

УДК 533.6.011.55

© 1998 г. В.В. КЕЛДЫШ

ПЕРЕСЕЧЕНИЕ СКАЧКОВ УПЛОТНЕНИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ

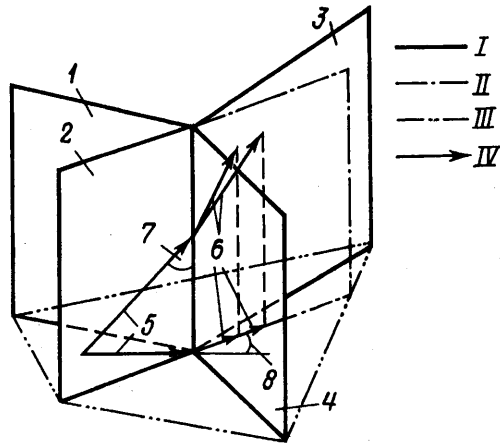
Исследуется численно поле течения в окрестности пересечения в пространстве двух скачков уплотнения различных семейств и интенсивности, когда в плоскости, перпендикулярной линии их пересечения, составляющая скорости течения хотя бы за одним из исходящих от нее скачков уплотнения дозвуковая. На плоскости такие течения не реализуются. Определяется граница области значений определяющих параметров, когда эти течения возможны. Определяются характеристики поля течения, когда: 1) за исходящими скачками уплотнения течение однородное и 2) векторы скорости течения за исходящими и перед приходящими скачками уплотнения параллельны одной плоскости, содержащей линию их пересечения.

Частным случаем рассматриваемой задачи является течение при маховском пересечении скачков уплотнения в окрестности линий их пересечения (тройных точек на плоскости). Показано, что маховское пересечение скачков уплотнения невозможно, когда интенсивность обоих приходящих скачков меньше, чем при их стационарном маховском пересечении в расчетной плоскости.

Исследованию пересечения скачков уплотнения посвящено большое количество работ. В подавляющем большинстве рассматривается двумерная задача [1–3]. При регулярном пересечении двух скачков уплотнения различных семейств исходящие от точки их пересечения возмущения – тоже скачки уплотнения. При заданной паре приходящих скачков из двух возможных решений, в одном из которых скорость за исходящими скачками сверхзвуковая, а в другом дозвуковая хотя бы за одним из них, физически реальным полагается только первое с меньшей интенсивностью исходящих скачков.

При регулярном пересечении двух скачков уплотнения различных семейств в пространстве принципиальное значение имеет составляющая вектора скорости течения, параллельная линии их пересечения, которая при этом не меняется. Поэтому расчет поля течения в окрестности этой линии можно проводить в перпендикулярной к ней плоскости, как в двумерной задаче. Назовем исходящий скачок уплотнения сильным, если составляющая скорости течения за ним в расчетной плоскости дозвуковая. Если она сверхзвуковая, скачок слабый.

Скалярные величины в поле течения: статическое давление, плотность и температура, а также отношения параметров торможения перед и за скачком уплотнения, одинаковы в расчетной плоскости и в пространстве, а величины параметров торможения и векторов скорости течения в пространстве больше за счет составляющей скорости, параллельной линии пересечения скачков. Поэтому в отличие от двумерной задачи в некоторой области значений определяющих параметров скорости в пространстве за исходящими скачками уплотнения в обоих решениях сверхзвуковые, а их направления различны, в том числе и при симметричном пересечении скачков одинаковой интенсивности [4]. Следовательно, эти решения соответствуют различным граничным условиям – обтеканию различных твердых поверхностей. В двумерном симметричном случае оба решения удовлетворяют одинаковому граничному условию: направления скорости течения за исходящими и перед приходящими скачками уплотнения одинаковые и решение задачи не неоднозначно.



Фиг. 1. Схема регулярного пересечения скачков уплотнения в пространстве и в расчетной плоскости: I – скачки уплотнения: 1 и 2 – входящие, 3 и 4 – исходящие, II – поверхность тангенциального разрыва, III – расчетная плоскость, IV – векторы скорости течения в пространстве и в расчетной плоскости, 5 – перед входящими скачками уплотнения, 6 – за исходящими скачками уплотнения, 7 – угол β , 8 – угол δ

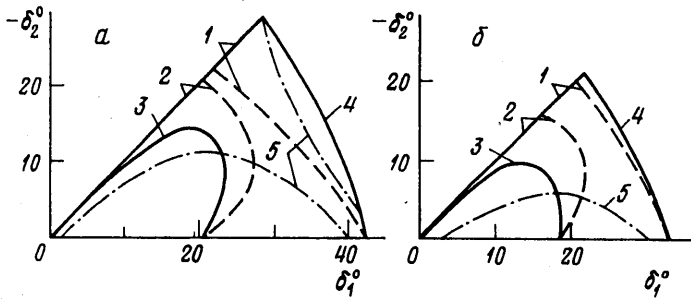
При обтекании сверхзвуковым потоком поверхностей конечных размеров и некоторых ограничениях формы их задней кромки отходящие от нее возмущения не достигают линии пересечения скачков и, следовательно, не влияют на течение в ее окрестности [4]. При этих условиях реализация пространственных течений с сильными исходящими скачками уплотнения показана в эксперименте [5].

Далее численно исследуется поле течения в окрестности пересекающихся в пространстве скачков уплотнения, когда хотя бы один из исходящих скачков сильный. Используются точные соотношения в скачках уплотнения в невязком газе при постоянном отношении его удельных теплоемкостей $\kappa = 1,4$, определяющими параметрами являются интенсивность входящих скачков уплотнения $p'_i = p_i / p_\infty$, $i = 1, 2$, p_∞ и p_i – статические давления в течении перед и за скачком, число Маха течения перед ними M_∞ и угол β между вектором скорости и линией пересечения скачков. В расчетной плоскости, перпендикулярной этой линии, число Маха течения перед скачками равно $M = M_\infty \sin \beta$, а углы наклона входящих скачков уплотнения ϕ_1 и ϕ_2 равны углам между фронтами этих скачков и плоскостью, проходящей через линию их пересечения параллельно вектору скорости невозмущенного потока (фиг. 1, а). При регулярном пересечении входящие скачки уплотнения всегда слабые. Исследование проводится при $2 \leq M \leq 10$.

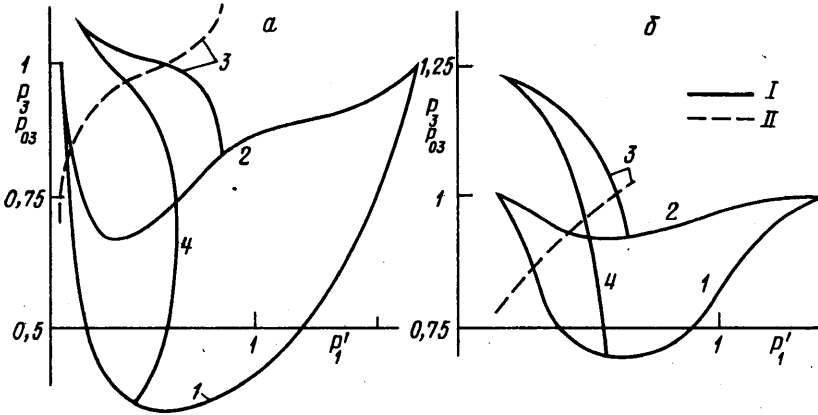
Исходящие скачки уплотнения определяются из условий равенства статических давлений и совпадения направлений вектора скорости течения за ними в расчетной плоскости: $p_3 = p_4$, $\delta = \delta_1 + \delta_3 = \delta_2 + \delta_4$, δ – угол между направлениями скоростей течения перед входящими и за исходящими скачками (в расчетной плоскости), δ_i , $i = 1 - 4$, – углы поворота вектора скорости течения в скачках уплотнения в этой плоскости. Индексы 1 и 2 относятся к характеристикам входящих скачков и полей течения за ними, 3 и 4 – к исходящим скачкам за 1-м и 2-м скачками соответственно и к полям течения за ними.

В общем случае поля течения за исходящими скачками различные и разделены поверхностью тангенциального разрыва. Направление скорости течения составляет с линией пересечения скачков углы

$$\beta'_i = \arctg \frac{M_i}{M} \sqrt{\frac{2 + (\kappa - 1)M^2}{2 + (\kappa - 1)M_i^2}} \operatorname{tg} \beta, \quad i = 1 \text{ и } 2$$



Фиг. 2. Зависимость между параметрами проходящих скачков уплотнения в расчетной плоскости при: *a* – $M = 6$, *б* – $M = 3$. Линия 1 – поле течения за исходящими скачками уплотнения однородное, 2 – векторы скорости течения перед приходящими и за исходящими скачками уплотнения расположены в плоскости, параллельной линии их пересечения, 3 – один из исходящих скачков уплотнения прямой в расчетной плоскости, 4 – граница области регулярного пересечения скачков уплотнения, 5 – граница области, когда оба исходящих скачка уплотнения сильные



Фиг. 3. Приведенные статистическое и полное давления за исходящими скачками уплотнения на различных режимах пересечения скачков в зависимости от интенсивности одного из приходящих скачков $p_1' = p' / (\kappa M^2)$ при $M = 6$ (*a*); $M = 3$ (*б*), I – $P_3 = P_3^1 / p_3^*$, II – $P_{03} = p_{03} / p_{03}^*$; 1 – λ -образные скачки уплотнения, 2 – на границе регулярного пересечения скачков, 3 – интенсивности обоих приходящих скачков уплотнения одинаковы, 4 – один из исходящих скачков уплотнения прямой в расчетной плоскости: p_3^* и p_{03}^* – статическое и полное давление в однородном поле течения за исходящими скачками уплотнения

Скорость в пространстве за исходящими скачками сверхзвуковая, когда параметры поля течения удовлетворяют условию

$$M_\infty \sin \beta_{\max} > M$$

$$\beta_{\max} = \arctg M \sqrt{\frac{2 + (\kappa - 1) M_i^2}{(1 - M_i^2)[2 + (\kappa - 1) M^2]}}, \quad i = 3 \text{ и/или } 4$$

где $M_i < 1$ – числа Маха течения в расчетной плоскости за сильными исходящими скачками уплотнения.

При симметричном пересечении скачков уплотнения $\delta_2 = -\delta_1$, $\delta = 0$ и поле течения между исходящими скачками уплотнения однородное.

В [6] показано, что при сильных исходящих скачках уплотнения существуют еще решения, когда поле течения между ними однородное, а интенсивности приходящих скачков различные. Соответствующие этим решениям параметры течения отметим звездочкой. Численные исследования показывают, что при этом

$$\delta_3^* = \delta_2^*, \quad \delta_4^* = \delta_1^*, \quad \delta^* = \delta_1^* + \delta_2^* \neq 0,$$

и векторы скорости течения перед приходящими и за исходящими скачками уплотнения повернуты относительно друг друга не только в плоскости, параллельной линии пересечения скачков, как в симметричном случае, но и вокруг этой линии на угол δ^* .

Зависимость $\delta_2^*(\delta_1^*, M)$ однозначно определена почти во всей области значений угла поворота вектора скорости течения в приходящих скачках уплотнения $0 < \delta_i^* < \delta(M, M_i = 1)$, $i = 1$ и 2 .

Такие течения могут быть полезны при проектировании входных участков воздухозаборников летательных аппаратов. При симметричном пересечении скачков угол поворота скорости течения в них не больше максимальной величины его в поле течения перед исходящими скачками уплотнения.

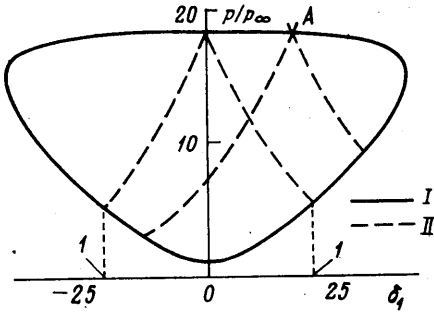
В исследуемом классе течений с сильными исходящими скачками уплотнения существуют также решения, когда при различных интенсивностях приходящих скачков векторы скорости течения перед ними и за исходящими скачками параллельны одной плоскости, содержащей линию их пересечения ($\delta = 0$). Интенсивности приходящих скачков ограниченных тем же условием, что и при их симметричном пересечении, а поля течения за исходящими скачками различные и разделены поверхностью тангенциального разрыва.

На фиг. 2 линиями 1 и 2 представлены зависимости $\delta_2^*(\delta_1^*, M)$ и $\delta_2(\delta_1, M)$, $\delta = 0$ соответственно при $M = M_\infty \sin \beta = 6$ и 3 . Линиями 3 и 4 показаны зависимости $\delta_2(\delta_1, M)$, когда один из исходящих скачков прямой в расчетной плоскости ($\delta_i = 0$, $i = 3$ или 4) и на границе регулярного пересечения скачков уплотнения $\delta_{2\max}(\delta_1, M)$. Линии 5 ограничивают область значений параметров приходящих скачков уплотнения, когда оба исходящих скачка сильные ($M_3 < 1$, $M_4 < 1$). Оси координат соответствуют λ -образным скачкам уплотнения (тройным точкам на плоскости), когда один из приходящих скачков вырождается в волну Маха $\delta_i = 0$, $i = 1$ или 2 . Приведенные на фиг. 2, а и в зависимости симметричны относительно биссектрисы координатного угла, поэтому они показаны только в одной его половине.

С уменьшением параметра M линия, описываемая зависимостью $\delta_2^*(\delta_1^*, M)$, приближается к границе регулярного пересечения скачков уплотнения и вблизи $M = 2$ сливается с ней в пределах точности расчета. Расширяется область значений параметров приходящих скачков уплотнения, когда оба исходящих скачка сильнее.

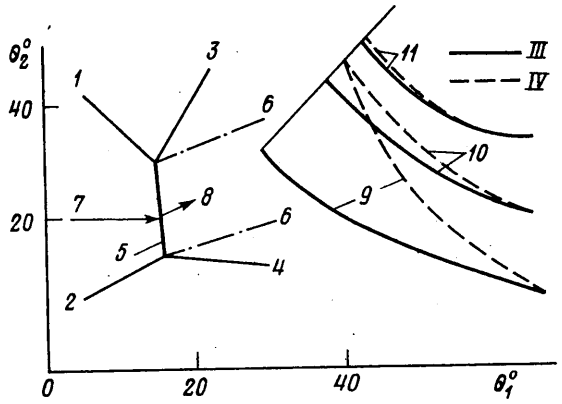
Линии 2 и 3 (фиг. 2) пересекаются на оси координат в точке, соответствующей приходящим скачкам уплотнения при их стационарном маховском пересечении, когда центральный скачок прямой на плоскости [1]. Отметим параметры этого режима пересечения скачков индексом M . В области, ограниченной линией 3 и участком оси координат $0 < \delta_1 < \delta_M$, задача пересечения двух скачков уплотнения различных семейств имеет только одно решение со слабыми исходящими скачками уплотнения.

Решение с сильными скачками соответствует пересечению вдоль одной линии трех приходящих скачков и одного исходящего скачка [6]. Один из приходящих скачков сильный и параметры его определяются параметрами двух других приходящих скачков. Ситуация весьма искусственная. На оси координат $0 < \delta_1 < \delta_M$ эта система скачков уплотнения переходит в λ -образный скачок уплотнения, состоящий из двух приходящих скачков, слабого и сильного, и одного исходящего скачка. Когда $\delta_1 > \delta_M$, λ -образный скачок уплотнения образуется в результате распада одного приходящего скачка на два исходящих, хотя бы один из которых сильный. Такие конфигурации скачков уплотнения возникают при их маховском пересечении в тройных точках.



Фиг. 4

Фиг. 4. Ударные поляры при числе $M = 4$ в расчетной плоскости: I – входящих скачков уплотнения, II – исходящих скачков уплотнения, $1 - \delta_i = \delta_M$



Фиг. 5

Фиг. 5. Схема махового пересечения скачков уплотнения: 1 и 2 – входящие скачки, 3 и 4 – исходящие скачки, 5 – центральный плоский скачок, 6 – линии контактных разрывов, 7 – направление скорости течения перед скачками уплотнения, 8 – за центральным скачком; III – зависимости между углами наклона входящих скачков уплотнения $\phi_{2c}(\phi_{1c}, M)$ и IV – на границе регулярного пересечения скачков $\phi_{2max}(\phi_1, M)$, $9 - M = 6$, $10 - M = 3$, $11 - M = 2$

На фиг. 3 приведены безразмерное статическое $P_3 = (p_3 / p_3^*)$ и полное $P_{03} = (p_{03} / p_{03}^*)$ давления за исходящими скачками уплотнения при различных режимах пересечения скачков в зависимости от интенсивности одного из входящих скачков при $M = M_\infty \sin \beta = 6$ и 3 . Их максимальные значения достигаются в окрестности режимов с однородным полем течения за исходящими скачками уплотнения и в несколько раз превосходят минимальную величину, соответствующую λ -образным скачкам. С ростом числа M область возможного изменения отношения P_3 увеличивается, а на границах ее и на границе регулярного пересечения скачков уплотнения величина его уменьшается.

В части области значений определяющих параметров, где возможно регулярное пересечение скачков уплотнения, возможно также их маховое пересечение [1, 7]. В литературе рассмотрено симметричное маховое пересечение скачков на плоскости, аналогичное маховому отражению скачка уплотнения от плоской стенки [1], и в конечном поле течения в пространстве [8].

При маховом пересечении на плоскости скачков уплотнения различных интенсивностей параметры течения в окрестностях тройных точек определяются на диаграмме ударных поляр точками пересечения поляры входящих скачков уплотнения с полярами исходящих скачков в поле течения за входящими скачками (фиг. 4). Центральный скачок уплотнения всегда сильный и в общем случае криволинейный. Он исходит из тройной точки, если интенсивность входящего скачка больше, чем при стационарном маховом пересечении $p'_i > p'_M$, $\delta_i > \delta_M$, и приходит в тройную точку, если $p'_i < p'_M$, $\delta_i < \delta_M$, $i = 1$ и 2 .

Пересечение поляр двух исходящих скачков уплотнения на верхней ветви поляры входящих скачков определяет решение как с регулярным, так и с маховым пересечением одной и той же пары входящих скачков (точка A на фиг. 4). При маховом пересечении центральный скачок уплотнения в этом случае прямолинейный, поле течения за ним однородное и линии тангенциального разрыва, ограничивающие

его, параллельны. При равных интенсивностях приходящих скачков это пересечение стационарное маховское ($p'_i = p'_M, i = 1, 2$). Если приходящие скачки разные, интенсивность одного из них больше, а другого меньше, чем при стационарном маховском пересечении, и центральный скачок уплотнения исходит из тройной точки на приходящем скачке большей интенсивности и приходит в тройную точку на приходящем скачке меньшей интенсивности. На фиг. 5 показан пример такого маховского пересечения скачков уплотнения при числе $M = 4, \delta_1 = 30^\circ, \delta_2 = 12^\circ$. Угол поворота вектора скорости течения в центральном скачке $\delta_c = \delta = 16,5^\circ$.

Для нескольких значений числа M на фиг. 5 приведены зависимости между углами наклона приходящих скачков, когда при их маховском пересечении центральный скачок прямолинейный $\phi_{2c}(\phi_{1c}, M)$, и на границе регулярного пересечения скачков $\phi_{2\max}(\phi_1, M)$. С уменьшением числа M эти зависимости сближаются и при числе $M = 2$ совпадают в пределах точности расчета. В области значений определяющих параметров между соответствующими им кривыми при постоянной величине числа M тангенциальные разрывы, выходящие из тройных точек, пересекаются под острым углом.

В другой части области определяющих параметров они расходятся.

Когда интенсивности приходящих скачков уплотнения меньше, чем при стационарном маховском пересечении, центральный скачок в обеих тройных точках на них приходящий. Это физически нереально, так как отсутствует источник образования этого скачка. Следовательно, когда $p'_i < p'_M, \delta_i < \delta_M, i = 1$ и 2 , возможно только регулярное пересечение скачков уплотнения.

С уменьшением числа M размер области значений параметров приходящих скачков уплотнения, где возможно только регулярное пересечение их, увеличивается, а область маховского пересечения скачков, когда $p'_i > p'_M, i = 1$ и 2 , смещается за границу регулярного пересечения скачков уплотнения.

При маховском пересечении скачков уплотнения в пространстве в общем случае имеются две расчетные плоскости и значения параметра $M = M_\infty \sin \beta_i, i = 1$ и 2 , в них различно. Хотя бы одно из этих значений не должно превышать число Маха, при котором интенсивность приходящего скачка уплотнения равна ее величине при стационарном маховском пересечении скачков в соответствующей расчетной плоскости.

При регулярном и маховском пересечении одной и той же пары приходящих скачков уплотнения поля течения за исходящими скачками существенно различные. Следовательно, такие конфигурации скачков уплотнения образуются при обтекании различных твердых поверхностей.

Заключение. В результате исследования течения в окрестности линии регулярного пересечения скачков уплотнения различных семейств в пространстве, когда хотя бы один из исходящих от нее скачков сильный, получено решение для различных интенсивностей приходящих скачков и однородного поля течения между исходящими скачками. При этом плоскости тока за исходящими и перед приходящими скачками, параллельные линии их пересечения, составляют между собой угол $\delta \neq 0$.

При маховском пересечении скачков течение в окрестности линий их пересечения является частным случаем рассмотренной задачи, и скачок, исходящий хотя бы от одной из них, должен быть сильным.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Courant R., Friedrichs K.O. Supersonic Flow and Shock Waves. 1948. N.Y.; L.: Interaci. Publ., 1948. 464 p. (Рус. перев.: Курант Р., Фридрихс К. Сверхзвуковое течение и ударные волны. М.: Изд-во иностр. лит., 1950. 427 с.)
2. Арутюнян Г.М., Карчевский Л.В. Отраженные ударные волны. М.: Машиностроение, 1973. 376 с.

3. *Edney B.E.* Effects of shock impingement on the heat transfer around blunt bodies // *AIAA Journal*. 1968. V. 6. № 1. P. 15–21.
4. *Келдыш В.В.* Пересечение в пространстве двух плоских скачков уплотнения // *ПММ*. 1966. Т. 30. Вып. 1. С. 189–193.
5. *Зайцев Ю.И., Келдыш В.В.* Особые случаи течения вблизи сверхзвуковой кромки и линии пересечения скачков уплотнения // *Учен. зап. ЦАГИ*. 1970. Т. 1. № 1. С. 48–59.
6. *Келдыш В.В.* Исследование течения в окрестности линии пересечения скачков уплотнения // *Учен. зап. ЦАГИ*. 1984. Т. 15. № 1. С. 19–30.
7. *Chpoun A., Passerel D., Li H., Ben-Doz G.* Raconsideration of oblique shock wave reflections in steady flows. Pt 1. Experimental investigation // *J. Fluid Mech*. 1995. V. 301. P. 19–35.
8. *Келдыш В.В., Лобановский Ю.И.* Некоторые особенности пространственных течений с мостообразными скачками уплотнения // *Учен. зап. ЦАГИ*. 1976. Т. 7. № 5. С. 1–7.

Москва

Поступила в редакцию
21.III.1997