см. таблицу)

Вариант	1	2	3	4	5
α_0°	10	10,5	11	12,5	15
β_0°	15	16,46	17,98	22,77	31,24
γ_m°	48	48	43	51	62
C_y	0,09261	0,1007	0,1088	0,1347	0,1835

Здесь α_0 и β_0 – соответственно угол атаки и угол при вершине консоли треугольного крыла – нижней поверхности последовательности базовых волнолетов ($\gamma = \pi/2$), выбранной в [1]. Величины β_0 (вар. 2–5) являются производными значений α_0 и β_0 , выбранных в вар. 1 и давших величину $\tau = 0,1127$, а затем $-\tau$ и соответствующих α_0 . Угол γ_m – минимальное значение полуугла раскрытия V-образного крыла γ , до которого в [1] производился расчет аэродинамического качества волнолета $K(\tau, C_y, \gamma)$.

Наличие γ_m обусловлено двумя причинами. В случаях расчета по вар. 1–3 (см. кривые 1–3 на фиг. 2) при $\gamma \rightarrow \gamma_m$ ухудшалась сходимость итераций по α при отыскании решения уравнения – изопериметрического условия $C_y(\tau, \gamma, \alpha) = \text{const}$, причина чего будет ясна из дальнейшего. В случаях, отвечающих вар. 4 и 5, расчет прекращался из-за достижения функцией $K(\tau, C_y, \gamma)$ при $\gamma > \gamma_m$ ярко выраженного максимума (см. кривую 4 на фиг. 2).

Таким образом, построение зависимости $K(\gamma)$ при изопериметрических условиях $\tau = \text{const}$, $C_y = \text{const}$ для $\gamma < \gamma_m$ "стандартными" приемами оказалось затруднительным [1]. Это потребовало создания специальных подходов к решению поставленной изопериметрической задачи в условиях, когда наибольшее значение функции $K(\gamma)$ на режимах обтекания эквивалентных крыльев с присоединенной ударной волной на передних кромках еще не достигнуто: $-K'_\gamma(\gamma_m) > 0$ (вар. 1–3; правые концы штриховых кривых 1–3 на фиг. 2, отмеченные точками 1).

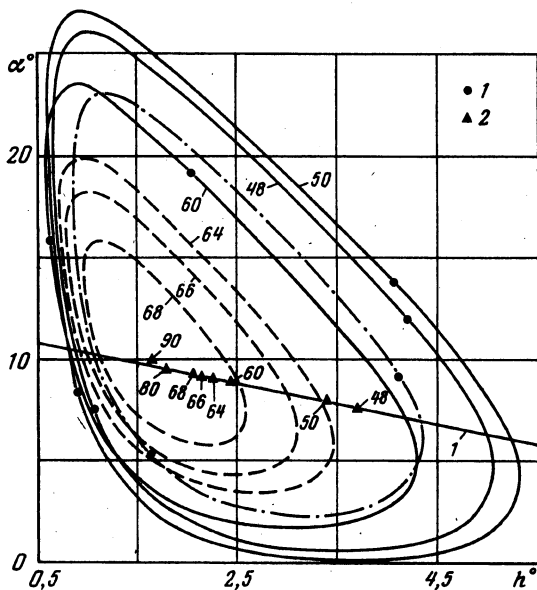
Из анализа расчетных данных [1] по вар. 1–3 было установлено, что относительное отличие эффективного угла отклонения потока

$$\alpha_e(\tau, C_y, \gamma) \equiv \alpha + \arctg h \quad (2.1)$$

при обтекании крыла, образованного толщиной вытеснения пограничного слоя, от своего среднего значения на отрезке $\gamma \in [\pi/2, \gamma_m]$ изменяется от величины $\leq 1\%$ (вар. 1) до величины $\approx 4\%$ (вар. 3). В (2.1) h – параметр, определяющий относительную толщину конического тела вытеснения (фиг. 1, штриховые линии в донном срезе волнолета) в плоскости симметрии течения в направлении, перпендикулярном центральной хорде V-образного крыла [7, 8].

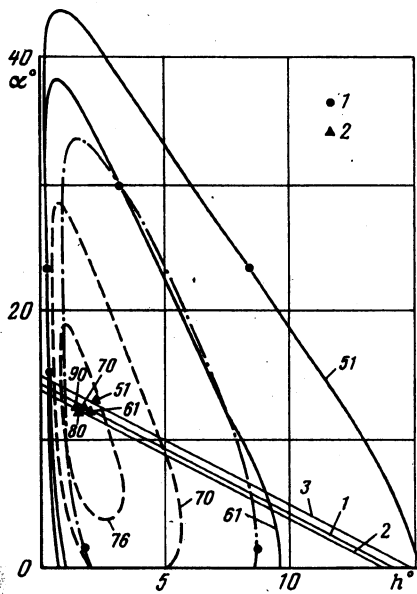
Распределение h для (M, α) , принадлежащих характеристическим кривым расчетных режимов обтекания крыльев [10] с геометрическими параметрами, реализующимися в вар. 1 и 4 при различных значениях угла $\gamma \in (\pi/2, \gamma_m)$, представлено соответственно на фиг. 4 и 5 ($h^\circ = \arctg h$, номер кривой соответствует величине угла γ в градусах). Штриховыми линиями нанесены величины h , отвечающие характеристическим кривым расчетных режимов обтекания $M(\gamma, \alpha)$, вдоль которых всюду реализуются сверхзвуковые течения на сфере за присоединенным скачком уплотнения на передних кромках, сплошными – в случаях, когда характеристические кривые расчетных режимов обтекания пересекаются с характеристическими кривыми звуковых режимов течения на передних кромках [10]. Точкам пересечения названных кривых соответствуют точки 1, которыми нанесены значения параметров, отвечающих расчетным режимам обтекания со звуковыми режимами течения на передних кромках крыла. При этом верхние дуги сплошных кривых (между точками 1) отвечают дозвуковым типам течения на сфере в возмущенной области. Штрихпунктирными линиями на фиг. 4 и 5 нанесены значения h , соответствующие кривым расчетных режимов обтекания (штриховые линии 1 и 3 на фиг. 3, б), происхождение которых и отвечающие им параметры будут указаны ниже.

Для иллюстрации обнаруженного свойства величины α_e (2.1) на фиг. 4 нанесена прямая 1 $\alpha_e = \alpha_e^\circ$, соответствующая параметрам, имеющим место в численном расчете по вар. 1 при $\gamma = 80^\circ$. Там же точками 2 приведены значения α и h° , реализующиеся в расчетах по вар. 1 при указанных величинах угла γ . Аналогичное построение сделано и на фиг. 5 (прямая 1), но уже с использованием среднего значения α_e° на отрезке $[\pi/2, \gamma_m]$, вычисленного с использованием результатов расчетов по вар. 4.



Фиг. 4

Фиг. 4. Распределение параметра толщины вытеснения пограничного слоя h вдоль кривых расчетных режимов обтекания эквивалентных крыльев при $\tau = 0,1127$, $C_y = 0,09261$ с различными углами γ (номера кривых). Точки 1 соответствуют параметрам при звуковых режимах течения на передних кромках крыла. 1 – прямая $\alpha_e = \text{const}$. Точки 2 характеризуют параметры α , h° у эквивалентных волнолетов при указанных величинах γ



Фиг. 5

Фиг. 5. То же, что и на фиг. 4, при $C_y = 0,1347$. 1–3 – прямые $\alpha_e = \text{const}$

На фиг. 4 точки 2 практически лежат на прямой $\alpha_e = \alpha_e^\circ$, что соответствует сказанному выше о поведении величины α_e в зависимости от параметров, имеющих место в расчете по вар. 1, а значительное уменьшение угла атаки отвечает полученному в расчете росту $K(\gamma)$ на 18% при $\gamma \in [\pi/2, \gamma_m]$ [1] (кривая 1 на фиг. 2). На фиг. 5 наблюдается некоторый разброс точек 2 относительно прямой 1. Малому отличию ординат точек 2 при $\gamma^\circ \in [90, 61]$ соответствуют относительно небольшие изменения $K(\gamma)$ (в пределах 3%). Некоторое увеличение угла атаки при $\gamma = \gamma_m = 51^\circ$ (точка 2) отвечает уменьшению аэродинамического качества на 6% по отношению к его значению при $\gamma = 90^\circ$ [1] (кривая 4 на фиг. 2).

Согласно гиперзвуковой теории двух приближений [2, 11], развитой в задачах обтекания V-образного крыла идеальным газом с маховской конфигурацией ударных волн и с одной головной ударной волной, присоединенной к передним кромкам, коэффициент нормальной силы, действующей на крыло, может быть представлен в виде

$$C_n = g(\alpha, M, \epsilon)[1 + o(\epsilon)], \quad g(\alpha, M, \epsilon) = \sin^2 \alpha [1 + \epsilon g_1(\alpha, M, \epsilon)] \quad (2.2)$$

Таким образом, известный качественный результат гиперзвуковой теории (2.2), указывающий лишь порядок погрешности при использовании приближения $C_n = g(\alpha, M, \epsilon)$, находит подтверждение в численных расчетах. Следует только иметь в виду, что на величину коэффициента подъемной силы волнолета C_y , фигурирующего в качестве аргумента функции α_e (2.1), влияет и трение на поверхности крыла – нижней поверхности волнолета (фиг. 1), хотя C_n и вносит превалирующий вклад [1].

Обнаруженное в результате анализа численного решения изопериметрической задачи [1] свойство величины α_e (2.1) может быть непосредственно использовано в качестве "приближенного" изопериметрического условия

$$\alpha_e(\tau, \gamma, \alpha) = \alpha_e^{\circ} \quad (2.3)$$

вместо условия $C_y(\tau, \gamma, \alpha) = \text{const}$.

Переход от исходной изопериметрической задачи с условиями

$$\tau = \text{const}, C_y = \text{const} \quad (2.4)$$

к новой с приближенными по отношению к (2.4) условиями

$$\tau = \text{const}, \alpha_e = \text{const} \quad (2.5)$$

упрощает поиск зависимости $\alpha(\tau, \alpha_e, \gamma)$, так как избавляет от необходимости численного решения задачи обтекания V-образного крыла на каждой итерации, поскольку α_e (2.1) рассчитывается согласно модели толщины вытеснения пограничного слоя [7, 8] по параметрам за присоединенным к передним кромкам скачком уплотнения.

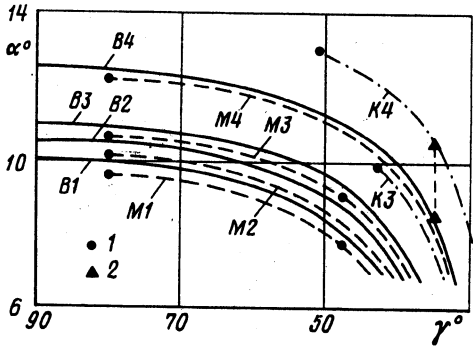
Располагая зависимостью $\alpha(\tau, \alpha_e, \gamma)$, по направлению изменения угла атаки можно сделать предварительный вывод о росте или уменьшении аэродинамического качества волнолета при уменьшении угла раскрытия его нижней поверхности [1], а по величине изменения α получить оценку для области изменения угла раскрытия крыла, в которой следует ожидать максимального роста (или падения) аэродинамического качества. Затем достаточно ограниченного числа численных расчетов обтекания V-образного крыла уже при известных геометрических параметрах волнолета, чтобы составить представление об истинном поведении величин $C_y(\gamma)$ и $K(\gamma)$.

Следуя предложенной методике, рассмотрим решения $\alpha(\tau, \alpha_e, \gamma)$ системы соотношений $\tau = 0,1127$, $\alpha_e = \alpha_e^{\circ}$ (2.5), отвечающие трем способам задания константы α_e° . Указанная константа рассчитывается с использованием параметров, реализующихся в исходной изопериметрической задаче (2.4) при $\gamma = 90^\circ, 80^\circ$ и γ_m (соответственно – I–III способы). Ниже приведены результаты расчетов в случаях, когда величины необходимых параметров при указанных значениях угла γ заимствованы из решений изопериметрической задачи (2.4) по вар. 1–4. Это позволяет определить влияние способа задания константы в условии (2.5) на решение поставленной задачи в достаточно широком диапазоне изменения коэффициента подъемной силы.

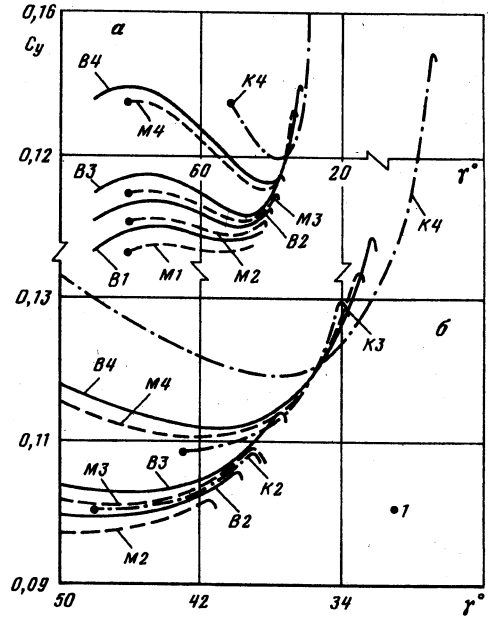
На фиг. 6 представлены зависимости $\alpha(\gamma)$ -решения задачи (2.5). Сплошные кривые B1–B4 соответствуют способу I расчета константы во втором изопериметрическом условии (2.5). Точками 1 обозначены начала кривых, отвечающих способу II (штриховые линии M1–M4) и способу III (штрихпунктирные линии K1–K4). Кривые K1 и K2 не нанесены, так как они практически совпадают соответственно с кривыми M1 и M3 в своих интервалах изменения угла $\gamma < \gamma_m$ (отмечены точками 1). Все кривые оканчиваются в точках, где в рамках модели вязкого взаимодействия реализуются звуковые режимы течения на передних кромках соответствующих крыльев, угол β при вершине консоли которых может быть вычислен по формуле

$$\text{tg} \beta = \frac{\text{tg}^2 \alpha \cos \alpha}{9\tau^2 \sin \gamma + \text{tg}^2 \alpha \sin \alpha \cos \gamma} \quad (2.6)$$

Сравнение функций $\alpha(\gamma)$ (фиг. 6) с аналогичными зависимостями, найденными в результате решения задачи (2.4) (о них можно судить по расположению соответствующих трех точек при $\gamma = 90^\circ, 80^\circ$ и γ_m), показывает, что в случаях, отвечающих вар. 1–3, и те и другие являются убывающими в отличие от вар. 4, в котором кривая $\alpha(\gamma)$ при условии $C_y = \text{const}$ имеет минимум. Если в вар. 1 и 2 отличие ординат сравниваемых кривых при равных значениях γ не превышает $0,5^\circ$, то с ростом коэффициента подъемной силы (см. табл.) оно увеличивается. Значит, при больших



Фиг. 6



Фиг. 7

Фиг. 6. Зависимость геометрического параметра α волнолета от угла γ в изопериметрической задаче с $\tau = 0,1127$, $\alpha_e = \text{const}$. Точки 1 – величины $\alpha(\gamma)$ в изопериметрической задаче с $\tau = 0,1127$, $C_y = \text{const}$. Точки 2 – скачок α при меньшем скачке в бифуркации аэродинамического качества при $C_y \approx 0,121$

Фиг. 7. а – проекция семейства изолиний $\alpha_e = \text{const}$, покрывающих поверхность $K(\tau = 0,1127, C_y, \gamma)$ на плоскость (γ, C_y) , б – ее увеличенный фрагмент

значениях C_y , из указанных в таблице, будет наблюдаться и большее различие значений других параметров, найденных при решении задач (2.4) и (2.5).

Результаты численных расчетов аэродинамического качества волнолетов с геометрическими параметрами, отвечающими зависимостям $\alpha(\gamma)$ (фиг. 6) и β (2.6), приведены на фиг. 2. Сплошные кривые B1–B4, M1–M4 и штрихпунктирные кривые K1–K4 соответствуют кривым с теми же номерами на фиг. 6. Точки, как и на фиг. 6, обозначают начала кривых $K(\gamma)$, соответствующих способам II и III задания константы в изометрическом условии $\alpha_e = \alpha_e$, а кривые K1 и K2 практически совпадают с кривыми M1 и M3.

На фиг. 7 изображены зависимости $C_y(\tau, \alpha_e, \gamma)$, полученные в расчетах обтекания волнолетов с геометрическими параметрами, заданными кривыми $\alpha(\gamma)$, при $\alpha_e \in (11,3; 15,1)$ и приняты те же обозначения, что и на фиг. 6. Из данных на фиг. 7 следует, что при увеличении константы в изопериметрическом условии (2.3), что, согласно таблице, отвечает увеличению коэффициента подъемной силы, растет отличие между значениями параметров, полученных при решении изопериметрических задач (2.4), (2.5).

Таким образом, переход к упрощенной задаче с условиями (2.5) для определения формы волнолета максимального аэродинамического качества оказывается непосредственно эффективным при малых C_y (кривая M1 на фиг. 7, а; кривые M1 и K1 на фиг. 2) и, следовательно, малых углах атаки α (кривая M1 на фиг. 6), которые наиболее интересны для несущих аэродинамических форм.

Наибольшие величины аэродинамического качества, полученные в расчетах [1] при $\tau = \text{const}$, $C_y = \text{const}$ (штриховые линии на фиг. 2), в действительности могут быть значительно превзойдены еще на режимах обтекания с присоединенной ударной волной на передних кромках. Так, при $C_y \approx 0,09261$ (вар. 1) на указанных режимах обтекания переход от волнолета с нижней поверхностью в форме треугольного крыла к эквивалентному волнолету с нижней поверхностью в форме V-образного крыла приводит к увеличению аэродинамического качества приблизительно на 26% (см. кривые 1, M1 и K1 на фиг. 2), тогда как второй точке 1 на штриховой кривой 1 (фиг. 2, $\gamma = \gamma_m$) отвечает увеличение аэродинамического качества на 18% [1].

3. В результате анализа данных, представленных на фиг. 2 и 7, становятся ясными причины ухудшения сходимости итераций в расчетах [1] при $\gamma < 50^\circ$. Во-первых, это происходит из-за слабой зависимости C_y от α (фиг. 6, 7), на что обращает внимание сближение кривых $\alpha_e = \text{const}$ (фиг. 7, а). Действительно, при поиске корня α уравнения $C_y(\tau, \gamma, \alpha) = \text{const}$ с уменьшением γ наступает момент, когда изменения C_y , достигаемые при вариациях α , становятся сравнимыми с погрешностью при вычислении коэффициента подъемной силы. Во-вторых, сходимость итераций при некоторых значениях определяющих параметров не может быть реализована в принципе из-за пересечения кривых $\alpha_e = \text{const}$ (фиг. 7).

Структура кривых $\alpha_e = \text{const}$ на фиг. 7, б указывает, что поверхность $K(\tau, C_y, \gamma)$ при $\tau = \text{const}$ имеет сборку, свидетельствующую о наличии бифуркации аэродинамического качества. Начало сборки располагается в окрестности максимального сближения кривых K2 и M3, которые практически совпадают. Это приводит также к "совпадению" соответствующих зависимостей $K(\gamma)$ (фиг. 2, кривая M3 и отсутствующая штрихпунктирная кривая K2 – продолжение штриховой кривой B2 при $\gamma < 48^\circ$; см. также соответствующие кривые на фиг. 6).

Обнаруженное пересечение кривых $\alpha_e = \text{const}$ указывает, что при гиперзвуковом вязком взаимодействии оптимизация нижней поверхности волнолета (фиг. 1) с целью получения максимальных значений аэродинамического качества в рамках задачи (2.4) может не иметь единственного решения. Поэтому при решении соответствующих вариационных задач необходимо предусматривать возможность существования бифуркации аэродинамического качества.

Скачок аэродинамического качества можно обнаружить в точках пересечения изолиний с $\alpha_e > 12,26^\circ$ ($\alpha_e = 12,26^\circ$ отвечает штриховой кривой M3 на фиг. 7), который возрастает при уменьшении угла γ и увеличении разности значений α_e , им соответствующих. Последнее непосредственно следует из характера зависимостей $K(\alpha_e, \gamma)$ (фиг. 2).

В качестве примера на фиг. 2 точками 2 показано аэродинамическое качество волнолета, найденное интерполяцией данных, с коэффициентом подъемной силы $C_y \approx 0,121$, имеющим место в точке пересечения сплошной кривой B4 ($\alpha_e = 13,88^\circ$) и кривой K4 ($\alpha_e = 15,11^\circ$) (фиг. 7). Штриховым вертикальным отрезком прямой при $\gamma \approx 32^\circ$, соединяющим две точки 2, показан меньший из двух скачков аэродинамического качества, реализующихся в сборке поверхности $K(\tau, C_y, \gamma)$. Большой скачок аэродинамического качества в соответствии с расположением изолиний $\alpha_e = \text{const}$ в сборке реализуется в результате прохождения через исследуемую точку кривой с $12,54^\circ < \alpha_e < 13,37^\circ$. Границы указанного интервала соответствуют кривой B3 и кривой K3 (фиг. 7). Следовательно, точка 2, отвечающая большему из двух скачков в бифуркации аэродинамического качества волнолета с $C_y \approx 0,121$ при $\gamma \approx 32^\circ$, располагается выше штрихпунктирного отрезка K3 – продолжения штриховой кривой 3 (фиг. 2).

На фиг. 6 точками 2 показаны углы атаки V-образных крыльев, образующих нижнюю поверхность волнолетов, аэродинамическое качество которых отличается на меньший из скачков в бифуркации K, обозначенный теми же точками на фиг. 2 при

$\gamma \approx 32^\circ$. Точка 2 с ординатой, равной углу атаки крыла, отвечающему большему скачку в бифуркации K , будет располагаться при том же γ ниже кривой $K3$ (фиг. 6). Значит, меньшему скачку в бифуркации K соответствует скачок $\Delta\alpha \approx -2^\circ$, а большему – скачок $\Delta\alpha < -3^\circ$.

Таким образом, поиск формы нижней поверхности волнолета, обеспечивающей максимум аэродинамического качества, в классе V-образных крыльев с изопериметрическими условиями $\tau = \text{const}$ и $C_y = \text{const}$ традиционными приемами в рамках представлений о непрерывной зависимости K от параметров приводит, например, в случае $C_y \approx 0,121$ к оптимальному решению ($\gamma \approx 80^\circ$) (см. фиг. 2, точки 2) с превышением аэродинамического качества по сравнению с эквивалентным волнолетом с плоской нижней поверхностью на 3%. Однако учет бифуркации аэродинамического качества обеспечивает, например, при $\gamma \approx 32^\circ$ существование трех волнолетов с разными углами α (фиг. 6) и углами при вершине консоли крыла β (2.6). Причем если переход к волнолету с крылом, отвечающим меньшему скачку в бифуркации K , обеспечивает увеличение аэродинамического качества по отношению к базовому волнолету на 22,5%, то переход к волнолету с крылом, отвечающим большему скачку в бифуркации K , – более чем на 35,5%.

Возникает вопрос о рациональном способе предсказания и поиска бифуркации аэродинамического качества волнолета при больших сверхзвуковых скоростях в условиях вязкого взаимодействия. Приведем косвенный признак, сопутствующий образованию сборки поверхности $K(\tau, C_y, \gamma)$.

Поскольку анализ изменения формы и аэродинамических характеристик эквивалентных волнолетов был проведен для конкретных определяющих параметров невозмущенного потока, то и предлагаемый признак существования бифуркации K будет обсуждаться в связи с качественными изменениями в динамике режимов обтекания соответствующих V-образных крыльев при $M = 20$.

Все кривые на фиг. 2, 6, 7 ограничены по переменной γ справа из-за образования на передних кромках крыльев звукового режима течения, практически совпадающего при гиперзвуковых скоростях с режимом отсоединения ударной волны от передних кромок. Геометрические характеристики соответствующих волнолетов, рассчитанные в рамках задачи (2.5), известны и, следовательно, для них в плоскости параметров M, α могут быть построены характеристические кривые [10].

На фиг. 3, б построены характеристические кривые I обтекания V-образного крыла с углами $\gamma = 44,61^\circ$ и $\beta = 10,15^\circ$, являющимися координатами точки – правого конца кривой $M1$ (фиг. 6) (соответствует правому концу изолинии $\alpha_c = 11,37^\circ$ – кривой $M1$ на фиг. 7, а), кривая расчетных режимов обтекания (штриховая линия) и отрезки кривой звуковых режимов течения (сплошные линии). Их точки пересечения, отвечающие расчетным режимам обтекания со звуковым коническим течением на передних кромках, отмечены точками I .

Для рассматриваемого крыла один из звуковых режимов течения на кривой расчетных режимов обтекания располагается при $M > 20$. Это значит, что при уменьшении угла атаки эквивалентных крыльев в новой изопериметрической задаче (кривая $M1$ на фиг. 6) соответствующая точка в плоскости (M, α) движется по координатной линии $M = 20$ к оси абсцисс (см. фиг. 3, б) и попадает на кривую звуковых режимов течения (сплошная линия I) лишь после пересечения кривой расчетных режимов обтекания (штриховая линия I) на участке, где скачок уплотнения, присоединенный к передней кромке, принадлежит слабому семейству.

Распределение параметра толщины вытеснения пограничного слоя h на расчетных режимах обтекания крыла с $\gamma = 44,61^\circ$, $\beta = 10,15^\circ$ приведено штрихпунктирной кривой на фиг. 4. В точке пересечения прямой I (2.3) и указанной кривой реализуются, согласно данным расчета, значения параметров, близкие к их величинам при звуковом режиме течения, что согласуется с близким расположением характеристических кривых I при числе Маха $M = 20$ (см. фиг. 3, б).

На фиг. 5 кроме прямой 1 (2.3) с константой, равной среднему значению α_e при $\gamma \in [\pi/2, \gamma_m]$ (вар. 4), проведены прямые с α_e , определяемыми по способу I (прямая 2) и III (прямая 3). В условиях же не столь малого разброса расчетных значений α_e около прямой 1 (фиг. 5) в задаче (2.4), как это имело место в вар. 1 (см. фиг. 4), необходимо знать, как влияет выбор константы во втором изопериметрическом условии (2.5) на геометрические параметры волнолета, около которого реализуется звуковой режим течения, и свойства соответствующих им характеристических кривых.

Согласно решениям задач (2.5) с $\tau = 0,1127$, $\alpha_e = 13,85^\circ$ (фиг. 5, прямая 2, а также фиг. 6, параметры точки – правого конца кривой В4) и $\alpha_e = 15,1^\circ$ (фиг. 5, прямая 3, а также фиг. 6, параметры точки – правого конца кривой К4), звуковые режимы течения имеют место соответственно около V-образных крыльев с параметрами $\gamma = 32,01^\circ$, $\beta = 12,39^\circ$ и $\gamma = 28,65^\circ$, $\beta = 13,5^\circ$. Отвечающие им кривые расчетных режимов обтекания приведены на фиг. 3, б штриховыми линиями 2 и 3, а на фиг. 5 штрихпунктирной кривой показано распределение параметра h на расчетных режимах обтекания, определенных кривой 3 на фиг. 3, б. Точками 1 на названных кривых указаны параметры, при которых в ударном слое за плоским скачком уплотнения, лежащим на передних кромках, реализуется всюду дозвуковое коническое течение на сфере. Такой же тип течения в ударном слое около указанных крыльев имеет место при условиях обтекания, отвечающих верхним дугам кривых 2 и 3 между точками 1 (фиг. 3, б).

Как видно (фиг. 3, б), в рассматриваемых случаях точки со звуковым режимом течения на кривых 2 и 3 располагаются при числах Маха $M < 20$. Причем при меньшем значении α_e (кривая 2) звуковая точка с большей абсциссой на кривой расчетных режимов обтекания располагается ближе к прямой $M = 20$.

Таким образом, когда изолинии $\alpha_e = \text{const}$ "образуют" сборку на поверхности $K(\tau, C_y, \gamma)$ (см., например, кривые В4 и К4 на фиг. 7), в отличие от изолинии $\alpha_e = 11,37^\circ$ (фиг. 7, а, кривая М1; фиг. 3, б, кривые 1), при уменьшении угла атаки эквивалентных крыльев (см., например, кривую В4 на фиг. 6) соответствующая точка в плоскости (M, α) ,двигающаяся по координатной линии $M = 20$ к оси абсцисс (см. фиг. 3, б), попадает либо в окрестность кривой звуковых режимов течения (не изображена), либо на кривую расчетных режимов обтекания (кривые 2, 3) на участке, где скачок уплотнения, присоединенный к передней кромке, принадлежит сильному семейству [10].

Начало сборки поверхности $K(\tau, C_y, \gamma)$ находится в окрестности максимума кривой М3 (фиг. 7, изолиния $\alpha_e = 12,27^\circ$). Расчет геометрических параметров V-образного крыла, около которого при указанном значении α_e реализуется звуковой режим течения, и соответствующих ему характеристических кривых показал, что абсцисса звуковой точки на кривой расчетных режимов обтекания с высокой точностью совпадает с $M = 20$.

Суммируя приведенные выше сведения, в качестве признака наличия или отсутствия буфуркации аэродинамического качества (участия или неучастия какой-либо из изолиний $\alpha_e = \text{const}$ в образовании сборки поверхности $K(\tau, C_y, \gamma)$) можно принять положение координатной линии $M = \text{const}$, отвечающей числу Маха невозмущенного потока, относительно звуковых точек на характеристической кривой расчетных режимов обтекания $\alpha(M)$, построенной для крыла, около которого в задаче (2.5) реализуется звуковой режим течения на передних кромках.

Если координатная линия $M = \text{const}$ располагается между звуковыми точками на указанной характеристической кривой расчетных режимов обтекания, то соответствующая изолиния $\alpha_e = \text{const}$ не проходит через сборку поверхности $K(\tau, C_y, \gamma)$. В противном случае имеет место бифуркация аэродинамического качества эквивалентных по τ и C_y волнолетов в некотором интервале изменения угла раскрытия V-образных крыльев, образующих их нижнюю поверхность.

Обнаруженная в условиях гиперзвукового вязкого взаимодействия возможность увеличения аэродинамического качества волнолета на десятки процентов при использовании V-образного крыла в качестве его нижней поверхности неожиданна и могут возникнуть сомнения в достоверности полученных результатов.

В связи с этим подчеркиваем, что использованная модель толщины вытеснения пограничного слоя позволяет получать удовлетворительные данные о нагрузке на V-образное крыло в рассмотренной здесь области изменения геометрических параметров волнолета и на режимах обтекания с присоединенной ударной волной на передних кромках, если внутренние ударные волны в маховской конфигурации ударных волн не вызывают отрыв пограничного слоя [7, 8]. Поэтому величины аэродинамического качества $K(\gamma)$ по меньшей мере в точках $\gamma \approx 80^\circ$ (на режимах, близких к расчетному) [1] и при углах раскрытия, близких к режимам реализации звукового течения на кромках, когда внутренние ударные волны, если и существуют, то имеют малую интенсивность, не должны вызывать сомнения.

Поскольку разность значений $K(\gamma)$ именно из окрестности указанных характерных точек определяет увеличение аэродинамического качества треугольного в плане волнолета при замене плоской нижней поверхности на V-образное крыло, то и количественные выводы, следующие из анализа оптимизационной задачи, можно считать близкими к реальным. Что касается промежуточных значений угла раскрытия крыла, то, как показано в [1], при интенсивности внутренних ударных волн, достаточной для возникновения отрыва пограничного слоя, величина аэродинамического качества может быть только больше полученных расчетных значений $K(\gamma)$.

Заключение. Предложена и апробирована методика перехода от изопериметрической задачи с заданными удельным объемом и коэффициентом подъемной силы к задаче с заданными удельным объемом и характерным углом отклонения потока. Установлены условия адекватности обеих задач. Продемонстрирована эффективность методики в случаях, когда традиционные подходы не обеспечивают получение решения исходной изопериметрической задачи. Установлено, что в зависимости от величины констант изопериметрических условий аэродинамическое качество волнолета может быть как однозначной функцией определяющих параметров, так и иметь два или три значения. Предложен способ определения области изменения параметров, в которой реализуется бифуркация аэродинамического качества. Расчетным путем при гиперзвуковых скоростях (число Маха невозмущенного потока $M = 20$), ламинарном состоянии пограничного слоя и на режимах обтекания с присоединенной ударной волной на передних кромках установлено, что в случае непрерывной зависимости аэродинамического качества от параметров замена нижней плоской поверхности треугольного в плане волнолета на V-образное крыло может приводить к увеличению аэродинамического качества более чем на 25%, а в области бифуркации – более чем на 35%. Причем максимальные значения аэродинамического качества достигаются в окрестности звуковых режимов течения на передних кромках крыла.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 97-01-00099).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зубин М.А., Остапенко Н.А., Чулков А.А. Аэродинамическое качество треугольного в плане волнолета при гиперзвуковых скоростях // Изв. РАН. МЖГ. 1997. № 6. С. 74–87.
2. Гонор А.Л., Остапенко Н.А. Гиперзвуковое обтекание крыльев с маховской системой ударных волн // Изв. АН СССР. МЖГ. 1972. № 3. С. 104–116.
3. Остапенко Н.А. Аэродинамические характеристики V-образных крыльев с отошедшей ударной волной на передних кромках при гиперзвуковых скоростях полета // Изв. РАН. МЖГ. 1993. № 4. С. 145–154.

4. *Майкапар Г.И.* О волновом сопротивлении неосесимметричных тел в сверхзвуковом потоке // ПММ. 1959. Т. 23. Вып. 2. С. 376–378.
5. *Nonweiler T.* Aerodynamic problems of manned space vehicles // J. Roy. Aeron. Soc. 1959. V. 63. № 585. P. 521–528.
6. *Kuchemann D.* Hypersonic aircraft and their aerodynamic problems // Progress in Aeronautical Sciences. L.: Pergamon Press, 1965. V. 6. P. 271–353.
7. *Остапенко Н.А.* Аэродинамическое сопротивление пространственных тел со звездообразным поперечным сечением при сверхзвуковых скоростях и проблемы его расчета // Изв. РАН. МЖГ. 1993. № 1. С. 57–69.
8. *Зубин М.А., Остапенко Н.А., Чулков А.А.* Моделирование аэродинамического сопротивления пространственных тел со звездообразным поперечным сечением при гиперзвуковых скоростях // Изв. РАН. МЖГ. 1996. № 5. С. 69–79.
9. *Остапенко Н.А.* Режимы сверхзвукового обтекания V-образных крыльев // Тр. Мат. ин-та им. В.А. Стеклова. 1998. Т. 223. С. 238–247.
10. *Остапенко Н.А.* Режимы сверхзвукового обтекания V-образных крыльев при моделировании вязкого взаимодействия // Изв. РАН. МЖГ. 1999. № 3. С. 49–60.
11. *Гонор А.Л., Остапенко Н.А.* Гиперзвуковое обтекание треугольного крыла конечной толщины // Изв. АН СССР. МЖГ. 1970. № 3. С. 46–55.

Москва
Институт механики МГУ

Поступила в редакцию
28.IV.1998