

УДК 532.517.2

© 1999 г. Е.М. СМIRНОВ

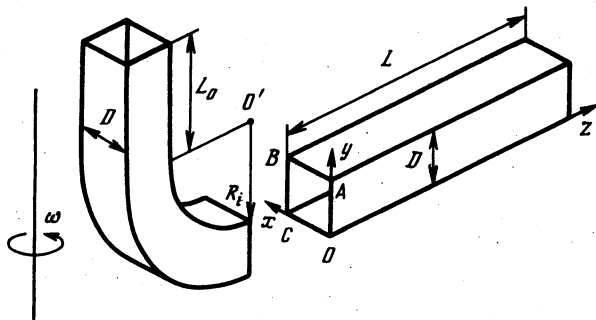
ЛОКАЛЬНОЕ НАРУШЕНИЕ ДВУХВИХРЕВОЙ СТРУКТУРЫ ВТОРИЧНОГО ТЕЧЕНИЯ ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ КАНАЛЕ ПРИ МАЛЫХ И БОЛЬШИХ ВХОДНЫХ НЕРАВНОМЕРНОСТЯХ

Представлены результаты численного моделирования трехмерного стационарного ламинарного течения несжимаемой жидкости во вращающемся канале квадратного поперечного сечения. Расчеты выполнены при варьировании распределений скорости на входе в прямолинейный участок канала, ориентированный перпендикулярно оси вращения. Существенно неравномерные распределения получены при расчете течения в канале с предвключенным поворотом на 90° . Малые отклонения от равномерного распределения формировались искусственно. Проведен анализ влияния входных условий на локальное нарушение двухвихревой структуры вторичного течения.

Для жидкости с постоянной плотностью отличия течения во вращающихся прямолинейных каналах от течения в идентичных по форме, но неподвижных обусловлены действием только силы Кориолиса. При этом оказывается непротиворечивой и, как следствие, особо привлекательной упрощенная постановка задачи, в которой течение полагается полностью развитым по длине канала. Если оставить в стороне случай щелевых каналов, то течение такого вида (с тремя компонентами скорости) зависит от двух поперечных координат. В литературе наибольшее внимание уделено полностью развитому ламинарному течению в канале квадратного поперечного сечения; численными методами это течение изучалось, в частности, в [1–4]. Определяющие безразмерные параметры течения – число Рейнольдса $Re = W_m D/\nu$ и число вращения $K = \omega D/W_m$, где D – длина стороны поперечного сечения канала, W_m – среднерасходная скорость, ω – угловая скорость вращения. Действие силы Кориолиса обуславливает возникновение вторичного течения, которое в первичном режиме, т.е. при достаточно малом числе Re , имеет вид пары вихрей с зеркальной симметрией относительно срединной плоскости, перпендикулярной оси вращения. Процесс формирования полностью развитого течения с двухвихревой структурой циркуляции при $Re \sim 10^2$ изучался в [5] на основе параболизированных уравнений движения.

Первые же эксперименты по визуализации течения во вращающемся квадратном канале длиной около 20 калибров [6] указали на то, что при переходе на плоскости (Re, K) через определенную границу двухвихревая структура поперечной циркуляции нарушается. Характерный признак новой (четырёхвихревой) структуры вторичного течения – дополнительная пара продольно ориентированных вихрей, которые расположены у стороны повышенного давления и направление циркуляции в которых противоположно основному поперечному движению. Те же выводы следовали и из результатов численного моделирования полностью развитого течения, выполненного при изначально наложенном предположении о его зеркальной симметрии [2, 3].

Кажущаяся согласованность первоначальных опытных и расчетных результатов по возникновению нового режима стационарного течения во вращающемся канале подверглась критике в [7]; приведенные там данные наблюдений за стационарным потоком воды в канале значительно большей длины (около 50 калибров) показали, что



Фиг. 1. Схема вращающегося канала и предвключенного поворота на 90°

нарушение двухвихревой структуры вторичного течения носит локальный характер: возникающие самопроизвольно на начальном участке канала или искусственно возбуждаемые вихри у стороны повышенного давления вырождаются по мере продвижения вниз по потоку. Происходящая с ростом числа Re потеря устойчивости двухвихревым течением на большом удалении от входа связана с развитием нестационарных явлений, а не новой формы стационарного течения.

Вслед за [8], где исследовались вопросы устойчивости для родственного случая течения в искривленном канале, в [9, 10] путем численного интегрирования было показано, что априорное наложение условий зеркальной симметрии искажает бифуркационные свойства развитого течения во вращающемся квадратном канале: четырехвихревая структура оказывается неустойчивой относительно несимметричных возмущений.

В [10] на основе стационарных трехмерных параболизированных по продольной координате уравнений Навье – Стокса выполнено численное моделирование пространственных периодических изменений в структуре вторичного течения во вращающемся канале, основное содержание которых заключается в возникновении, росте и последующем затухании вихревых образований у стороны повышенного давления; период таких пространственных колебаний составляет сотни калибров.

Как правило, длина вращающегося прямолинейного канала в технических устройствах не превышает нескольких десятков калибров. Из представленного обзора следует вывод о том, что именно на этой длине разыгрываются наиболее сложные и трудные для понимания трехмерные процессы, связанные с изменением структуры поперечной циркуляции. Эти процессы в существенной мере определяются условиями на входе в канал.

Настоящая работа посвящена исследованию трехмерного течения несжимаемой вязкой жидкости во вращающемся квадратном канале, выполненному посредством численного решения полной системы стационарных уравнений Навье – Стокса.

1. Постановка задачи и численный метод. Будем воспринимать прямолинейный участок канала, ориентированный перпендикулярно к оси вращения, как основной (рабочий) участок длиной L . Входом в основной участок назначим сечение $OABC$ (фиг. 1). Ось z вращающейся вместе с каналом декартовой системы координат направим вдоль канала, ось y – вдоль вектора угловой скорости; таким образом, стенка с повышенным давлением лежит в плоскости $x = 0$. Безразмерные координаты обозначим X, Y, Z , а безразмерные составляющие скорости – соответственно U, V, W .

Главная цель настоящего исследования заключается в получении данных по влиянию входных условий на локальное нарушение двухвихревой структуры вторичного течения в основном участке канала. При этом в качестве базового выбирается случай с равномерным входным распределением скорости, а вводимые неравномерности подразделяются на малые и большие.

Для задания малых входных неравномерностей используется модельное, кусочно-равномерное распределение продольной скорости со ступенькой, находящейся на срединной линии $Y = 0,5$

$$W = (1 + \alpha), \quad 0 < Y < 0,5; \quad W = (1 - \alpha), \quad 0,5 < Y < 1 \quad (1.1)$$

где α – безразмерный параметр неравномерности; поперечные составляющие скорости полагаются нулевыми.

Большие отклонения от равномерного входного распределения разумно связать с какой-либо реальной ситуацией. В качестве таковой выберем случай, в котором канал дополняется предвключенным участком в виде поворота на 90° , где происходит смена направления течения с аксиального на поперечное, в частном случае – на радиальное (фиг. 1). При малом радиусе поворота R_i (что и принимается далее) задачу расчета поля скорости в нем следует ставить как эллиптическую, сопряженную для трех подобластей: аксиального участка длиной L_0 , собственно поворота и радиального участка достаточной протяженности. Данная задача, конкретизируемая в следующем разделе, может составить предмет отдельного параметрического исследования, однако в настоящей работе она играет подчиненную роль: ее решение генерирует большие неравномерности на входе в прямолинейный рабочий участок.

На стенках накладывается условие прилипания. На выходе из канала задается линейное по x распределение модифицированного давления p

$$p = p_0 - 2\rho\omega W_m D(X - 0,5) \quad (1.2)$$

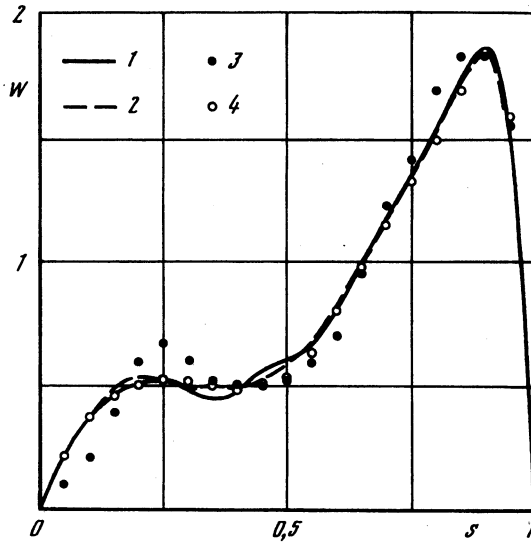
где ρ – плотность жидкости, p_0 – произвольный уровень давления.

Модификация давления, как это общепринято, заключается в вычитании из истинного давления потенциалов силы тяжести и центробежной силы инерции. Значение скорости на выходной границе находится путем линейной экстраполяции изнутри области. Отметим, что задаваемое в виде (1.2) изменение выходного давления поперек канала приближенно учитывает эффект силы Кориолиса; его использование уменьшает по сравнению со случаем неизменного по сечению давления протяженность области, в которой ощущается влияние искусственных условий на выходной границе.

Стационарные решения уравнений Навье – Стокса находились численно на основе метода искусственной сжимаемости, предполагающего постановку и решение эволюционной задачи по времени установления (см., например, монографию [11], включающую обширный список оригинальных работ). Дискретизация по пространству осуществлена по методу конечных объемов со вторым порядком аппроксимации на структурированных совмещенных сетках. Условие сохранения массы и балансовые соотношения для декартовых компонент количества движения расписывались для центров контрольных объемов, в качестве последних служат ячейки исходной неравномерной расчетной сетки. При вычислении невязок стационарного оператора конвективные потоки рассчитывались на основе противопоточной схемы QUICK [11]. Для дискретизации членов уравнения движения, отражающих действие вязкости, применялась центральная разностная схема.

С целью подавления нефизических осцилляций давления использовалась корректирующая интерполяционная процедура для вычисления потоков массы [12]. Продвижение по времени установления осуществлялось на основе неявной схемы первого порядка. Конвективные члены в стабилизирующем операторе аппроксимировались согласно противопоточной схеме первого порядка; результирующая система алгебраических уравнений решалась методом приближенной факторизации по координатным направлениям: на каждом дробном шаге для решения блочно-треугольных систем уравнений использовался алгоритм матричной прогонки.

2. Расчеты течения в канале с 90° -градусным поворотом. Выше отмечалось, что задача о ламинарном течении на участке 90° -градусного поворота канала квадратного сечения рассматривается в работе как вспомогательная, позволяющая естественным



Фиг. 2. Распределение продольной скорости в неподвижном канале на выходе из поворота вдоль линии, лежащей в срединной плоскости: 1, 2 – расчеты настоящей работы для мелкой и огрубленной сеток, 3 – экспериментальные данные [13], 4 – расчеты [14]

путем сгенерировать сильно неравномерное распределение скорости на входе в рабочий участок.

Для случая неподвижного канала эта задача фигурирует в литературе как предствительный тест при проверке методов и программ численного решения трехмерных уравнений Навье – Стокса. В определяющей мере это инициировано работой [13], в которой для частного случая $R_i = 1,8 D$, $Re = 790$ методом лазерной доплеровской анемометрии получены опытные данные по полю продольной скорости в шести измерительных сечениях; там же представлена одна из первых попыток численного моделирования этого течения. Впоследствии данное течение исследовалось численными методами во многих работах, например в [14, 15]. Полученные результаты показывают, что сочетание весьма высокого (для ламинарных течений) числа Re и малого радиуса поворота приводит к сильной деформации поля основного течения и к развитию интенсивных поперечных течений со сложной структурой.

Течение в неподвижном канале с поворотом при условиях, заданных в [13], рассчитывалось и в настоящей работе. С одной стороны, это позволило протестировать численный алгоритм и определить требования к сетке, используемой для основной серии расчетов. С другой стороны, специфику течения во вращающемся повороте логично анализировать путем сопоставления с результатами для неподвижного канала.

Расчеты выполнены в традиционном предположении о симметричности стационарного течения относительно средней плоскости. Во входном сечении, отстоящем на расстоянии $L_0 = 5D$ вверх по потоку от начала поворота, задавалось распределение скорости, полученное для полностью развитого течения в прямолинейном канале того же поперечного сечения. Условие заданного однородного давления накладывалось в сечении, расположенном на расстоянии $3D$ ниже по потоку от конца поворота. Стационарное решение получено на двух неравномерных сетках, покрывающих половину канала: мелкой, состоящей из $33 \times 41 \times 121$ узлов (первое число относится к направлению, нормальному к плоскости симметрии), и огрубленной, с $17 \times 21 \times 61$ узлами.

На фиг. 2 представлено распределение безразмерной продольной скорости на выходе из поворота (сечение 90°) вдоль линии, лежащей в срединной плоскости; скорость нормирована на среднерасходную, безразмерная координата z отсчитывается от стенки с большей кривизной. Профили, полученные в настоящей работе при использовании мелкой и огрубленной сеток, показаны кривыми 1 и 2. Точки 3 нанесены по экспериментальным данным [13], точки 4 – результаты аналогичных расчетов, выполненных в [14] с использованием схемы QUICK на сетке с $19 \times 25 \times 70$ узлами.

Видно, что мелкая и огрубленная сетки дают практически совпадающие результаты; небольшие отличия прослеживаются лишь для центральной, низкоскоростной части потока. Можно отметить также превосходную согласованность с данными вычислений [14]; последнее относится и к предсказаниям многовихревой структуры поперечной циркуляции. Расчетные и опытные данные для сечения 90° в целом удовлетворительно согласуются между собой.

Вместе с тем следует с очевидностью заключить, что еще большее измельчение сетки не приведет к полному совпадению результатов. Ситуация заметно хуже для сечения 60° . В рассчитанном поле течения имеется выраженный "провал" значений скорости в центральной части, который не наблюдался в экспериментах. Отметим, что распределение скорости с низкоскоростной центральной частью получено для этого сечения во всех расчетных исследованиях, базирующихся на достаточно подробных сетках, в том числе и в [15], где число узлов доходило до 200 тыс.

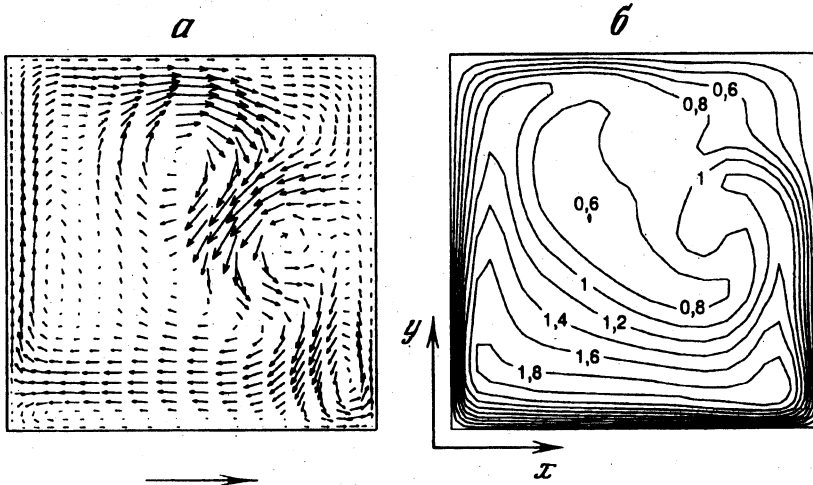
Причины отмеченного расхождения между расчетными и опытными результатами пока не вполне ясны. Предвосхищая, однако, изложение выводов из последующего материала, можно предположить, что для принятых выше условий течение на участке поворота канала обладает очень высокой чувствительностью к малым отклонениям входного распределения скорости от того идеализированного, которое устанавливается в бесконечно длинном прямолинейном канале. Отметим, что по представленным в [13] входным профилям продольной скорости прослеживаются малые нерегулярные отклонения от симметрии. Это, в частности, свидетельствует о наличии ненулевых поперечных скоростей, уровень которых в [13] не контролировался.

Расчеты течения во вращающемся канале с предвключенным поворотом также выполнены при $Re = 790$. Параметр вращения $K = 0,2$: это значение обеспечивает соизмеримость эффектов кривизны и вращения на участке поворота. Более того, принятое сочетание Re и K вполне отвечает основной направленности настоящей работы; последнее утверждение базируется на экспериментальных данных [7] об условиях, достаточных для нарушения двухвихревой структуры вторичного течения.

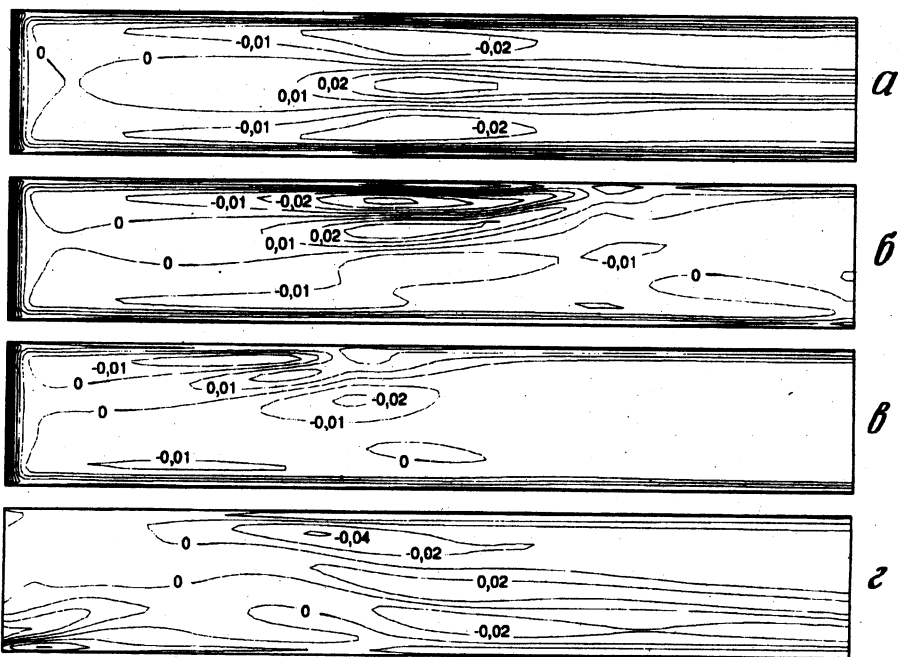
Полная расчетная область состояла из аксиального участка длиной $L_0 = 5D$, поворота с радиусом кривизны $R_i = 1,8D$ и прямолинейного участка длиной $L = 30D$. На входе задавалось распределение скорости в течении, развитом по длине аксиального канала: в случае жидкости с постоянной плотностью это распределение не меняется при наложении вращения. Для постановки условий на выходе ($z = L$) использовалось линейное распределение модифицированного давления (1.2). Расчетная область покрывалась сеткой с $21 \times 33 \times 135$ узлами, при этом 45 из 135 сеточных поверхностей (являющихся одновременно и поперечными сечениями канала) приходились на входной участок и поворот; изложенные выше результаты для неподвижного канала свидетельствуют о достаточности такой сетки.

Ограничимся здесь обсуждением поля течения собственно в повороте и в его окрестности, результаты для основного участка представляются в следующем разделе. Анализ полученного численного решения позволил заключить, что во второй половине поворота наложенное вращение разрушает двухвихревую структуру вторичного течения, развивающегося в первой половине примерно по тем же закономерностям, что и в невращающемся канале.

Распределение скорости в сечении 90° показано на фиг. 3. Видно, что на выходе из поворота формируется весьма сложная картина поперечного движения (a); продоль-



Фиг. 3. Распределения безразмерных поперечных (а) и продольных (б) скоростей на выходе из поворота вращающегося канала, рассчитанные при $Re = 790$ и $K = 0,2$. Стрелкой показан масштаб скорости



Фиг. 4. Изолинии безразмерной составляющей скорости, нормальной к стенке с повышенным давлением, в плоскости $X = 0,04$: а – равномерные входные условия; б, в – параметр входной неравномерности $\alpha = 0,005, 0,02$; г – течение в канале с предвключенным поворотом на 90°

ная скорость распределена по сечению сильно неравномерно (б). На небольших расстояниях вниз по потоку от поворота (приблизительно до 5 калибров) поперечное течение состоит из доминирующего вихря и малого вихря с противоположным направлением циркуляции. Таким образом, при прохождении поворота генерируется общая закрутка потока.

3. Влияние входных условий на структуру вторичного течения. Расчеты базового варианта течения во вращающемся канале длиной $L = 30D$ и течения при малых значениях параметра входной неравномерности α , определенного условиями (1.1), проведены также для $Re = 790$ и $K = 0,2$. Расчетная область покрывалась неравномерной сеткой с $21 \times 33 \times 81$ узлами, со сгущением к стенкам и к входному сечению.

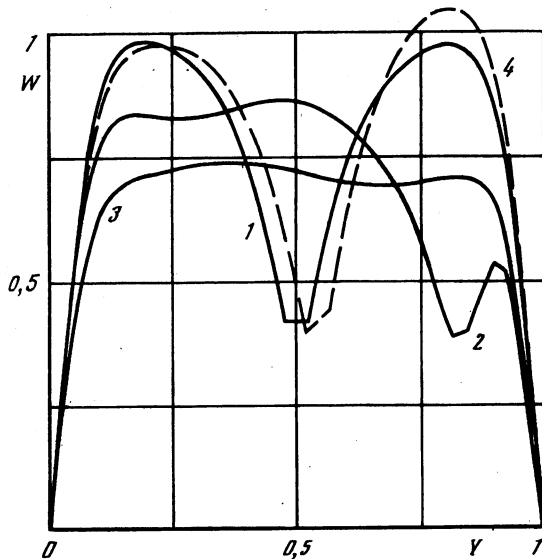
Как и следовало ожидать, изменения во входных условиях более всего сказываются на течении вблизи стенки с повышенным давлением. На фиг. 4 для плоскости $X = 0,04$ представлены изолинии составляющей скорости U , рассчитанные при $\alpha = 0$ (а), 0,005 (б), 0,02 (в), аналогичная карта представлена и для течения в канале с предвключенным поворотом на 90° (г). Карты получены при взгляде в положительном направлении оси x , при этом масштаб изображения по вертикали (оси y) в 5 раз превосходит горизонтальный масштаб по оси z . Выбор нормальной к стенке составляющей скорости как представительной величины обусловлен тем, что ее распределение весьма чувствительно к изменениям в структуре вторичного течения. Анализируя эти изменения, следует помнить, что при двухвихревой структуре жидкость натекает на стенку повышенного давления по большей части ее площади (для принятой системы координат это соответствует $U < 0$), а возврат жидкости ($U > 0$) происходит через относительно тонкие слои, прилегающие к торцевым стенкам.

При равномерном входе (фиг. 4, а) распределение U симметрично относительно средней линии $Y = 0,5$. Возникающая по мере продвижения вниз по потоку (слева направо) полоса положительных значений в окрестности линии симметрии указывает на развитие дополнительной пары вихрей, т.е. на переход к четырехвихревой структуре вторичного течения. Эта пара зарождается на начальном участке течения и сохраняется вплоть до выходного сечения; максимальная интенсивность вихрей для данного набора определяющих параметров наблюдается при $Z \cong 15$.

Присутствие весьма малых входных неравномерностей кардинальным образом изменяет процесс развития вторичного течения. Уже при $\alpha = 0,005$ отход от двухвихревой структуры поперечной циркуляции локализуется (фиг. 4, б); область максимальных положительных значений U смещается к входному сечению по сравнению со случаем равномерного входа. При $\alpha = 0,02$ (фиг. 4, в) область существования дополнительной вихревой пары располагается на заметно меньшем расстоянии от входа, чем в предыдущем варианте; двухвихревая структура вторичного течения полностью восстанавливается до сечения $Z = 20$.

Наблюдаемая с ростом параметра входной неравномерности трансформация области положительных значений U указывает на то, что возникающие у стороны повышенного давления вихревые образования неустойчивы относительно асимметричных возмущений. Этот результат находится в полном соответствии с уточненными представлениями о бифуркационных аспектах развитого течения. Очевидно, что такого рода неустойчивость присуща и течению, развивающемуся от равномерного входа, однако при очень низком уровне возмущений 30 калибров канала недостаточно для ее сколько-нибудь заметного проявления. При численном моделировании возмущения могут проистекать из "несимметричности" численного алгоритма, главным образом несимметричности ошибок округления. Например, численный алгоритм, реализованный в [10], давал возможность развиваться неустойчивости на расстояниях в 100–200 калибров при $Re = 500$ –1000.

Удивительно, но в случае канала с предвключенным поворотом (фиг. 4, г), когда имеются сильные неравномерности на входе в основной участок, картина изолиний скорости U ближе к случаю равномерного входа, чем к вариантам с малыми входными неравномерностями; исключения составляют первые 5–8 калибров, на которых происходит вырождение сгенерированной поворотом закрутки. Конечно, данное наблюдение о сходстве картин для первого и последнего вариантов носит поверхностный характер. В варианте с предвключенным поворотом отсутствует симметрия



Фиг. 5. Распределение продольной составляющей скорости вдоль оси вращения для $X = 0,04$, $Z = 20$: 1 – равномерные входные условия; 2, 3 – параметр входной неравномерности $\alpha = 0,005$, $0,02$; 4 – канал с поворотом на 90°

течения относительно средней линии. В нижней по потоку части канала полоса положительных значений U смещается к одной из торцевых стенок; при более длинном канале эта тенденция завершилась бы полным восстановлением двухвихревой структуры вторичного течения.

На фиг. 5 для сечения $Z = 20$ представлены распределения продольной составляющей скорости вдоль линии, параллельной оси вращения и отстоящей от стенки с повышенным давлением на безразмерном расстоянии $0,04$. Профили даны для случая равномерного входа, двух вариантов с малой входной неравномерностью: $\alpha = 0,005$, $0,02$, и для случая канала с предвключенным поворотом. В первом и последнем случаях в окрестности среднего положения наблюдается характерный провал значений скорости, который возникает из-за конвективного выноса низкоскоростных пристеночных слоев внутрь потока, осуществляемого развившейся дополнительной вихревой парой. В варианте с $\alpha = 0,005$ провал в значениях скорости смещен к одной из торцевых стенок: это – по сути остаточное явление, так как вихревые образования у стенки с повышенным давлением уже близки к вырождению. Профиль скорости для варианта с $\alpha = 0,02$, не имеющий характерных провалов, дает дополнительное свидетельство тому, что в этом варианте восстановилась двухвихревая структура вторичного течения.

Заключение. Установлено, что при определенных условиях процесс развития вторичного течения в прямоугольном канале, вращающемся вокруг поперечной оси, обладает чрезвычайно высокой чувствительностью к отклонениям от симметрии во входном распределении скорости. Возникающие нарушения двухвихревой структуры поперечной циркуляции, традиционно связываемые с бифуркационными свойствами развитого потока, носят локальный характер, так как возникающие в процессе развития дополнительные вихревые образования у стенки с повышенным давлением неустойчивы относительно несимметричных возмущений. При числах Re порядка нескольких сотен определяющее влияние входных условий может проявляться на многих десятках калибров канала, т.е. на всей длине канала, типичной для лабораторных исследований и практических приложений.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 96-01-00764).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Никольская С.Б.* Ламинарное движение жидкости во вращающихся каналах // Изв. АН СССР. МЖГ. 1977. № 6. С. 175–178.
2. *Смирнов Е.М.* О бифуркации развитого течения по прямоугольным каналам, вращающимся вокруг поперечной оси // Изв. АН СССР. МЖГ. 1985. № 5. С. 27–32.
3. *Kheshgi H.S., Scriven L.E.* Viscous flow through a rotating square channel // Phys. Fluids. 1985. V. 28. № 10. P. 2968–2979.
4. *Nandakumar K., Razzillier H., Durst F.* Flow through rotating rectangular ducts // Phys. Fluids A. 1991. V. 3. № 5. Pt. 1. P. 770–781.
5. *Овчинников О.Н., Руколайне А.В.* Начальный участок в канале, вращающемся относительно поперечной оси // Изв. АН СССР. МЖГ. 1985. № 5. С. 41–46.
6. *Кузьминский А.В., Смирнов Е.М., Юркин С.В.* Продольно ориентированные ячеистые структуры типа вихрей Тэйлора – Гертлера на стороне повышенного давления вращающихся каналов // ПМТФ. 1983. № 6. С. 129–134.
7. *Кузьминский А.В., Смирнов Е.М.* Экспериментальное исследование неустойчивостей в течении по длинному квадратному каналу, вращающемуся вокруг поперечной оси // Изв. РАН. МЖГ. 1996. № 2. С. 87–92.
8. *Winters K.H.* A bifurcation study of laminar flow in a curved tube of rectangular cross-section // J. Fluid Mech. 1987. V. 180. P. 343–369.
9. *Jen T.C., Lavine A.S., Hwang G.J.* Simultaneously developing laminar convection in rotating isothermal square channels // Intern. J. Heat and Mass Transfer. 1992. V. 35. № 1. P. 239–254.
10. *Fann S., Yang W.-J.* Heating effects on laminar flow through a rotating square channel // J. Thermophys. and Heat Transfer. 1994. V. 8. № 2. P. 295–302.
11. *Флетчер К.* Вычислительные методы в динамике жидкости. М.: Мир, 1991. Т. 1. 502 с.; Т. 2. 552 с.
12. *Rhie C.M., Chow W.L.* Numerical study of the turbulent flow past an isolated airfoil with trailing edge separation // AIAA Journal. 1983. V. 21. № 11. P. 1525–1532.
13. *Humphrey J.A.C., Taylor A.M.K., Whitelaw J.H.* Laminar flow in a square duct of strong curvature // J. Fluid Mech. 1977. V. 83. Pt. 3. P. 509–527.
14. *Yeo R.W., Wood P.E., Hrymak A.N.* A numerical study of laminar 90-degree bend duct flow with different discretization schemes // Trans. ASME. J. Fluid Eng. 1991. V. 113. № 4. P. 563–568.
15. *Rogers S.E., Kwak D., Kiris C.* Steady and unsteady solutions of the incompressible Navier – Stokes equations // AIAA Journal. 1991. V. 29. № 4. P. 603–610.

Санкт-Петербург

Поступила в редакцию
13.I.1998