

УДК 532.516:534.1

© 1998 г. А.А. ИВАНОВА, В.Г. КОЗЛОВ, П. ЭВЕСК

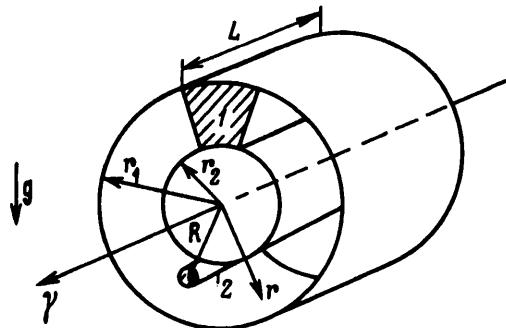
**ДИНАМИКА ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ТЕЛА В ЗАПОЛНЕННОМ
ЖИДКОСТЬЮ СЕКТОРЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО СЛОЯ
ПРИ ВРАЩАТЕЛЬНЫХ ВИБРАЦИЯХ**

Экспериментально и теоретически исследована динамика твердого цилиндрического тела в заполненном жидкостью секторе горизонтально расположенного цилиндрического слоя, совершающего высокочастотные вращательные колебания вокруг собственной оси. Обнаружено, что такие колебания порождают приложенную к телу осредненную силу, направленную в случае тела более плотного, чем жидкость, к оси вращения и при определенных условиях превосходящую силу тяжести, что приводит к его всплытию. Дан теоретический анализ этого эффекта в приближении высоких частот и малых амплитуд вибраций. Показано, что обнаруженная сила действует на тело во всем объеме жидкости.

Интерес к задачам динамики неоднородной по плотности среды в высокочастотных вибрационных полях связан с возможностью применения осредненных массовых сил для ее управления, особенно в условиях пониженной гравитации. Одним из примеров воздействия высокочастотных колебаний является возбуждение вибрационной тепловой конвекции – осредненного движения неоднородной по температуре несжимаемой жидкости. Возможность и эффективность тепловой конвекции в условиях невесомости в случае поступательных вибраций полости показана в [1]. В случае вращательных вибраций, когда полость совершает комбинированные, т.е. одновременно поступательные и вращательные колебания, в жидкости генерируются дополнительные средние массовые силы, отличающиеся от сил, возникающих при поступательных вибрациях [2]. Их действие по эффективности превосходит действие поступательных.

Динамика дискретных твердых фазовых включений в заполненных несжимаемой жидкостью колеблющихся полостях является самостоятельным разделом вибрационной механики, однако она сохраняет многие черты вибрационной динамики неоднородных по плотности однофазных сред. Известен эффект притяжения твердых включений к стенкам заполненного несжимаемой жидкостью сосуда, совершающего высокочастотные поступательные колебания [3, 4]. В этом случае вибрационная сила проявляется только тогда, когда тело находится непосредственно у стенок вибрирующего сосуда, т.е. сила является короткодействующей. По аналогии с вибрационными явлениями в неоднородных по плотности однофазных системах [1, 2] следует ожидать, что в случае вращательных колебаний осредненная динамика твердых фазовых включений будет более сложной. Рассмотрению этого неизученного к настоящему моменту вопроса посвящена данная работа. На практике поступательные колебания в чистом виде встречаются достаточно редко, как правило, они сопровождаются угловыми качаниями полости. В случае замкнутых систем, например, космического аппарата, основным типом колебаний являются не поступательные, а именно вращательные вибрации относительно оси, проходящей через центр масс.

1. Эксперимент. Исследована вибрационная динамика твердых фазовых включений в относительно коротком цилиндрическом слое, заполненном несжимаемой жидкостью и совершающем высокочастотные вращательные вибрации вокруг расположенной



Фиг. 1. Схема кюветы

горизонтально собственной оси (фиг. 1). Радиусы внешней и внутренней границ цилиндрического слоя составляли соответственно $r_1 = 43$ мм и $r_2 = 31$ мм, длина слоя $L = 16,5$ мм. Рабочая полость заполнялась жидкостью (вода или этиловый спирт). В верхней части слоя установлена жесткая непроницаемая продольная перегородка 1, вынуждающая жидкость совершать колебания вместе с ней. Цилиндрическое тело 2 изготавливалось из материалов разной плотности (полиэтилен, резина, полихлорвинил и алюминий); размер его был постоянен; диаметр $d = 4,0 \pm 0,1$ мм, длина $14,0 \pm 0,5$ мм. Динамика тела изучалась методом видео- и фоторегистрации.

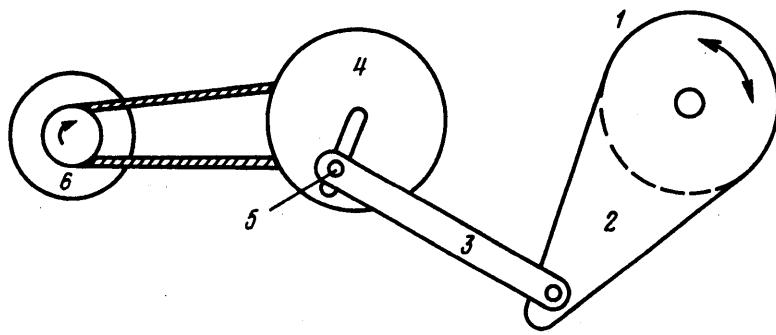
Схема механического вибратора приведена на фиг. 2. Он состоит из предназначенног для крепления модели поворотного столика 1, которому через плечо 2 и шатун 3 сообщались вращательные колебания относительно горизонтальной оси. Вращение диска 4 с эксцентрично расположенной осью 5 осуществлялось двигателем постоянного тока 6 с контролируемой частотой вращения через ступенчатую клиновременную передачу. Ось 5 устанавливалась на диске на расстоянии 0–5 мм от оси вращения. При этом амплитуда угловых колебаний изменялась в интервале $\phi_0 = 0–0,5$ рад. Основные исследования проведены при значениях $\phi_0 = 0–0,2$ рад.

Измерение амплитуды колебаний с точностью 0,001 рад проводилось по изображению метки на вибрирующей кювете, полученному с помощью видеокамеры или фотоаппарата. Частота колебаний изменялась в интервале $f = 10–100$ Гц и измерялась цифровым тахометром с точностью 0,05 Гц. Нестабильность частоты вращения в ходе отдельного эксперимента на превышала 0,3 Гц.

Наблюдения показали, что вращательные колебания полости оказывают сильное осредненное воздействие на тела, отличающиеся по плотности от жидкости. Во-первых, на тела действует осредненная массовая сила, перемещающая менее плотные по сравнению с жидкостью тела к внешней относительно оси границе слоя, а более плотные – к внутренней. Данный эффект проявляется независимо от положения оси колебаний по отношению к вектору силы тяжести. Во-вторых, колебания приводят к ориентации цилиндрического тела вдоль оси колебаний.

В условиях настоящего эксперимента ось цилиндрического слоя и ось колебаний совмещены и расположены горизонтально. В отсутствие колебаний более плотное, чем жидкость, тело находится на дне полости, т.е. у внешней границы слоя. При плавном повышении интенсивности колебаний при некоторой критической частоте оно поднимается вверх, к внутренней границе слоя. Обратный переход происходит при меньшей частоте, т.е. с гистерезисом. Оба перехода совершаются скачком. Устойчивыми являются два положения тела – вблизи внутренней и внешней границ. Устойчивое положение в средней части слоя в экспериментах не наблюдалось.

Наличие порога, в котором действие силы тяжести уравновешивается подъемной вибрационной силой, использовано для определения вида управляющего безразмерного параметра.



Фиг. 2. Схема вибратора

Эксперименты проводились в такой последовательности. Полость с находящимся в ней телом (фиг. 1) заполнялась рабочей жидкостью (особое внимание уделялось удалению из полости газовых пузырьков) и устанавливалась на вибратор. При некоторой заданной амплитуде Φ_0 пошагово повышалась частота вибраций. Поведение тела при этом регистрировалось с помощью видеокамеры. Таким образом определялась критическая частота, при которой происходил отрыв тела от внешней (нижней) и переход его к внутренней (верхней) границе той части слоя, которая расположена под осью вибраций. Возвращение тела в первоначальное положение определялось при постепенном понижении частоты вибраций. Такие серии измерений проводились при различных амплитудах Φ_0 с телами разной плотности.

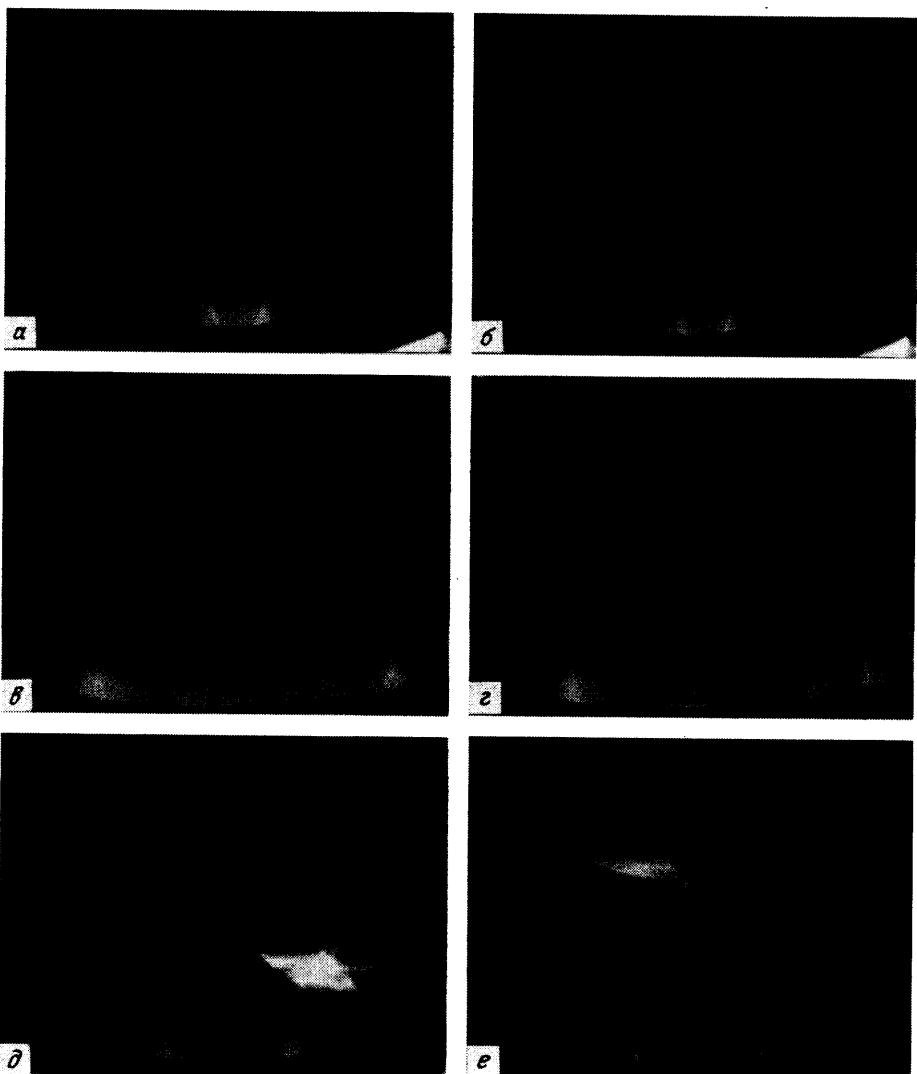
Фотографии цилиндрического тела в колеблющемся цилиндрическом слое жидкости приведены на фиг. 3, *a* и *b* соответствуют полихлорвиниловому телу в спирте (относительная плотность $\rho \equiv \rho_s/\rho_l = 1,75$) при амплитуде $\Phi_0 = 0,051$ рад и частотах вибраций $f = 61,7$ и $50,5$ Гц; *в* и *г* – то же при $\Phi_0 = 0,207$ рад, $f = 17,2$ и $14,3$ Гц; *д* и *е* – алюминиевому цилинду в воде ($\rho = 2,68$) при $\Phi_0 = 0,104$ рад, $f = 30$ и 36 Гц. Приведенные фотографии получены в непосредственной близости от границ подъема (*а*, *в*, *д*) и падения (*б*, *г*, *е*) тела. Фотографиям соответствуют следующие значения вибрационного параметра W_r (будет определен ниже): 1,46 (*а*); 0,98 (*б*); 1,88 (*в*); 1,31 (*г*); 1,47 (*д*); 2 (*е*).

Вследствие ориентирующего действия вибраций на цилиндрическое тело последнее в ходе опыта оставалось параллельным оси слоя, поэтому на фотографии видно лишь изображение его торца. Время экспозиции составляло 1/15 с, что превышало период колебаний, поэтому на полученных в лабораторной системе отсчета фотографиях изображения цилиндра в различные фазы периода накладываются друг на друга. На торце цилиндра вдоль его диаметра наклеена тонкая светоотражающая полоска, позволяющая следить за его поворотом. Вблизи внутренней границы слоя вращение цилиндра отсутствует как в течение одного периода, так и в среднем (фиг. 3, *б*). Когда тело располагается на дне полости, наблюдается либо его поступательное перемещение, либо случайное вращение, вызванное соударениями со стенкой.

На фотографиях вблизи нижней границы виден трек, оставленный острием закрепленной на кювете светлой стрелки, служащей для измерения амплитуды колебаний полости.

В области выше некоторой критической амплитуды вибраций наблюдается качественное изменение поведения тел. Если при малых амплитудах тело совершает гармонические поступательные колебания (фиг. 3, *а*, *б*), то при больших значениях амплитуд, особенно в случае тел большой относительной плотности, их колебания становятся хаотическими (фиг. 3, *д*, *е*). Последнее объясняется, по-видимому, отрывным характером обтекания.

Начнем с описания динамики тел относительно малой плотности. Эксперименты

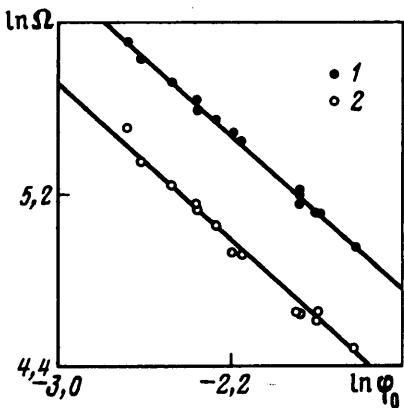


Фиг. 3. Динамика цилиндрического тела в колеблющемся секторе цилиндрического слоя

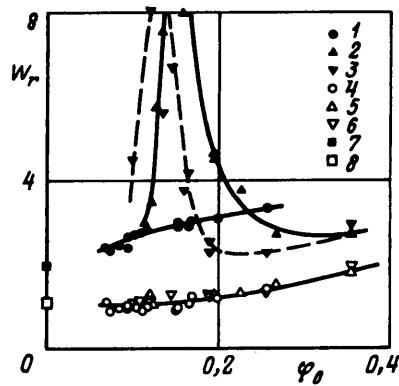
проводились с полиэтиленовой трубкой длиной 13,8 мм, внешним диаметром $d = 4$ и внутренним 2 мм. Такое цилиндрическое тело с заполненным рабочей жидкостью внутренним объемом выбрано для снижения средней относительной плотности $\rho = \rho_s/\rho_l$, которая в данном случае (эксперименты проводились на спирте) составляла 1,27.

Зависимости критической частоты Ω от амплитуды вибраций ϕ_0 (фиг. 4) соответствуют переходу полиэтиленового цилиндра в спирте к верхней (1) и возвращению к нижней границе слоя (2) при повышении и понижении частоты соответственно. Переходы осуществляются со значительным гистерезисом (область гистерезиса находится между кривыми).

Пороговые точки, полученные при различных амплитудах, группируются вблизи прямых, образующих близкий к $\pi/4$ угол с осями. Это выявляет связь между критическими значениями амплитуды и частоты вибраций и позволяет найти вид безраз-



Фиг. 4



Фиг. 5

Фиг. 4. Зависимость критической частоты Ω от амплитуды вибраций Φ_0

Фиг. 5. Пороговые значения параметра W_r , всплытия и падения цилиндрических тел различной плотности в зависимости от амплитуды вибраций

мерного параметра, определяющего данный эффект. Поскольку эксперименты проводятся в гравитационном поле и поведение тела зависит от отношения подъемной силы и силы тяжести, то этот параметр можно представить в виде $W_r = (\Phi_0 \Omega)^2 R_0 / g$. Здесь $R_0 = (r_1 + r_2)/2$ – средний радиус кривизны слоя, g – ускорение свободного падения.

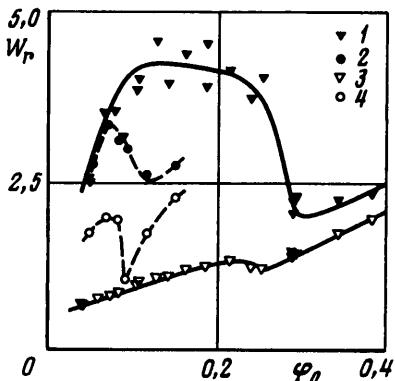
Помимо данного вибрационного параметра задача определяется относительной плотностью тела ρ и такими геометрическими характеристиками, как относительные толщина слоя h/R_0 и размер тела d/h , где $h = r_1 - r_2$ – толщина слоя жидкости, d – диаметр цилиндра. В рассмотренном случае эти характеристики имели значения $\rho = 1,27$; $h/R_0 = 0,324$; $d/h = 0,333$.

Зависимости пороговых значений W_r от амплитуды вибраций Φ_0 , полученные на спирте с телами различной относительной плотности, представлены на фиг. 5. Порогам поднятия и падения полиэтиленовой трубы ($\rho = 1,27$) соответствуют обозначения 1 и 4, цилиндра из резины ($\rho = 1,6$) – 2 и 5, тела из полихлорвинаила ($\rho = 1,75$) – 3 и 6; 7 и 8 – теоретические значения порогов для полиэтиленового тела в предельном случае малых амплитуд вибраций $\Phi_0 \ll 1$. Между порогами поднятия и падения находится область гистерезиса, где тело может занимать устойчивое положение вблизи одной и другой границы.

В случае тела малой относительной плотности оба порога слабо зависят от амплитуды вибраций (полиэтилен, точки 1 и 4). В случае более плотных тел в некоторой области значений Φ_0 наблюдается резкое возрастание порога перехода тела к верхней границе. При этом кривые имеют ярко выраженный максимум, который смещается в область меньших значений амплитуды вибраций по мере повышения ρ (кривыми, построенными по значениям 2 и 3, показаны пороги всплытия цилиндров из резины и полихлорвинаила).

В интервале Φ_0 , соответствующем области экстремума, гистерезис достигает такой величины, что оказывается невозможным оторвать тело от нижней границы. В то же время пороговая кривая падения тела вниз монотонно и сравнительно медленно растет при увеличении амплитуды вибраций и не зависит от плотности тела (4–6). В области справа от экстремума колебание тел в жидкости имеет хаотический характер, что свидетельствует о турбулентном режиме их обтекания. Это видно из фотографии (фиг. 3, д, е).

Выделим еще одну интересную особенность динамики тел в области экстремума.



Фиг. 6. Пороговые кривые переходов для цилиндрических тел в воде

среднем он сохранял параллельное оси вибраций положение. Порог падения алюминиевого цилиндра на дно находился выше аналогичного порога для менее плотных тел, т.е. для его удержания в "плавающем" состоянии требовались более интенсивные вибрации.

2. Теория. Исследуется динамика твердого тела в заполненной жидкостью полости, совершающей вращательные вибрации вокруг произвольной оси по закону $\omega = \phi_0 \Omega \cos \Omega t \gamma$. Здесь ω – вектор угловой скорости, γ – единичный вектор, направленный вдоль оси вибраций. В связанной с вибрирующей полостью системе отсчета с началом координат, расположенным на оси вибраций, движение жидкости и твердого тела описывается уравнениями Навье – Стокса и Ньютона с дополнительными инерционными членами

$$\rho_l \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} \right) = -\nabla p + \eta \Delta \mathbf{v} + \rho_l (\mathbf{g} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{r} \times \boldsymbol{\omega}) + 2\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega} + \mathbf{r} \times \boldsymbol{\omega}'), \quad \text{div } \mathbf{v} = 0 \quad (2.1)$$

$$m \mathbf{R}'' = \int_{\phi} \mathbf{s} dS + m(\mathbf{g} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{R} \times \boldsymbol{\omega}) + 2\mathbf{R}' \times \boldsymbol{\omega} + \mathbf{R} \times \boldsymbol{\omega}') \quad (2.2)$$

Здесь \mathbf{v} – скорость движения жидкости, \mathbf{R} – радиус-вектор центра масс тела, η – коэффициент динамической вязкости жидкости, ρ_l – плотность жидкости, σ – тензор напряжений, m – масса тела, \mathbf{g} – вектор ускорения силы тяжести.

Рассмотрим случай поступательного движения тела. Это предположение выполняется для тел симметричной формы в предельном случае высоких частот, когда роль вязкости в течение периода пренебрежимо мала и угловыми осцилляциями тела можно пренебречь. Также предполагается, что симметричное тело типа цилиндра определенным образом ориентировано в пространстве. Так что средний момент сил, который может возникнуть в ходе осцилляций тела, равен нулю, как это имело место в описанном выше эксперименте. В этом случае уравнение вращательного движения может быть исключено из рассмотрения. Что касается граничных условий для данной системы уравнений, то на поверхности полости и тела для скорости жидкости должно выполняться условие прилипания.

Остановимся на предельном случае высоких частот, когда период вибраций мал по сравнению с характерными гидродинамическими временами задачи: $\Omega d^2/v \gg 1$. Здесь d – характерный размер тела (диаметр цилиндра), v – кинематическая вязкость жидкости. При этом все переменные разбиваются на суммы медленно меняющихся и быстро осциллирующих слагаемых

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}^* + \phi_0 \Omega \mathbf{U} \cos \Omega t, \quad p = p^* + \rho_l \phi_0 \Omega^2 \mathbf{x} \sin \Omega t \quad (2.3)$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}^* + \mu \phi_0 |\gamma \times \mathbf{R}^*| \sin \Omega t$$

На фиг. 3, г тело в верхнем положении находится на некотором расстоянии от границы. Этот зазор увеличивается по мере понижения W_r , и непосредственно перед падением тела вниз достигает размера, приблизительно равного $d/4$. Подчеркнем, что в случае малых амплитуд вибраций (слева от экстремума) этот эффект не наблюдался, переход тела вниз происходил скачком сразу из верхнего положения (фиг. 3, б).

Серия экспериментов проведена с полихлорвиниловым и алюминиевым цилиндрами ($\rho = 1,4$ и $2,68$) в воде (фиг. 6). Порогам поднятия и падения первого соответствуют знаки 1 и 3, второго – 2 и 4. Характер колебаний алюминиевого цилиндра был хаотическим (см. фиг. 3, д, е). Ориентация оси цилиндра также хаотически изменялась, однако в

Здесь векторы \mathbf{U} и $\boldsymbol{\mu}$ характеризуют амплитуды осцилляций жидкости и тела, переменная \mathbf{x} – амплитуду осцилляций давления. Переменные \mathbf{v}^* , \mathbf{R}^* , \mathbf{U} , $\boldsymbol{\mu}$, p^* и \mathbf{x} являются медленно меняющимися и не претерпевают заметных изменений в течение периода вибраций.

Подставляя (2.3) в систему (2.1), (2.2) и сохраняя только быстроосциллирующие части, получим систему уравнений для осциллирующих компонент

$$\operatorname{rot} \mathbf{U} = -2\boldsymbol{\gamma}, \quad \operatorname{div} \mathbf{U} = 0, \quad \nabla \mathbf{x} = \mathbf{U} + \boldsymbol{\gamma} \times \mathbf{r} \quad (2.4)$$

$$m(\boldsymbol{\gamma} \times \mathbf{R} + \boldsymbol{\mu} |\boldsymbol{\gamma} \times \mathbf{R}|) = \rho_1 \int_{\phi} \mathbf{x}_n dS$$

В предположении малости амплитуды вибраций ($\phi_0 |\boldsymbol{\gamma} \times \mathbf{R}| \ll d$) опущен нелинейный член в осцилляционной части уравнения (2.1). После осреднения по периоду уравнения (2.1), (2.2) принимают вид

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\frac{\nabla p}{\rho_1} + \mathbf{v} \Delta \mathbf{v} + \mathbf{g} + \frac{1}{2} (\phi_0 \Omega)^2 \boldsymbol{\gamma} \times (\mathbf{r} \times \boldsymbol{\gamma}), \quad \operatorname{div} \mathbf{v} = 0$$

$$m \mathbf{R}'' = \int_{\phi} \boldsymbol{\sigma} dS + mg + \frac{1}{2} m (\phi_0 \Omega)^2 (\boldsymbol{\gamma} \times \mathbf{R} + |\boldsymbol{\gamma} \times \mathbf{R}| \boldsymbol{\mu}) \times \boldsymbol{\gamma} + \frac{1}{4} \rho_1 (\phi_0 \Omega)^2 \int_{\phi} \mathbf{U}^2 dS \quad (2.5)$$

В системе (2.4), (2.5) использованы общепринятые либо ранее определенные обозначения, звездочки около медленно меняющихся переменных опущены. Тензор $\boldsymbol{\sigma}$ вычисляется по полям средней скорости \mathbf{v} и давления p .

Система уравнений дополняется граничными условиями. Нормальная составляющая осцилляционной компоненты скорости обращается в нуль на поверхности полости и тела

$$\mathbf{U} \mathbf{n} = 0 \quad (2.6)$$

$$(\mathbf{U} - |\boldsymbol{\gamma} \times \mathbf{R}| \boldsymbol{\mu}) \mathbf{n} = 0 \quad (2.7)$$

Здесь \mathbf{n} – единичный вектор нормали к поверхности.

Для средней скорости \mathbf{v} на внешней границе вязкого пограничного слоя в общем случае должны быть заданы шлихтиновские граничные условия [5] для того, чтобы учесть генерацию осредненной завихренности в скин-слоях. В предельном случае высоких частот граничные условия переносятся на поверхность полости и тела. В настоящей работе исследуется динамика твердого тела. При этом сравнительно слабыми вторичными течениями, генерируемыми вязкими скин-слоями, можно пренебречь и записать для осредненной скорости условие прилипания

$$\mathbf{v} = 0 \quad (2.8)$$

Из анализа уравнений динамики жидкости и тела (2.5) следует, что вращательные вибрации полости приводят к появлению дополнительных осредненных массовых сил, не зависящих от статического поля силы тяжести и оказывающих сильное влияние на динамику системы. Эти силы аналогичны силам появляющимся в уравнениях осредненной термовибрационной конвекции несжимаемой жидкости в полости, совершающей высокочастотные вращательные качания [2].

Воспользуемся полученной системой уравнений для исследования осредненной динамики твердого круглого цилиндра в секторе горизонтального цилиндрического слоя, совершающего высокочастотные вращательные вибрации вокруг своей оси. Считаем слой относительно тонким ($r_1 - r_2 \ll R_0$), где r_1 и r_2 – радиусы внешней и внутренней поверхностей слоя, $R_0 = (r_1 + r_2)/2$ – средний радиус кривизны слоя, и предполагаем, что ось цилиндрического тела ориентирована параллельно оси полости, а диаметр цилиндра мал ($d \ll r_1 - r_2$). Уделяя основное внимание динамике тела в объеме полости, исключим из рассмотрения взаимодействие тела со стенками. В условиях сделанных предположений осцилляционное поле скорости жидкости на доста-

точном расстоянии от тела считается заданным: $U_\phi = 2(r - R_0)$. Здесь r – расстояние от оси вращения, U_ϕ – тангенциальная компонента скорости.

Рассмотрим условия квазиравновесия тела, когда сумма всех средних сил, действующих на тело, равна нулю. В этом случае осредненное движение жидкости в полости отсутствует. Решение системы (2.4), (2.5) с граничным условиями (2.6) – (2.8) находится, если тело располагается в центре слоя ($r = R_0$), где пульсационная компонента скорости равна нулю. В случае не слишком малой разности плотностей тела и жидкости цилиндр малого диаметра совершает в этой точке малые тангенциальные колебания, как в неподвижной жидкости с амплитудой $\mu = (\rho - 1)/(\rho + 1)$. Решение задачи о потенциальном обтекании движущегося в сдвиговом потоке цилиндра, а также расчет подъемной силы, действующей в этом случае на цилиндр (последний член в уравнении движения твердого тела (2.5)), приведены в [5].

После подстановки всех членов в уравнение движения твердого тела находится условие его квазиравновесия (левитации) на расстоянии R_0 от оси, когда сумма всех средних сил, действующих на тело, равна нулю. Это возможно в случае, когда тело располагается под осью вибраций, при значении вибрационного параметра $W_r^* \equiv (\Phi_0 \Omega)^2 R_0 / g = 2(\rho + 1)/3$. При $W_r > W_r^*$ тело будет всплывать, в противном случае – тонуть.

Чтобы получить условие квазиравновесия на произвольном расстоянии R от оси вибраций, достаточно перейти в систему отсчета, в которой пульсационная компонента скорости жидкости на этом расстоянии обращается в нуль, и воспользоваться полученным выше выражением. Условие квазиравновесия при этом принимает вид

$$W_r^* = \frac{2R'(\rho + 1)}{3(2 - R')^2} \quad (2.9)$$

Здесь $R' = R/R_0$, где R – расстояние от оси до центра инерции тела.

Следует подчеркнуть, что это условие получено в предположении относительно малого размера цилиндра и при отсутствии его взаимодействия со стенками полости.

Полученное на основании теоретического анализа условие квазиравновесия (2.9) зависит от расстояния между телом и осью вибраций: с уменьшением R требуется меньшее значение W_r для удержания тела в "подвешенном" состоянии. Следовательно, переходы тела снизу вверх, т.е. от внешней границы слоя к внутренней, и обратно должны происходить скачком и с гистерезисом, что полностью согласуется с результатами экспериментов.

Рассчитаем по (2.9) пороговые значения вибрационного параметра W_r , соответствующие переходам полиэтиленового тела ($\rho = 1,27$) от одной границы к другой в слое относительной толщины $h/R_0 = 0,324$. Считая, что центр инерции тела в крайних его положениях находится на расстоянии $d/2$ от границ, получаем значение $W_r = 2,1$ для отрыва тела от дна и $1,1$ – для обратного перехода. Теоретические значения обоих переходов (фиг. 5, точки 7, 8) хорошо согласуются с экспериментальными результатами (точки 1 и 4).

3. Обсуждение результатов. Теоретический анализ подтверждает определяющую роль вибрационного параметра W_r в случае вращательных колебаний полости. Вибрационная сила при этом проявляется во всем объеме полости и принципиально отличается от известных сил, действующих в полостях, совершающих поступательные колебания, лишь когда тело находится в непосредственной близости от стенок. Значительную роль при этом играет структура пульсационного поля скорости жидкости, зависящая от формы полости. Высокочастотный подход, при котором пульсационное поле скорости рассчитывается без учета сил вязкости, представляется оправданным, поскольку толщина вязкого пограничного слоя $\delta = (2v/\Omega)^{1/2}$, возникающего вблизи поверхности тела и границ полости, в условиях проведенного эксперимента пренебрежимо мала: $\delta/d < 0,02$.

Величина результирующей вибрационной силы зависит от места положения тела. В нашем случае чем меньше расстояние от тела до оси вибраций, тем больше эта сила. Это и приводит к тому, что более плотное тело в секторе горизонтального цилиндрического слоя имеет только два устойчивых состояния – у внешней и у внутренней границ слоя, а переходы происходят со значительным гистерезисом. Результаты экспериментов с телом относительно небольшой плотности, для которого характерен ламинарный режим обтекания, хорошо согласуются с теоретическими расчетами в пределе малых амплитуд вибраций (фиг. 5, $\rho = 1,27$). Отметим, что в проведенном теоретическом анализе взаимодействие тела со стенками полости не учитывалось. Хорошее согласие теоретических результатов с экспериментальными, полученными в случае ламинарного обтекания тел, позволяет предположить, что "ближнее" взаимодействие тела со стенками полости в рассматриваемом случае не играет определяющей роли.

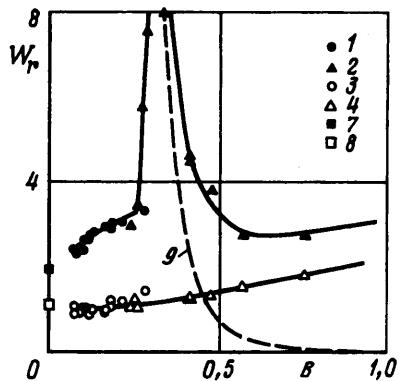
На пороговых кривых перехода тел большой относительной плотности к внутренней границе слоя наблюдается выраженный максимум, который смещается в область меньших амплитуд вибраций по мере повышения ρ (фиг. 5 и 6). Согласно наблюдениям, экстремум приходится на область смены режимов обтекания тела: справа от него режим обтекания турбулентный (фиг. 3, д, е), слева – ламинарный (фиг. 3, а, б). Хотя в области экстремума колебание тел носит регулярный характер, их поведение отличается от случая малых амплитуд. Как видно из фиг. 5 и 6 обратный переход, т.е. падение тела на дно, происходит при значениях вибрационного параметра W_r , близких к расчетному, но непосредственно перед падением тело оказывается устойчиво "подвешенным" на некотором расстоянии от верхней границы, равном приблизительно половине радиуса тела (фиг. 3, г).

Из этого следует, что, во-первых, вибрационная подъемная сила на достаточном расстоянии от границы полости не претерпевает принципиальных изменений по мере перехода от ламинарного режима обтекания к турбулентному, во-вторых, в области изменения режима обтекания эта сила значительно ослабевает на малых расстояниях от границ слоя. Снижение подъемной вибрационной силы, связанное с близким взаимодействием тела со стенками полости, как следует из эксперимента, наиболее сильно проявляется в переходной области. Именно этот эффект приводит к резкому повышению порога всплытия тела в некотором интервале амплитуд вибраций. Ослабление подъемной силы на близком расстоянии от стенок проявляется особенно сильно, когда тело находится на дне полости, прижатое к нему силой тяжести.

Обсудим характер обтекания длинного круглого цилиндра, колеблющегося в несжимаемой жидкости, который определяется двумя безразмерными параметрами: частотой $\omega = \Omega d^2/v$, выражающей отношение диаметра тела к толщине вязкого скин-слоя δ , и амплитудой смещения тела относительно окружающей жидкости. Хотя в эксперименте это смещение не измерялось, безразмерную амплитуду колебания тела можно описать параметром $B = ((\rho - 1)/(\rho + 1)) R_0 \Phi_0 / d$, где в качестве амплитуды смещения взято теоретическое значение, справедливое при потенциальном обтекании цилиндра, расположенного в середине слоя.

Пороговые кривые переходов в зависимости от параметра B на фиг. 7 соответствуют фиг. 5 (точки 5 и 6 опущены). Кривой 9 показана граница перехода к турбулентному режиму обтекания колеблющегося в жидкости цилиндра по результатам [6].

При $B < 0,25$ нет никаких особенностей в поведении пороговой кривой, характеризующей переход тела к верхней границе. Резкое повышение, а затем пони-



Фиг. 7. Пороговые значения параметра W_r в зависимости от амплитуды B

жение порога всплытия тела отмечаются при его увеличении. Так как режим обтекания помимо безразмерной амплитуды определяется и безразмерной частотой, приведем ее связь с параметрами W , и B : $\omega = k_0 W^{1/2} B^{-1}$. Коэффициент $k_0 = ((\rho - 1)/(\rho + 1))(R_0 g)^{1/2} d / v$ в условиях проведенного эксперимента (спирт, $d = 4$ мм, $R_0 = 3,7$ см) для полиэтиленового, резинового и полихлорвинилового цилиндров принимает значения соответственно 191, 371 и 438. Это соотношение позволяет рассчитать безразмерную частоту для любой экспериментальной точки, что необходимо, поскольку изменение режима обтекания осциллирующего цилиндра, как показано в [6, 7], в значительной мере зависит от ω .

Теоретическое исследование устойчивости двумерного течения жидкости вокруг колеблющегося цилиндра [7] в приближении высоких частот и малых амплитуд вибраций ($\omega \gg 1$, $b/d \ll 1$) показало, что течение становится неустойчивым при критической амплитуде вибраций

$$(b/d)^* = 1,456\omega^{-1/4}(1 + 0,325\omega^{-1/4} + \dots) \quad (3.1)$$

Здесь b – амплитуда колебаний цилиндрического тела относительно покоящейся на бесконечности жидкости.

Результаты [7] находятся в согласии с экспериментальными данными [6, 8]. Переход к турбулентному режиму обтекания в интервале частот $\omega = 350\text{--}35000$ по результатам [6, 8] описывается выражением

$$(b/d)^{**} = 2,5\omega^{-1/4} \quad (3.2)$$

Граница перехода к отрывному режиму обтекания по результатам [6] располагается между границами (3.1) и (3.2).

Анализ результатов настоящих экспериментов на основании режимов обтекания колеблющегося в неподвижной жидкости цилиндра [6–8] показывает, что для полиэтиленового тела реализуется ламинарный режим обтекания. Пороговые кривые переходов в этом случае не имеют никаких особенностей. В опытах с телами плотностью $\rho = 1,6$ и $1,75$ экстремум на пороговой кривой отрыва тела от дна согласуется с границей перехода к турбулентному режиму – на фиг. 7 кривой 9 показана граница (3.2), соответствующая настоящим опытам с резиновым цилиндром в спирте.

Условия нашего эксперимента (короткий цилиндр, диаметр которого сравним с толщиной слоя жидкости, наличие осциллирующего сдвигового потока) отличны от описанных в [6, 8], где длинный цилиндр совершил колебания на большом расстоянии от стенок в покоящейся жидкости. Кроме того, параметр B определен при ряде предположений, тогда как в [6, 8] амплитуда смещения тела измерялась непосредственно. Несмотря на это, проведенное сравнение представляет интерес и подтверждает, что наличие экстремума пороговых кривых связано с изменением режима обтекания колеблющихся тел.

Пороговые кривые, полученные на воде (фиг. 6), в целом аналогичны полученным на спирте. Некоторые различия связаны с изменением вязкости жидкости, что оказывается на соотношении безразмерных параметров ω и B , определяющих характер обтекания тел.

Заключение. Экспериментально обнаружен и теоретически описан новый вибрационный эффект. Показано, что на твердые тела в полостях, заполненных несжимаемой жидкостью и совершающих высокочастотные вращательные колебания, действует осредненная сила, которая может конкурировать с силой тяжести. Важной особенностью этой силы является то, что она действует во всем объеме полости. Кроме того, вибрационный эффект проявляется как при ламинарном, так и при

турбулентном обтекании тел, т.е. не ограничен случаем предельно малых амплитуд колебаний полости.

Подчеркнем, что исследованный эффект не связан со статическими силовыми полями, такими, как поле силы тяжести, и потому его проявление в условиях пониженной гравитации будет особенно сильным. Это может представлять большой интерес в задачах контроля и управления твердыми фазовыми включениями в несжимаемой жидкости в различных технологических процессах в условиях невесомости.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 96-01-00932) и гранта (920-5208/95) от Национальной авиационной и космической администрации США (US NASA).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гершунин Г.З., Жуховицкий Е.М. О свободной тепловой конвекции в вибрационном поле в условиях невесомости // Докл. АН СССР. 1979. Т. 249. № 3. С. 580–584.
2. Козлов В.Г. О вибрационной тепловой конвекции в полости, совершающей высокочастотные вращательные качания // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 3. С. 138–144.
3. Луговцов В.А., Сеницкий В.Л. О движении тела в вибрирующей жидкости // Докл. АН СССР. 1986. Т. 289. № 2. С. 314–317.
4. Lyubimov D.V., Cherepanov A.A., Lyubimova T.P. The motion of solid body in a liquid under the influence of a vibrational field // Rev. Proc. 1st Intern. Symp. Hydromech. and Heat/Mass Transf. in Microgravity. Perm; Moscow, Russia, 1991. P. 247–251.
5. Batchelor G.K. An Introduction to Fluid Dynamics. Cambridge: Univ. Press, 1967. 615 p. (= Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости. М.: Мир, 1973. 758 с.)
6. Sarpkaya T. Force on a circular cylinder in viscous oscillatory flow at low Keulegan–Carpenter numbers // J. Fluid Mech. 1986. V. 165. P. 61–71.
7. Hall P. On the stability of the unsteady boundary layer on a cylinder oscillating transversely in a viscous fluid // J. Fluid Mech. 1984. V. 146. P. 347–367.
8. Honji H. Streaked flow around an oscillating circular cylinder // J. Fluid Mech. 1981. V. 107. P. 509–520.

Пермь
Париж

Поступила в редакцию
10.X.1996