

УДК 532.5:533.6.011.5

© 1998 г. А.Д. ВАСИН

### СКАЧКИ УПЛОТНЕНИЯ И КОНИЧЕСКИЕ ТЕЧЕНИЯ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ ВОДЫ

Получены основные соотношения для скачков уплотнения в сверхзвуковом потоке воды и рассчитаны конические течения в диапазоне чисел Маха  $1 < M_0 \leq 5$ . Для различных углов конусности определены углы наклона скачков уплотнения, величины скорости на поверхности конусов и коэффициенты давления. Найдены зависимости критических углов от числа Маха для плоского потока (клин) и осесимметричного (конус).

Скачки уплотнения в сверхзвуковом потоке воды рассмотрены в [1, 2]. В [2] рассчитаны конические течения. В данной работе этот вопрос исследован более подробно.

Рассматривается косой скачок уплотнения в сверхзвуковом потоке воды – двойная линия на фиг. 1, где  $\beta$  – угол между направлением невозмущенной скорости  $V_0$  и скачком,  $\theta$  – угол отклонения потока после скачка,  $v_{n0}, v_{\tau 0}$  – нормальная и касательная компоненты скорости перед скачком,  $v_{n1}, v_{\tau 1}$  – компоненты скорости за скачком. Основные соотношения для скачка – уравнения сохранения массы и импульса – записываются как

$$\rho_0 v_{n0} = \rho_1 v_{n1}, \quad \rho_0 v_{n0}^2 + p_0 = \rho_1 v_{n1}^2 + p_1, \quad v_{\tau 0} = v_{\tau 1} \quad (1)$$

где  $p_0, \rho_0$  – давление и плотность перед скачком, индекс  $l$  относится к значениям за скачком.

К (1) необходимо добавить уравнение ударной адиабаты. Известно [3], что при давлениях, меньших  $3 \cdot 10^3$  МПа, ударная и статическая адиабаты совпадают и выражаются уравнением Тэта

$$p_1 - p_0 = B \left[ \left( \frac{\rho_1}{\rho_0} \right)^n - 1 \right], \quad B = \frac{\rho_0 a_0^2}{n}, \quad n = 7, 15 \quad (2)$$

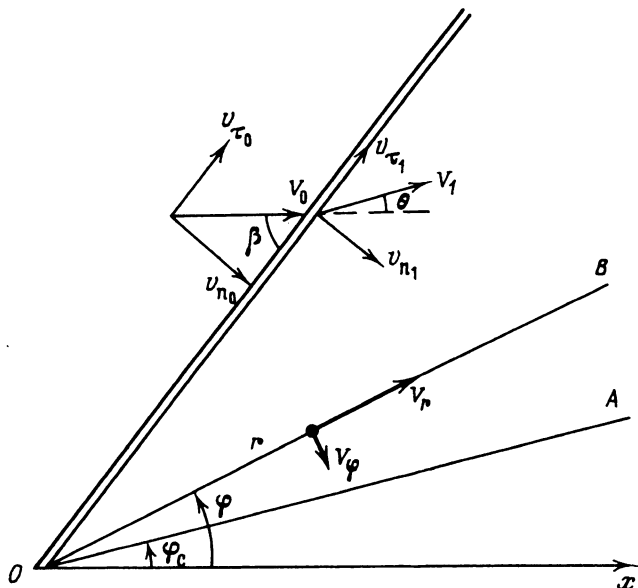
где  $a_0$  – скорость звука в невозмущенном потоке перед скачком.

Если давление на фронте скачка уплотнения превышает величину  $3 \cdot 10^3$  МПа, а отношение плотностей  $\rho_1/\rho_0 < 2$  [3, 4], ударная адиабата записывается в виде

$$p_1 - p_0 = d \left[ \left( \frac{\rho_1}{\rho_0} \right)^k - 1 \right], \quad d = 416 \text{ МПа}, \quad k = 6, 29 \quad (3)$$

Скорость звука ( $a_1^2 = dp/d\rho$ ) за скачком уплотнения определяется из статической адиабаты (2)

$$a_1^2 = a_0^2 \left( \frac{\rho_1}{\rho_0} \right)^{n-1} \quad (4)$$



Фиг. 1. Схема сверхзвукового обтекания конуса  $OA$

Значения  $a_1$ , рассчитанные по (2)–(4) для разных давлений  $p_1$  на фронте скачка и  $a'_1$ , полученные в [5] при тех же величинах  $p_1$  представлены ниже:

$p_1$ , МПа	980	1960	2940	3920	4900	5880	6860	7840
$a'_1$ , м/с	2755	3535	4140	4650	5100	5505	5880	6240
$a_1$ , м/с	2739	3498	4085	4605	5088	5526	5931	6309

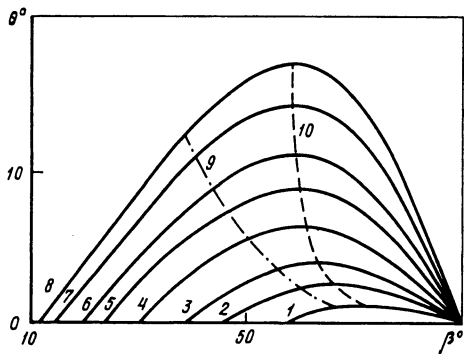
Из уравнений (1)–(4) и геометрических соотношений фиг. 1 определяются выражения для угла поворота потока  $\theta$  и числа Маха  $M_1 = V_1/a_1$  за скачком уплотнения.

Угол поворота потока  $\theta$  в скачке уплотнения вычислялся для чисел Маха в диапазоне  $1,2 \leq M_0 \leq 5$ . Результаты расчета представлены на фиг. 2 в виде зависимости  $\theta$  от  $\beta$  при различных значениях  $M_0$  (сплошные кривые 1–8). Штрихпунктирная кривая 9 отделяет область сверхзвукового течения за скачком ( $M_1 > 1$ ) от дозвукового, область сверхзвукового течения расположена слева от кривой 9. Штриховая кривая 10 соответствует максимальным (критическим) углам  $\theta^*$ . Область, расположенная справа от кривой 10, соответствует отсоединенному скачку уплотнения.

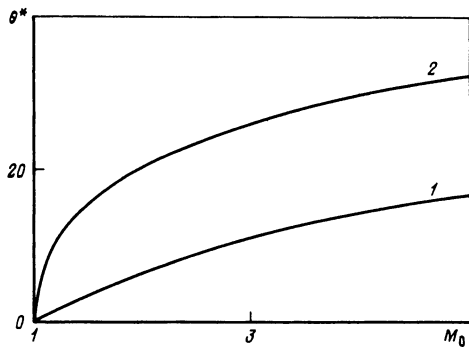
Зависимость критического угла  $\theta^*$  от  $M_0$  для клина показана на фиг. 3 кривой 1.

Рассмотрено осесимметричное коническое течение, которое образуется за скачком уплотнения (фиг. 1), линия  $OA$  - контур обтекаемого конуса,  $\varphi_c$  - половина угла при его вершине. Коническое течение рассчитано путем численного решения уравнения, получаемого из уравнений неразрывности и Эйлера [6]. Для значений  $1 < M_0 \leq 5$  определены максимальные углы  $\varphi_c$ , соответствующие критическим углам конусности  $\theta^*$ . Зависимость  $\theta^*$  от  $M_0$  показана на фиг. 3 кривой 2. Сравнение результатов, представленных на фиг. 3, с результатами для воздуха [6] показывает, что при сверхзвуковом обтекании водой критические углы клина и конуса существенно меньше критических углов при обтекании этих тел воздухом.

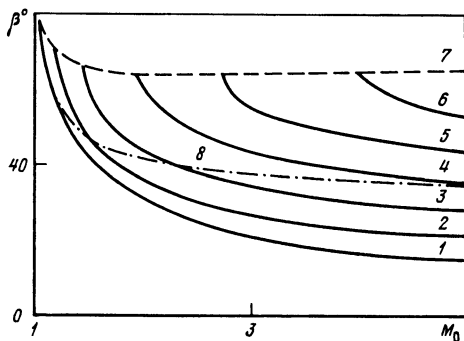
Для конических течений получены зависимости  $\beta(M_0)$ ,  $V_c(M_0)$  и  $M_c(M_0)$  для фиксированных величин  $\varphi_c$  ( $M_c = V_c/a_c$ , где  $V_c$ ,  $a_c$  - величины скорости и скорости звука на поверхности конуса).



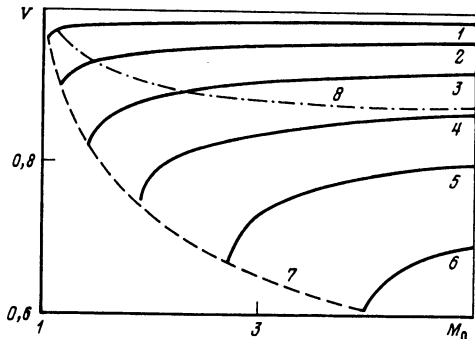
Фиг. 2. Зависимость  $\theta$  от  $\beta$ ; кривые 1-8 -  $M_0 = 1,2, 1,4, 1,6, 2, 2,5, 3, 4, 5$ ; 9 -  $M_1 = 1$ ; 10 -  $\theta = \theta^*$



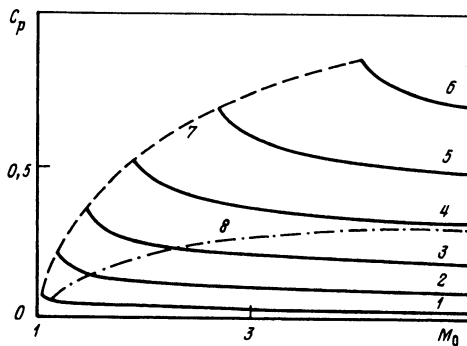
Фиг. 3. Зависимость  $\theta^*$  от  $M_0$ ; 1 - обтекание клина, 2 - обтекание конуса



Фиг. 4. Зависимость  $\beta$  от  $M_0$ ; кривые 1-6 -  $\phi_c = 5, 10, 15, 20, 25, 30^\circ$ ; 7 - отход скачка уплотнения от вершины конуса; 8 -  $M_c = 1$



Фиг. 5. Зависимость  $V$  от  $M_0$ ; кривые 1-6 -  $\phi_c = 5, 10, 15, 20, 25, 30^\circ$ ; 7 - отход скачка уплотнения от вершины конуса; 8 -  $M_c = 1$



Фиг. 6. Зависимость  $C_p$  от  $M_0$ ; кривые 1-6 -  $\phi_c = 5, 10, 15, 20, 25, 30^\circ$ ; 7 - отход скачка уплотнения от вершины конуса; 8 -  $M_c = 1$

На фиг. 4 представлена зависимость угла наклона скачка уплотнения  $\beta$  от  $M_0$  для углов конусности  $5^\circ \leq \phi_c \leq 30^\circ$  - кривые 1-6. Штриховая кривая 7 соответствует отходу головного скачка уплотнения от вершины конуса. Штрихпунктирная кривая 8 разделяет область сверхзвукового течения на конусе ( $M_c > 1$ ) и дозвукового - сверхзвуковая область располагается ниже кривой 8.

На фиг. 5 показана зависимость относительной скорости на поверхности конуса  $V = V_c/V_0$  от  $M_0$  для различных углов конусности - кривые 1-6. Смысл штриховой кри-

вой 7 и штрихпунктирной 8 такой же, как на фиг. 4, сверхзвуковая область течения на поверхности конуса располагается выше кривой 8.

Зависимость коэффициента давления  $C_p = 2(p_c - p_0)/\rho_0 V_0^2$ , где  $p_c$  – давление на поверхности конуса, от  $M_0$  представлена на фиг. 6 для различных углов конусности – кривые 1–6. Штриховая кривая 7 и штрихпунктирная 8 имеют то же значение, что и на фиг. 4, 5, сверхзвуковая область находится ниже кривой 8.

**Заключение.** Исследованы скачки уплотнения и конические течения в сверхзвуковом потоке воды в диапазоне чисел Маха  $1 < M_0 \leq 5$ . На основе уравнений сохранения массы, импульса и ударной адиабаты определены зависимости угла отклонения потока от угла наклона скачка при различных числах Маха. Показано, что при сверхзвуковом обтекании водой критические углы клина и конуса существенно меньше критических углов при обтекании этих тел воздухом. Для конических течений при различных углах конусности рассчитаны углы наклона скачков уплотнения, величины скорости на поверхности конусов и коэффициенты давления.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Nishiyama T., Khan O.F.* Compressibility effects on cavitation in high speed liquid flow. (Second report-transonic and supersonic liquid flows.) // Bull. JSME. 1981. V. 24. № 190. P. 655–661.
2. *Альев Г.А.* Отрывное обтекание кругового конуса конечной длины сверхзвуковым потоком воды // *Динамика сплошной среды с нестационарными границами*. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 1984. С. 3–7.
3. *Замышляев Б.В., Яковлев Ю.С.* Динамические нагрузки при подводном взрыве. Л.: Судостроение, 1967. 387 с.
4. *Станюкович К.П.* Неустановившиеся движения сплошной среды. М.: Наука, 1971. 854 с.
5. *Коул Р.* Подводные взрывы. М.: Изд-во иностр. лит., 1950. 495 с.
6. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1973. 847 с.

Москва

Поступила в редакцию  
14.II.1997