

УДК 533.69.01:532.51

© 1999 г. Д.Ф. АБЗАЛИЛОВ, Н.Б. ИЛЬИНСКИЙ

ПОСТРОЕНИЕ КРЫЛОВЫХ ПРОФИЛЕЙ С ВЫДУВОМ РЕАКТИВНОЙ СТРУИ

Поставлена и решена задача нахождения формы крылового профиля с выдувом реактивной струи через щель конечных размеров. Щель моделируется прямолинейным или круговым каналом с постоянными скоростями на стенках. Использована модель идеальной несжимаемой жидкости; плотности и полные давления выдуваемой струи и внешнего потока различны, вследствие чего на линиях схода потока возникает разрыв касательных составляющих скорости. Разработан итерационный метод решения, приведены примеры построения крыловых профилей для разных параметров выдуваемой струи в предположении их безотрывного обтекания.

Прогресс в улучшении аэродинамических характеристик летательных аппаратов связан с интеграцией систем, создающих тягу и подъемную силу. Для этой цели, в частности, используется выдув во внешний поток реактивной струи воздуха, т.е. струи, имеющей большее полное давление, чем набегающий поток. Обдув такой струей верхней поверхности крыла и закрылка в силу эффекта Коанда, эффекта "суперциркуляции" и "струйного закрылка" приводит к увеличению подъемной силы (см., например, [1, 2]).

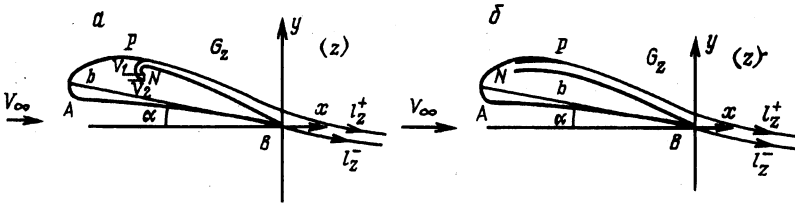
Проектирование крыловых профилей, обладающих наперед заданными аэродинамическими свойствами, достаточно эффективно на основе методов обратных краевых задач аэрогидродинамики (см., например, [3–5]). Задача о построении профиля с реактивным закрылком в линейном приближении решена в [6] (см. также [3]). Приближенный метод решения обратной краевой задачи с выдувом тонкой струи в случае одинаковых плотностей и полных давлений струи и внешнего потока рассмотрен в [7]. В настоящей работе исследована обратная задача с выдувом реактивной струи над верхней поверхностью профиля через щель конечных размеров, когда плотности и полные давления струи и внешнего потока различны. Достаточно полная библиография работ о взаимодействии потоков с разными полными давлениями приведена в монографии [8].

1. Постановка задачи. В физической плоскости $z = x + iy$ искомый крыловой профиль AB плавно обтекается плоским установившимся потоком идеальной несжимаемой жидкости. Плотность потока ρ , скорость на бесконечности V_∞ , давление p_∞ , хорда профиля b . На поверхности профиля имеется щель, моделируемая завитком, вверх по потоку асимптотически переходящим в бесконечнолистный круговой канал с постоянными скоростями V_1 и V_2 на стенках (фиг. 1, а) [9]. В случае равных скоростей стенки канала асимптотически стремятся к прямым и в расчетной схеме уходят на второй лист римановой поверхности (фиг. 1, б). Из щели выдувается струя идеальной несжимаемой жидкости с другой плотностью ρ_j и скоростью $V_{j\infty}$ при давлении p_∞ . Здесь и далее индексом j обозначены параметры струи. Также задана ширина щели h или величина расхода Q через щель. В точке A разветвления потока профиль предполагается гладким, а в точках B и P схода потока внутренний к области течения угол принят равным 2π (бесконечно тонкие кромки).

Выберем за начало координат точку B и направим ось абсцисс x по скорости V_∞ . Обозначим через l_z^+ и l_z^- линии тока, сходящиеся с острых кромок P и B профиля и разделяющие среды с плотностями ρ и ρ_j . При переходе через эти линии давление меняется непрерывно, а скорость в общем случае изменяется скачком. Из интеграла Бернулли следует $\rho_j V_j^2 = \rho V^2 + \mu \rho V_\infty^2$ или

$$(1 + \mu) \left(\frac{V_j}{V_\infty} \right)^2 = \left(\frac{V}{V_\infty} \right)^2 + \mu, \quad \mu \equiv \frac{2(p_{j0} - p_0)}{\rho V_\infty^2} = \frac{\rho_j V_{j\infty}^2}{\rho V_\infty^2} - 1 \quad (1.1)$$

Здесь p_0 и p_{j0} – полные давления во внешнем потоке и в струе соответственно. При $\mu = -1$, $\rho_j = 0$ получается известная схема Кирхгофа обтекания тела с отрывом струй.



Фиг. 1. Физическая плоскость z

На искомом контуре профиля задано распределение скорости

$$V = V(\gamma), \quad 0 \leq \gamma \leq 2\pi \quad (1.2)$$

где γ – полярная координата в канонической области $|\zeta| > 1$ плоскости ζ (фиг. 2). В точках P и B должно соблюдаться условие (1.1). Соответствующие точки в плоскостях $z = x + iy$ и $\zeta = re^{i\gamma}$ обозначены одинаковыми буквами. Для взаимно однозначного конформного отображения областей G_z и G_ζ предполагается соответствие бесконечно удаленных точек плоскостей z и ζ , а также переход точки $z = 0$ в точку $\zeta = 1$.

Требуется определить форму крылового профиля и его аэродинамические и геометрические характеристики.

2. Решение. При сделанных предположениях во внешнем потоке и в струе существуют комплексные потенциалы потоков. Будем рассматривать их как единую кусочно-аналитическую функцию $w(z) = \varphi(x, y) + i\psi(x, y)$, терпящую разрыв на двух линиях схода потока. Комплексно-сопряженную скорость в плоскости ζ представим в виде [8, гл. 4]

$$\frac{dw}{d\zeta} = U_\infty e^{-i\beta} f(\zeta) e^{-\Omega(\zeta)} \quad (2.1)$$

В формуле (2.1) в рассматриваемом случае

$$f(\zeta) = \left(1 - \frac{\zeta_a}{\zeta}\right) \left(1 - \frac{1}{\zeta}\right) \left(1 - \frac{\zeta_p}{\zeta}\right) \left(1 - \frac{\zeta_n}{\zeta}\right)^{-1}$$

где $\zeta_a = e^{i\gamma_a}$, $\zeta_p = e^{i\gamma_p}$, $\zeta_n = e^{i\gamma_n}$ – координаты точек A, P, N на окружности $|\zeta| = 1$, U_∞ и β – модуль и аргумент скорости на бесконечности в плоскости ζ , $\Omega(\zeta) = T(r, \gamma) + i\Lambda(r, \gamma)$ – кусочно-аналитическая функция, терпящая скачок на линиях l_ζ^+ и l_ζ^- – образах линий схода потока l_z^+ и l_z^- в физической плоскости. В граничной точке N плоскости ζ находится источник.

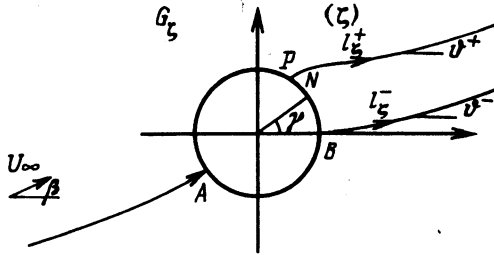
Перейдя в (2.1) на границу $\zeta = e^{i\gamma}$, определим распределение скорости на окруж-

$$U(\gamma) = 4U_{\infty} e^{-T(\gamma)} \frac{\sin \frac{1}{2}(\gamma - \gamma_a) \sin \frac{1}{2}(\gamma) \sin \frac{1}{2}(\gamma - \gamma_p)}{\sin \frac{1}{2}(\gamma - \gamma_n)} \quad (2.2)$$

Из условия, что окружность – линия тока, установим связь

$$\Lambda(\gamma) = \delta = (\gamma_a + \gamma_p - \gamma_n)/2 - \beta - \pi/2 \quad (2.3)$$

Из (2.3) следует, что мнимая часть функции $\Omega(\zeta)$ на границе круга постоянна.



Фиг. 2. Плоскость параметрического переменного ζ

Пусть $\vartheta^+(t)$ и $\vartheta^-(t)$ – углы наклона касательной к $l_{\zeta}^+(t)$ и $l_{\zeta}^-(t)$ соответственно, где t – дуговая абсцисса линий раздела, отсчитываемая от точек схода потока P и B , т.е.

$$\frac{d\zeta^{\pm}(t)}{dt} = e^{i\vartheta^{\pm}(t)} \quad (2.4)$$

Условия непроницаемости линий $l_{\zeta}^{\pm}(t)$ имеют вид

$$\arg \frac{dw}{d\zeta} \Big|_{l_{\zeta}^{\pm}} = -\vartheta^{\pm}(t)$$

или, с учетом соотношения (2.1)

$$\vartheta^{\pm}(t) = \Lambda^{\pm}(t) + \beta - \text{Im} \ln f(\zeta) \quad (2.5)$$

откуда следует, что $\text{Im} \Omega(\zeta)$ меняется непрерывно при переходе через линии $l_{\zeta}^{\pm}(t)$, а скачок имеет лишь $\text{Re} \Omega(\zeta^{\pm}(t)) = T^{\pm}(t)$.

Введем в рассмотрение функцию

$$\chi^{\circ}(\zeta) = S^{\circ} + i\theta^{\circ} = \chi(\zeta) - \ln \left(1 - \frac{\zeta_a}{\zeta} \right) + \frac{ai}{\pi} \ln \left(1 - \frac{\zeta_n}{\zeta} \right) + \Omega(\zeta) \quad (2.6)$$

$$\chi(\zeta) = \ln \frac{dw}{dz} = \ln V - i\theta = S - i\theta \quad (2.7)$$

Здесь $\chi(\zeta)$ – функция Мичела – Жуковского, $a = \ln(V_2/V_1) \leq 0$. Покажем, что функция $\chi^{\circ}(\zeta)$ является аналитической в области $|\zeta| > 1$ и, следовательно, непрерывна при переходе через линии раздела сред l_{ζ}^{\pm} .

Комплексно-сопряженную скорость в физической плоскости представим в виде

$$\frac{dw}{dz} = \exp[\chi^{\circ}(\zeta) - \Omega(\zeta)] \left(1 - \frac{\zeta_a}{\zeta} \right) \left(1 - \frac{\zeta_n}{\zeta} \right)^{-ai/\pi} \quad (2.8)$$

С учетом (2.1) и (2.8) имеем

$$\frac{dz}{d\zeta} = \frac{dw}{d\zeta} / \frac{dw}{dz} = U_{\infty} \exp[-i\beta - \chi^{\circ}(\zeta)] \left(1 - \frac{1}{\zeta}\right) \left(1 - \frac{\zeta_p}{\zeta}\right) \left(1 - \frac{\zeta_n}{\zeta}\right)^{\frac{a_i}{\pi}} \quad (2.9)$$

Так как левая часть (2.9) – аналитическая функция в канонической области, то и правая часть должна быть аналитической, откуда следует, что $\chi^{\circ}(\zeta)$ – функция, аналитическая в области $|\zeta| > 1$ и непрерывная на линиях l_{ζ}^{\pm} . Поэтому из (2.6) вытекает, что скачки функций $\chi(\zeta)$ и $\Omega(\zeta)$ компенсируют друг друга и

$$\Omega - \Omega_j \Big|_{l_{\zeta}^{\pm}} = T - T_j \Big|_{l_{\zeta}^{\pm}} = \lambda^{\pm}(t), \quad \lambda^{\pm}(t) = \ln \frac{V_j^{\pm}(t)}{V^{\pm}(t)} \Big|_{l_{\zeta}^{\pm}} \quad (2.10)$$

В этом соотношении скорости $V_j^{\pm}(t)$ и $V^{\pm}(t)$ связаны формулой (1.1).

Разделив действительные и мнимые части (2.6) на границе $\zeta = e^{i\gamma}$, с учетом (2.3) найдем

$$S^{\circ}(\gamma) = \ln \left| \frac{V(\gamma)}{2 \sin \frac{\gamma - \gamma_a}{2}} \right| + \frac{a(\gamma - \gamma_n)}{2\pi} - \frac{a(\gamma - \gamma_n)}{2|\gamma - \gamma_n|} + T(\gamma) \quad (2.11)$$

$$\theta^{\circ}(\gamma) = -\theta(\gamma) + \delta + \frac{\gamma - \gamma_a - \pi}{2} + \frac{a}{\pi} \ln \left| 2 \sin \frac{\gamma - \gamma_n}{2} \right| \quad (2.12)$$

Для решения обратной краевой задачи необходимо знать функцию $S^{\circ}(\gamma)$. Но в правую часть формулы (2.11) входит неизвестная функция $T(\gamma)$. Поэтому предположим вначале, что линии раздела сред l_{ζ}^{\pm} (т.е. углы наклона $\vartheta^{\pm}(t)$) и функции скачка $\lambda^{\pm}(t)$ известны. Следуя [8, гл. 4] (см. также [5, § 21]), функцию $\Omega(\zeta)$, удовлетворяющую условиям (2.3), (2.10), определим по формуле

$$\Omega(\zeta) = \Phi(\zeta) + \overline{\Phi(1/\bar{\zeta})} - \overline{\Phi(0)}, \quad \Phi(\zeta) = \frac{1}{2\pi i} \left\{ \int_{l_{\zeta}^+} \frac{\lambda^+(t) dt}{t - \zeta} - \int_{l_{\zeta}^-} \frac{\lambda^-(t) dt}{t - \zeta} \right\} \quad (2.13)$$

причем (2.3) будет выполняться при $\delta = \text{Im}\Phi(0)$.

Определив из (2.13) $\text{Re}\Omega(e^{i\gamma}) = T(\gamma)$, по (2.11) найдем $S^{\circ}(\gamma)$. Далее воспользуемся схемой решения обратной краевой задачи для непроницаемого профиля (см., например, [3, 5]). На границе окружности $\text{Im}\chi^{\circ}(\zeta)$ восстановим сингулярным интегралом Гильберта – Шварца

$$\theta^{\circ}(\gamma) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} S^{\circ}(\tau) \text{ctg} \frac{\tau - \gamma}{2} d\tau \quad (2.14)$$

Из соотношения (2.12) определим угол наклона $\theta(\gamma)$ касательной к контуру крылового профиля, после чего координаты искомого контура найдем по формуле

$$dz(\gamma) = dx(\gamma) + idy(\gamma) = e^{i\theta(\gamma)} ds = \frac{U(\gamma)}{V(\gamma)} e^{i\theta(\gamma)} d\gamma \quad (2.15)$$

где $U(\gamma)$ имеет вид (2.2), $\gamma \in [0, 2\pi]$.

3. Схема итерационного процесса и условия разрешимости. Для определения искоемых функций $\vartheta^{\pm}(t)$, $\lambda^{\pm}(t)$ организуем следующий итерационный процесс.

Начальный этап. Зададим каким-либо образом в начальном приближении функ-

ции $\lambda^\pm(t)$, $\vartheta^\pm(t)$ с учетом того, что в точках P и B справедливы соотношения

$$\lambda^+(0) = \ln \frac{V(\gamma_p - 0)}{V(\gamma_p + 0)}, \quad \lambda^-(0) = \ln \frac{V(0 + 0)}{V(2\pi - 0)}$$

$$\vartheta^+(0) = \gamma_p, \quad \vartheta^-(0) = 0$$

Первые два из них следуют из условия задания распределения скорости на контуре профиля, а два других показывают, что в канонической плоскости линии схода потока подходят к единичной окружности под прямым углом.

Основной этап. Проинтегрировав (2.4), определим линии раздела $l_\zeta^\pm(t)$.

По (2.13) найдем $\Phi(\zeta)$ и $\delta = \text{Im}\Phi(0)$ и по (2.3) – угол β .

Из соотношения (2.13) определим на линиях раздела $l_\zeta^\pm(t)$ функции $T^\pm(t) = \text{Re}\Omega(\zeta^\pm(t))$, $\Lambda^\pm(t) = \text{Im}\Omega(\zeta^\pm(t))$ и на границе круга $|\zeta| = 1$ функцию $T(\gamma) = \text{Re}\Omega(e^{i\gamma})$.

По (2.11) определим действительную часть функции $\chi^\circ(\zeta)$ на границе круга, т.е. $S^\circ(\gamma)$.

По известной $S^\circ(\gamma)$ найдем $S^{\circ\pm}(t) = \text{Re}\chi^\circ(\zeta^\pm(t))$ на линиях $l_\zeta^\pm(t)$, используя формулу Пуассона

$$S^\circ(re^{i\gamma}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} S^\circ(\tau) \frac{(r^2 - 1)d\tau}{r^2 - 2r \cos(\tau - \gamma) + 1}$$

Распределение скоростей внешнего потока $V^\pm(t)$ на линиях $l_\zeta^\pm(t)$ определим по формуле

$$V^\pm(t) = \exp[S^{\circ\pm}(t) - T^\pm(t)] \left| \left(1 - \frac{\zeta_a}{\zeta}\right) \left(1 - \frac{\zeta_n}{\zeta}\right) \right|^{-ai/\pi}$$

вытекающей из (2.8).

Распределение скоростей струи $V_j^\pm(t)$ на линиях $l_\zeta^\pm(t)$ найдем по формуле (1.1).

Новые функции $\vartheta^\pm(t)$, $\lambda^\pm(t)$ определим из уравнений (2.5), (2.10).

Итерационный процесс завершаем при выполнении условий

$$\max_t |\vartheta_{(k)}^\pm(t) - \vartheta_{(k-1)}^\pm(t)| < \varepsilon, \quad \max_t |\lambda_{(k)}^\pm(t) - \lambda_{(k-1)}^\pm(t)| < \varepsilon$$

где ε – заданное малое изменение искомым функций, индексом k обозначено их значение на k -й итерации. В противном случае повторяем основной этап.

Завершающий этап. По (2.14) находим $\theta^\circ(\gamma)$, по (2.12) – угол наклона касательной $\theta(\gamma)$ и по (2.15) восстанавливаем координаты крылового профиля.

Условия разрешимости. Как и в обратной краевой задаче аэродинамики для непроницаемого профиля, необходимо выполнить условия разрешимости [5].

Условие совпадения заданной величины скорости на бесконечности в физической плоскости z с определяемой в процессе решения имеет вид

$$\int_0^{2\pi} S^\circ(\gamma) d\gamma = 0 \tag{3.1}$$

Условия замкнутости искомого контура крылового профиля, выводимые из соотношения $\text{res}(d\zeta/dz) = 0$ при $\zeta \rightarrow \infty$, также выражаются через $S^\circ(\gamma)$

$$\int_0^{2\pi} S^\circ(\gamma) \cos \gamma d\gamma = \pi(\cos \gamma_n - \cos \gamma_p - 1) + a \sin \gamma_n \tag{3.2}$$

$$\int_0^{2\pi} S^\circ(\gamma) \sin \gamma d\gamma = \pi(\sin \gamma_n - \sin \gamma_p) - a \cos \gamma_n \tag{3.3}$$

Условия (3.1)–(3.3) с учетом выражения (2.11) представляют собой систему трех нелинейных интегральных соотношений, налагающих ограничения на класс исходных распределений скорости (1.2). Вместе с условием получения заданной величины расхода Q или ширины щели h они представляют собой четыре условия разрешимости поставленной задачи. Поэтому для корректной постановки задачи следует задавать не фиксированное распределение скорости $V(\gamma)$, а некоторый четырехпараметрический класс $V(\gamma; a_\nu)$, $\nu = \overline{1, 4}$, где значения a_ν определяются из четырех условий разрешимости.

4. Формулы для аэродинамических сил, действующих на крыловой профиль с выдувом. Пусть выдуваемая из профиля струя имеет плотность ρ_j , отличную от плотности ρ внешнего потока, и значение μ не равно нулю. Из уравнений движения идеальной несжимаемой жидкости в интегральной форме следует формула для силы R , действующей на профиль с выдувом

$$R = X_a + iY_a = i \int_{l_r} p_0(z) dz + \overline{\frac{i}{2} \int_{l_r} \rho(z) \left(\frac{dw}{dz} \right)^2 dz} \quad (4.1)$$

Стоящие в подынтегральных выражениях функции $p_0(z)$ и $\rho(z)$ равны p_0 и ρ во внешнем потоке и p_j и ρ_j в струе, l_r – бесконечно удаленный круговой контур, окружающий профиль. Формула (4.1) является обобщением формулы Чаплыгина на случай результирующей силы, действующей на крыловой профиль с выдувом струи. При отсутствии разрывов касательных составляющих скорости ($\rho = \rho_j$, $\mu = 0$) формула (4.1) переходит в формулу Чаплыгина

$$R = X_a + iY_a = \frac{\rho i}{2} \oint_{l_r} \left(\frac{dw}{dz} \right)^2 dz$$

Для вычисления аэродинамической силы, действующей на профиль с выдувом струи, преобразуем (4.1) аналогично тому, как это было сделано для формулы Чаплыгина [10]. Для этого представим комплексный потенциал внешнего потока в виде

$$w(z) = V_\infty z + \frac{Q^\circ + i\Gamma^\circ}{2\pi} \ln z + \sum_{k=0}^{\infty} c_k z^{-k}$$

где $Q^\circ/2\pi$ и $\Gamma^\circ/2\pi$ – действительная и мнимая части коэффициента разложения функции $w(z)$ при $\ln z$ в окрестности бесконечно удаленной точки. Заметим, что при отсутствии разрывов во внешнем потоке (случай $\mu = 0$, $\rho_j = \rho$) величина Q° становится равной расходу Q , а Γ° – циркуляции Γ скорости вокруг контура профиля. После некоторых преобразований определим

$$X_a = -\sqrt{\rho\rho_j(1+\mu)} V_\infty Q, \quad Y_a = \rho V_\infty \Gamma^\circ \quad (4.2)$$

$$Q^\circ = Q \frac{V_\infty}{V_{j\infty}} = Q \sqrt{\frac{\rho_j}{\rho(1+\mu)}} \quad (4.3)$$

Входящие в (4.2) величины Q и Γ° найдем, используя разложения комплексно сопряженной скорости $dw/d\zeta$ в окрестностях точек ζ_n и $\zeta = \infty$

$$\left. \frac{dw}{d\zeta} \right|_{\zeta \rightarrow \zeta_n} = \frac{Q}{\pi(\zeta - \zeta_n)} + \sum_{k=0}^{\infty} a_k (\zeta - \zeta_n)^k$$

$$\left. \frac{dw}{d\zeta} \right|_{\zeta \rightarrow \infty} = U_\infty e^{-i\beta} + \frac{Q^\circ + i\Gamma^\circ}{2\pi\zeta} + \sum_{k=2}^{\infty} b_k \zeta^{-k}$$

Подставив в эти соотношения представление $d\omega/d\zeta$ в виде (2.1), получим

$$Q = 8\pi U_\infty \sin \frac{\gamma_n - \gamma_a}{2} \sin \frac{\gamma_n}{2} \sin \frac{\gamma_n - \gamma_p}{2} e^{-T(\gamma_n)}$$

$$Q^\circ = 2\pi U_\infty [\cos(\gamma_n - \beta) - \cos(\gamma_a - \beta) - \cos(\gamma_p - \beta) - \cos \beta - \operatorname{Re}(\omega e^{-i\beta})]$$

$$\Gamma^\circ = 2\pi U_\infty [\sin(\gamma_n - \beta) - \sin(\gamma_a - \beta) - \sin(\gamma_p - \beta) + \sin \beta - \operatorname{Im}(\omega e^{-i\beta})]$$

где ω – коэффициент при члене $1/\zeta$ в разложении функции $\Omega(\zeta)$ на бесконечности во внешнем потоке

$$\Omega \Big|_{\zeta \rightarrow \infty} = \frac{\omega}{\zeta} + \sum_{k=2}^{\infty} d_k \zeta^{-k}$$

Найденные таким образом величины Q и Q° с учетом (4.3) могут быть использованы для проверки точности вычислений.

Коэффициенты сопротивления C_{xa} и подъемной силы C_{ya} , согласно (4.2), запишутся в виде

$$C_{xa} = -2q \sqrt{\frac{\rho_j(1+\mu)}{\rho}}, \quad C_{ya} = \frac{2\Gamma^\circ}{bV_\infty}, \quad q = \frac{Q}{bV_\infty}$$

где q – безразмерный расход.

Для учета энергетических затрат включим в коэффициент C_x полного сопротивления (помимо C_{xa}) еще и эквивалентный коэффициент C_{xp} сопротивления идеальной энергетической установки, а также коэффициент C_{xs} сопротивления, возникающий при идеальном заборе воздуха. Таким образом, для коэффициента C_x полного сопротивления имеем

$$C_x = C_{xa} + C_{xp} + C_{xs} = q \left(2 + \mu - 2 \sqrt{\frac{\rho_j(1+\mu)}{\rho}} \right)$$

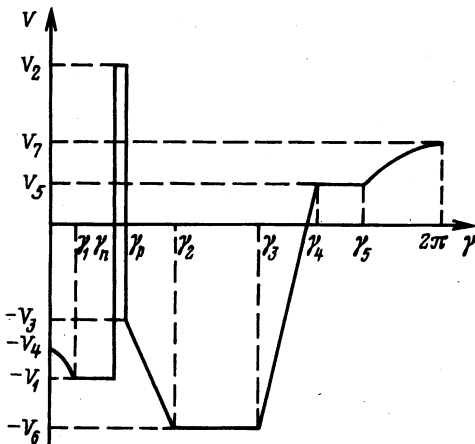
$$C_{xp} = q\mu, \quad C_{xs} = 2q$$

5. Примеры построения крыловых профилей. Рассмотрено три примера: выдув с задней кромки крылового профиля, выдув с его средней части и выдув вблизи носика профиля.

В первом (тестовом) примере, в которой рассматривался выдув с задней кромки, исследовалось влияние безразмерного параметра μ на форму крылового профиля и его характеристики. Распределение скорости взято в виде, схематически изображенном на фиг. 3. На диффузорных участках $(0, \gamma_1)$ и (γ_p, γ_2) закон убывания скорости выбран в виде

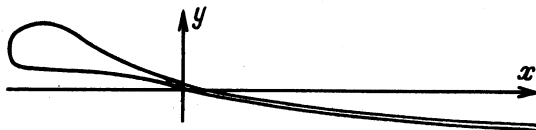
$$V(\gamma) = V_* [1 + D(\cos \gamma - \cos \gamma_*)]^{-0.25} \quad (5.1)$$

Здесь V_* – величина скорости в начале участка падения скорости с координатой $\gamma = \gamma_*$. Так как в окрестности задней кромки $\cos \gamma$ ведет себя как дуговая абсцисса, то задание распределения скорости в таком виде при значениях D , меньших некоторого D_* , обеспечивает безотрывность обтекания [5, 9]. На участке $(\gamma_5, 2\pi)$



Фиг. 3. Вид задаваемого распределения скорости

распределение скорости взято в виде линейной зависимости V от $\cos\gamma$. Скорости на стенках канала выдува выбраны равными $V_1 = V_2$, ширина щели принята равной 3% хорды. Для выполнения условий разрешимости и получения заданной ширины щели параметры $\gamma_3, \gamma_4, V_7, \gamma_n$ не задавали, а определяли в процессе итерационного решения задачи. Поэтому кроме описанного выше внутреннего итерационного процесса пришлось организовать дополнительный внешний цикл, чтобы удовлетворить условиям разрешимости.



Фиг. 4. Пример построения профиля с выдувом с задней кромки при $\mu = 0$

Для выдува с задней кромки значение параметра γ_p было выбрано малым: $\gamma_p = 0,25$. На фиг. 4 изображен построенный крыловой профиль для $\mu = 0$, а в табл. 1 приведены характеристики еще для $\mu = 8$ и 99. При увеличении μ (т.е. полного давления и скорости выдуваемой струи) уменьшаются угол атаки и кривизна струи, что вполне соответствует физике явления. Форма профилей при изменении μ практически не изменилась, так как выдуваемая струя касается лишь малой окрестности задней кромки. Как показали расчеты, число μ очень сильно влияет на сходимость итерационного процесса: так, при $\mu = 0$ итерационный процесс не требовался, при $\mu = 3$ сходимость достигалась при 26 итерациях, при $\mu = 8$ – при 54, при $\mu = 99$ – при 336 итерациях при выбранном значении $\epsilon = 10^{-5}$.

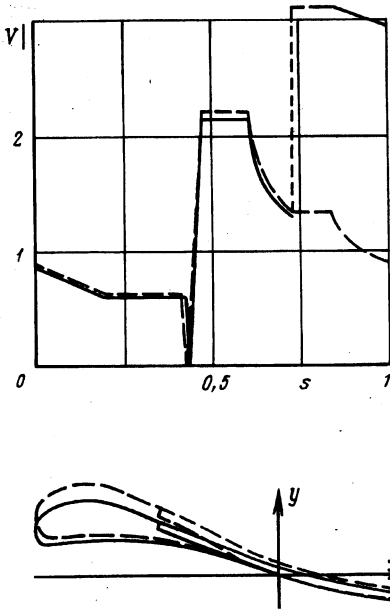
Во втором примере показан расчет профиля с выдувом через прямолинейный канал с середины верхней поверхности крылового профиля. Распределение скорости, параметры для выполнения условий разрешимости выбраны такими же, как и в первом примере, отличие состоит лишь в выборе параметра $\gamma_p = 1,25$. На фиг. 5 изображены построенные крыловые профили вместе с соответствующими им распределениями скорости $|V(s)|$, где s – безразмерная дуговая абсцисса, отнесенная к длине показанной части контура крылового профиля, включая малый участок, соединяющий по нормали стенки канала. Ширина щели была принята равной 3% хорды. Характеристики этих профилей приведены в первых двух строчках табл. 2. Все входящие в эту таблицу величины безразмерные, скорости отнесены к V_∞ . Видно большее влияние параметра μ на форму профиля.

Таблица 1

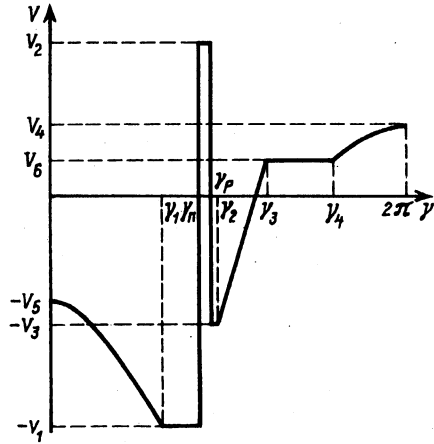
μ	V_{j00}/V_∞	α°	C_{ya}
0	0	14,7	2,036
8	3	14,0	2,096
99	10	12,0	2,502

Таблица 2

μ	V_1/V_∞	V_2/V_∞	V_{max}/V_∞	q	C_{ya}	C_{xa}	C_x
0	1,331	1,331	2,218	0,0395	2,217	-0,079	0
8	3,106	3,106	3,106	0,0943	2,278	-0,566	0,377
0	2,212	1,106	2,212	0,0455	1,745	-0,091	0
3	3,788	1,894	3,788	0,0760	3,878	-0,304	0,076



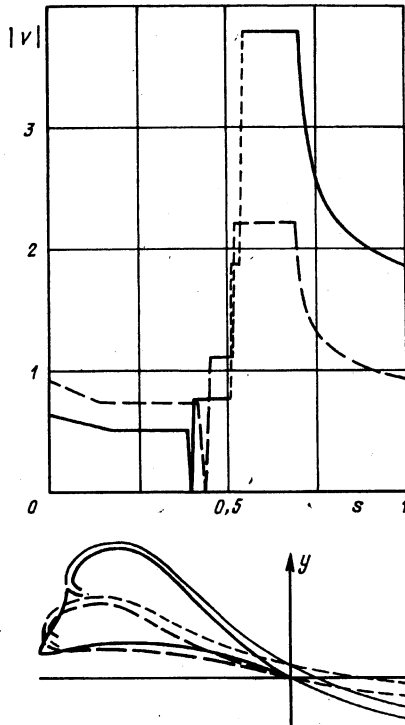
Фиг. 5



Фиг. 6

Фиг. 5. Пример построения профиля с выдувом с середины верхней поверхности. Штриховая линия соответствует выдуву с $\mu = 0$ (без разрыва касательных составляющих скорости на линиях схода потока), а сплошная – выдуву с $\mu = 8$ (при $\rho = \rho_j$ и $V_{j\infty} = 3V_\infty$)

Фиг. 6. Вид задаваемого распределения скорости



Фиг. 7. Пример построения профиля с выдувом вблизи передней кромки. Штриховой линии соответствует случай $\mu = 0$, а сплошной $\mu = 3$ (при $\rho = \rho_j$ и $V_{j\infty} = 2V_\infty$)

В третьем примере скорости на стенках канала выдува были приняты разными, что привело к искривлению канала. Кроме того, участок выдува был выбран расположенным до начала участка постоянной скорости на верхней поверхности. Вид задаваемого распределения скорости изображен на фиг. 6. Для выполнения условий разрешимости и получения заданной ширины щели варьировались параметры $\gamma_2, \gamma_3, V_4, \gamma_n$. Результаты расчетов изображены на фиг. 7. Также имеет место сильное влияние параметра μ и скорости выдуваемой струи на форму профиля и на аэродинамические характеристики, которые приведены в двух последних строчках табл. 2.

Заключение. При выдуве с задней кромки профиля с увеличением параметра μ , т.е. скорости выдуваемой струи, форма профиля практически не меняется, а кривизна струи уменьшается; при этом, несмотря на уменьшение угла атаки α , коэффициент подъемной силы увеличивается.

С ростом μ в случае выдува с середины верхней поверхности, коэффициент C_{ya} увеличивается незначительно, а при выдуве с передней кромки C_y увеличивается более чем в 2 раза. При этом в первом случае скорость выдува струи была увеличена в 3 раза, в то время как во втором – всего лишь в 2 раза. Коэффициент C_x полного сопротивления при увеличении μ растет, однако коэффициент C_{xa} аэродинамического сопротивления уменьшается.

Таким образом, чем дальше от задней кромки располагается щель выдува, тем более эффективным оказывается выдув.

Авторы благодарят Г.Ю. Степанова и Д.В. Маклакова за полезные замечания.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 99-01-00365).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Колесников Г.А., Марков В.К., Михалюк А.А. и др. Аэродинамика летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1993. 544 с.
2. Жулев Ю.Г., Иншаков С.И. О возможности повышения эффективности тангенциального выдува щелевой струи на поверхность профиля // Изв. РАН МЖГ. 1996. № 4. С. 182–186.
3. Тумашев Г.Г., Нужин М.Т. Обратные краевые задачи и их приложения. Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1965. 333 с.
4. Eppler R. Airfoil design and data. Berlin, Heidelberg: Springer, 1990. 562 p.
5. Елизаров А.М., Ильинский Н.Б., Поташев А.В. Обратные краевые задачи аэрогидродинамики. М.: Наука, 1994. 440 с.
6. Котляр Л.М. Построение тонкого профиля с реактивным закрылком по заданному распределению скорости // Тр. семинара по обратным краевым задачам. Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1964. Вып. 1. С. 53–59.
7. Ильинский Н.Б., Поташев А.В. Приближенный метод решения обратной краевой задачи аэрогидродинамики для крылового профиля с устройством отсоса или вдува // Тр. 6-й Всерос. науч. школы "Гидродинамика больших скоростей". Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 1996. С. 78–82.
8. Маклаков Д.В. Нелинейные задачи гидродинамики потенциальных течений с неизвестными границами. М.: Янус-К, 1997. 280 с.
9. Степанов Г.Ю. Построение плоских каналов и решеток турбомашин с безотрывным течением // Изв. РАН. МЖГ. 1993. № 4. С. 30–42.
10. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1987. 840 с.

Казань

Поступила в редакцию
26.I.1998