

УДК 532.526.4

© 1998 г. В.Е. КОЗЛОВ, Д.А. ЛЮБИМОВ, А.Н. СЕКУНДОВ,
Ф.Р. СПАЛАРТ

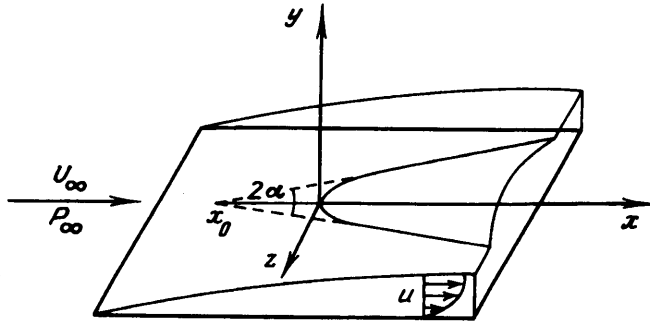
ТРАНСВЕРСАЛЬНОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

Проведено расчетное исследование процесса трансверсального распространения турбулентности в ламинарном пограничном слое пластины. Рассмотрены три известные модели турбулентности. Показано, что расчетные значения угла "турбулентного клина" в несколько раз меньше экспериментального значения. Анализируются причины расхождения расчетных и экспериментальных данных.

Течение в турбулентном клине представляет собой трансверсальное распространение турбулентности внутри ламинарного пограничного слоя пластины. К числу практических приложений рассматриваемого течения относится распространение по ламинарному пограничному слою корневой части крыла самолета или корневой части турбинной лопадки турбулентности, которая образовалась на фюзеляже самолета или на корпусе турбины. В модельных экспериментах течение в ламинарном пограничном слое на плоской пластине турбулизовалось различными способами. В [1] для этой цели использовалась лежащая на пластине маленькая полусфера с диаметром, равным толщине ламинарного пограничного слоя. В [2] в качестве турбулизирующего элемента использовался нагретый круглый цилиндр. В [3] рассматривалось течение в двугранном угле, причем пограничный слой на одной стороне этого угла был ламинарным, а на другой – турбулентным. Во всех этих экспериментах наблюдалось приблизительно линейное увеличение по продольной координате трансверсального размера турбулентной области. По экспериментальным данным [1–3], угол α турбулентного клина (см. схему течения на фиг. 1) составлял 6,4–10,6°.

Расчетное исследование такого течения, насколько известно авторам, не проводилось. В данной работе впервые проведен такой расчет с использованием трех известных, широко распространенных моделей турбулентности [4–6]. Поскольку эта задача решалась впервые, в работе исследовалось три возможных математических подхода различной степени обоснованности. Наиболее обоснованна постановка задачи в рамках эллиптической системы трехмерных осредненных уравнений Навье–Стокса. Так как реализация такого подхода требует весьма трудоемких расчетов, то в работе наряду с указанным были рассмотрены и более упрощенные подходы. В одном из них не учитывалось изменение статического давления и задача решалась в рамках системы уравнений трехмерного пограничного слоя. Промежуточное положение между полными уравнениями Навье–Стокса и уравнениями пограничного слоя занимают укороченные уравнения Навье–Стокса, которые также были рассмотрены в данной работе. Анализ полученных результатов позволил оценить допустимость применения упрощенных подходов для решения задачи о турбулентном клине.

1. Математические модели для описания течения. *Полная система трехмерных осредненных уравнений Навье–Стокса (методика 1)* для несжимаемой жидкости



Фиг. 1. Схема течения

($\rho = \text{const}$) имеет вид [7]

$$u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[(v + v_t) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \right], \quad \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0$$

Для замыкания системы уравнений использовалась однопараметрическая дифференциальная модель турбулентности [4]. Эта модель ранее успешно тестировалась на многих течениях внешней аэродинамики, в том числе и на течении в пограничном слое при наличии градиента давления и зон отрыва.

На границе $x = 0$ задавались распределения продольной компоненты скорости $u(0, y, z)$ и коэффициента турбулентной вязкости $v_t(0, y, z)$, которые моделировали небольшое турбулентное пятно вблизи начала координат и ламинарный пограничный слой вне этого пятна. Размер пятна был равен толщине ламинарного пограничного слоя δ_0 на границе $x = 0$. Вертикальная и трансверсальная компоненты скорости полагались равными нулю: $v(0, y, z) = w(0, y, z) = 0$. Для статического давления использовалось мягкое граничное условие $\partial P / \partial x = 0$. Основные расчеты проводились для числа Рейнольдса, определенного по толщине потери импульса в ламинарном пограничном слое, равном $Re_\theta = 700$.

На границе $y = 0$ ставились условия

$$u = v = w = 0, \quad v_t = 0$$

На границе $y = y_{\text{max}}$ использовались параметры набегающего потока

$$u = U_\infty, \quad v = w = 0, \quad v_t = 0, \quad P = P_\infty$$

Граница $z = 0$ является плоскостью симметрии

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = 0, \quad w = 0, \quad \frac{\partial v_t}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial z} = 0$$

Такие же условия применялись и на границе $z = z_{\text{max}} \gg \delta_0$. На границе $x = x_{\text{max}}$ использовались условия

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial v_t}{\partial x} = 0, \quad P = P_\infty$$

Трехмерные уравнения представлялись в дивергентной форме и решались с помощью метода искусственной сжимаемости [8–10]. В этом методе конвективные потоки аппроксимируются с третьим порядком точности, а диффузионные члены – со вторым. Уравнения движения и уравнение неразрывности решались одновременно методом релаксации по линиям. На каждой итерации уравнение для турбулентной вязкости решалось отдельно. Расчетная область представляла собой прямоугольный параллелепипед. Узлы конечно-разностной сетки распределялись равномерно по продольному и трансверсальному направлениям и неравномерно – по

поперечному направлению. Общее количество узлов было равно $N_x \times N_y \times N_z = 18 \times 35 \times 20$. Использовать более мелкую сетку, к сожалению, не представилось возможным.

Описанная постановка, как отмечалось выше, является наиболее точной из числа рассмотренных.

Система укороченных уравнений Навье–Стокса (методика 2). Эта система уравнений выводится из системы уравнений Навье–Стокса следующим образом. Вместо уравнения неразрывности используется уравнение Пуассона для статического давления (вывод уравнения Пуассона в частном случае ламинарного течения см. в [11]). В уравнении Пуассона были опущены вторые производные по продольному направлению, а в уравнениях движения – градиент давления и диффузионные члены по продольному направлению.

Для замыкания системы уравнений также использовалась модель турбулентности [4].

На границе $x = 0$ задавались такие же распределения компонент скоростей и коэффициента турбулентной вязкости, что и в методике 1. Условия на границах $y = 0$, $y = y_{\max}$, $z = 0$, $z = z_{\max}$ также не отличались от описанных в методике 1. На границе $x = x_{\max}$ никаких условий ставить не требуется вследствие параболичности системы уравнений по продольной координате x .

Задача решалась с помощью описанной в [12] методики для расчета течения в прямом канале прямоугольного сечения (см. также описание этой методики в [13]). Однако в отличие от работы [12] поперечные компоненты скорости не расщеплялись, поэтому уравнение неразрывности автоматически не удовлетворялось. Уравнение Пуассона решалось как нестационарное уравнение с интегрированием по времени до достижения стационарного режима. Используемый для этого алгоритм обладал вторым порядком аппроксимации по поперечным направлениям. Компоненты скорости вычислялись с помощью неявной конечно-разностной схемы. Эта схема обеспечивала первый порядок аппроксимации по продольному направлению и повышенный порядок аппроксимации (второй) по поперечным направлениям, если сеточное число Рейнольдса было меньше двух. В этом случае для аппроксимации конвективных членов использовались центральные разности вместо односторонних (см., например, [11]).

Узлы конечно-разностной сетки распределялись равномерно по продольному и трансверсальному направлениям и неравномерно – по поперечному направлению. Вертикальный размер сетки удваивался через каждые 5–10 узлов. Ближайший к стенке узел находился на расстоянии от нее, равном $y_1^+ = 0,1$. Размеры расчетной области варьировались в диапазонах $X_{\max} = x_{\max}/\delta_0 = 20\text{--}100$, $Y_{\max} = y_{\max}/\delta_0 = 5\text{--}20$, $Z_{\max} = z_{\max}/\delta_0 = 5\text{--}15$. Количество узлов по различным координатным направлениям изменялось следующим образом: $N_y = 40\text{--}100$, $N_z = 20\text{--}100$. Шаг интегрирования был равен $\Delta X = \Delta x/\delta_0 = 0,1\text{--}0,4$.

Система уравнений пограничного слоя (методика 3). Используемая здесь система уравнений может рассматриваться как частный случай методики 2 при дополнительных условиях: изобаричности течения и отсутствии трансверсальной компоненты скорости.

Для замыкания системы уравнений использовались три модели турбулентности [4–6].

Продольная компонента скорости и коэффициент турбулентной вязкости описываются здесь уравнениями параболического типа. Граничные условия для этих параметров не отличались от используемых в методике 2. Вертикальная компонента скорости определялась при помощи уравнения неразрывности. Единственным граничным условием для вертикальной компоненты скорости является равенство этого параметра нулю на пластине. Для уравнений, описывающих продольную компоненту скорости и коэффициент турбулентной вязкости, применялась та же конечно-разностная схема, что и для компонент скорости в методике 2.

Методика	α_1^0	α_{50}^0	$10^3(C_f)$		$\frac{10^3 v_{\max}}{U_\infty \delta_0}$	$\frac{10^3 \nu}{U_\infty}$		$\frac{10^3 w}{U_\infty}$	
			max	min		max	min	max	min
1	3,00	2,65	3,8	0,58	4,5	1,2	-3,6	1,6	-2,7
2	3,45	3,1	3,8	0,57	4,8	1,34	-2,7	2,4	-2,0
3	3,7	3,3	3,8	0,54	4,7	2,6	-10,0	0,0	0,0

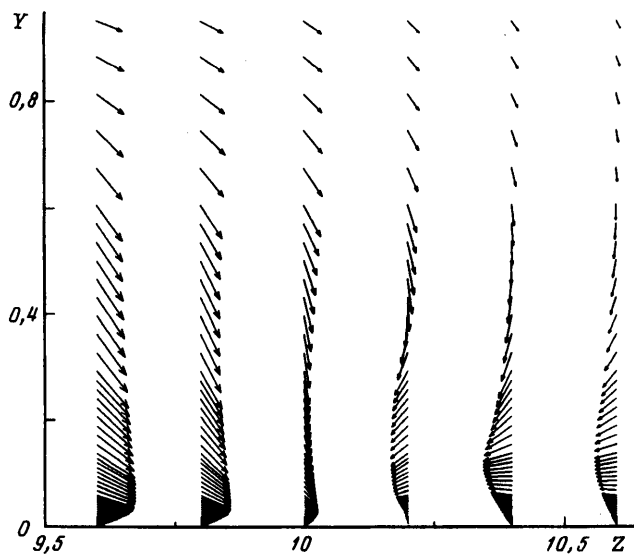
Размеры расчетной области варьировались в диапазонах $X_{\max} = 30-200$, $Y_{\max} = 3-5$, $Z_{\max} = 5-10$. Количество узлов по различным координатным направлениям бралось равным $N_y = 24-80$, $N_z = 40-120$. Шаг интегрирования был равен $\Delta X = 0,2-0,6$.

Расчеты проводились при числе Рейнольдса, определенном по толщине потери импульса, равном $Re_\theta = 550-4500$. В конце расчетной области толщина турбулентного пограничного слоя превышала толщину периферийного ламинарного пограничного слоя в 1,5-6,0 раз. Точность вычислений контролировалась путем сравнения результатов, полученных на разных сетках, и путем контроля за интегралами сохранения расхода и импульса.

2. Результаты расчетов. На течение в турбулентном клине с точки зрения гидродинамики оказывают влияние процессы неизобаричности, конвекции и диффузии. Оценим важность учета первых двух процессов в этом течении. Для этого проведем расчет одного режима течения по трем методикам (1, 2, 3) с использованием модели турбулентности [4]. Одна и та же для всех трех методик модель турбулентности обеспечивает единообразное описание процессов диффузии. Влияние неизобаричности полностью учитывается в методике 1, частично – в методике 2 и никак не учитывается в методике 3. Влияние конвекции полностью учитывается в методиках 1 и 2 и лишь частично учитывается в методике 3. Сопоставление между собой расчетных данных позволит ответить на поставленный вопрос о важности учета процессов неизобаричности и конвекции в случае течения в турбулентном клине.

Расчет проводился для числа Рейнольдса $Re_\theta = 700$ в области $X_{\max} = 35$, $Y_{\max} = 10$, $Z_{\max} = 7$. Введем в рассмотрение величину $v_m(x, z)$, равную максимальной величине коэффициента турбулентной вязкости вдоль линии пересечения плоскостей $x = \text{const}$ и $z = \text{const}$. Затем перейдем к безразмерной величине $\dot{v}'_m(x, z)$, равной отношению v_m к своему максимальному значению в сечении $x = \text{const}$. Интерес будут представлять изолинии $\dot{v}'_m(x, z) = 0,01$ и $\dot{v}'_m(x, z) = 0,50$. Будем характеризовать турбулентный клин двумя углами α_1 и α_{50} , которые образуются при пересечении с осью x касательных к этим изолиниям при $X = X_{\max}$. Результаты расчетов этих углов вместе с другими характеристиками течения в сечении $X = X_{\max}$ представлены в таблице.

Все три методики дают близкие значения для углов клина α_1 и α_{50} , для коэффициентов трения C_f и турбулентной вязкости v_{\max} . Так, разброс расчетных данных по углу клина составил 15%, по коэффициенту трения – 6%, по турбулентной вязкости – 4%. Близость между собой расчетных данных свидетельствует о несущественности процессов неизобаричности и конвекции в случае течения в турбулентном клине. Следовательно, основным механизмом переноса в рассматриваемом течении является процесс диффузии, описываемый с помощью модели турбулентности. Заметим, что известные экспериментальные данные по углу клина примерно в 3 раза больше расчетных значений, полученных с помощью модели турбулентности [4]. Однако и другие рассмотренные модели турбулентности [5-6] тоже дают примерно трехкратное занижение величины угла клина. Соответствующие расчетные данные, полу-



Фиг. 2. Вектор вторичного потока $V = jv + kw$ в сечении $X = 150$

ченные с помощью методики 3 для трех моделей турбулентности, приведены ниже:

Модель турбулентности	[4]	[5]	[6]
α_1^0	3,7	2,84	3,90
α_{50}^0	3,3	2,63	2,82

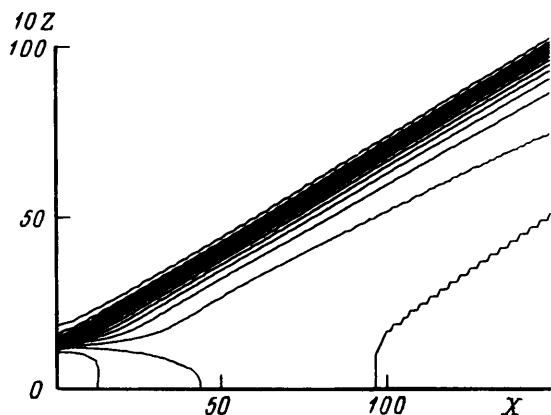
Фрагмент картины векторов вторичного потока $V = jv + kw$ в сечении $X = 150$ представлен на фиг. 2 с помощью методики 2. Видно, что трансверсальная компонента скорости около стенки положительна при $Z < 10$ и отрицательна при $Z > 10,3$. Знакопеременность и малость величины этой скорости, по-видимому, и привели к слабой зависимости угла турбулентного клина от точности описания вторичных токов в рассмотренных математических подходах 1, 2 и 3.

Линии постоянных значений коэффициента трения C_f и относительной толщины потери импульса $\delta_1^{**} = \delta^{**}/\delta_0$ представлены на фиг. 3, 4 соответственно. Видно, что расширение турбулентной области по мере удаления от начального сечения осуществляется по зависимости, близкой к линейной.

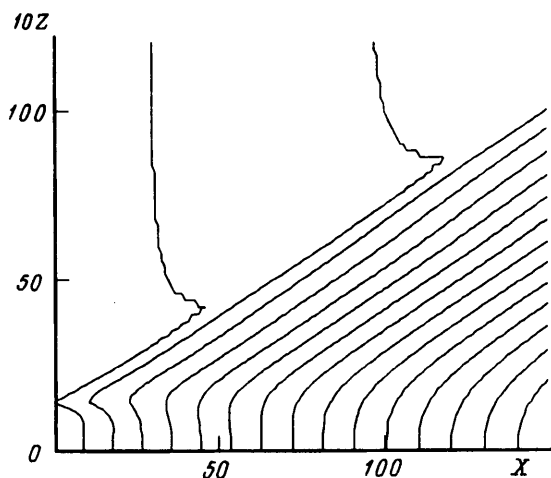
Рассмотрим, как изменяется относительное значение коэффициента турбулентной вязкости по мере удаления от плоскости симметрии в сечении $X = X_{\max}$

$$v^0(\xi) = v_m(\xi)/(U_\infty \delta_0), \quad \xi = Z/(X_{\max} - X_0)$$

Здесь X_0 – фокусное расстояние (см. фиг. 1). Соответствующие зависимости $v^0(\xi)$, полученные по методике 3 с помощью трех различных моделей турбулентности [4–6] при $X_{\max} = 50$, $X_0 = -17$, представлены на фиг. 5 линиями 1–3 соответственно. Здесь же линиями 4 и 5 представлены экспериментальные данные [2] для относительных пульсаций температуры и продольной компоненты скорости. Вертикальный масштаб для линий 4 и 5 не соответствует указанному на вертикальной оси. Эти экспериментальные данные приведены здесь лишь для демонстрации того факта, что угол турбулентного клина, определенный с помощью пульсаций температуры, в несколько раз отличается от угла, определенного с помощью пульсаций скорости.



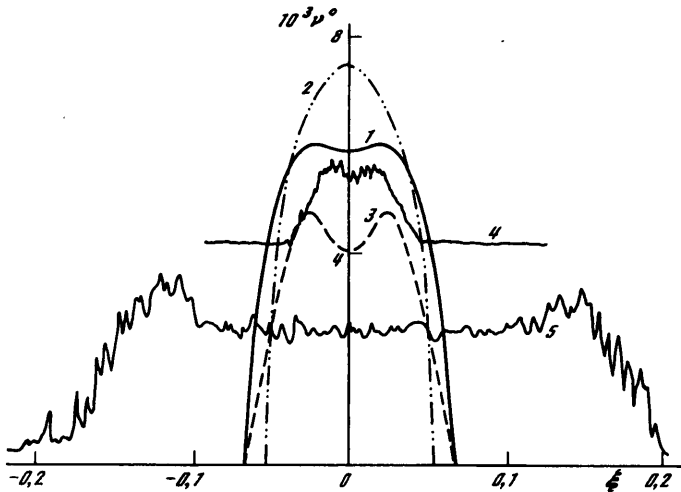
Фиг. 3. Изолинии коэффициента трения, 15 уровней, $C_f = 6,96 \cdot 10^{-4} - 3,99 \cdot 10^{-3}$



Фиг. 4. Изолинии толщины потери импульса, 15 уровней, $\delta_1^{**} = 0,121 - 0,345$

Сравнение экспериментальных данных с расчетными показывает по крайней мере две особенности. Первая состоит в том, что ширина экспериментального профиля пульсаций температуры близка к ширине расчетного профиля турбулентной вязкости (всего на 20–40% меньше последней). По-видимому, трансформация профилей этих параметров зависит главным образом от диффузии тепла и турбулентной вязкости в поперечном направлении.

Вторая особенность состоит в том, что ширина экспериментального профиля пульсаций скорости значительно больше (в 2,5–3,5 раза) ширины расчетного профиля турбулентной вязкости. Такое большое различие может быть объяснено необычным механизмом переноса пульсаций скорости в трансверсальном направлении. В работе [2] отмечается, что этот механизм имеет недиффузионную природу. По-видимому, пульсации давления внутри турбулентной жидкости индуцируют вне турбулентной области потенциальные слаботатухающие пульсации скорости. Эти пульсации взаимодействуют с неустойчивым ламинарным пограничным слоем и турбулизируют его. Поэтому скорость переноса турбулентных пульсаций в трансверсальном направлении



Фиг. 5. Изменение относительного коэффициента турбулентной вязкости поперек турбулентного клина: кривые 1–3 – расчет по моделям [4–6], кривые 4–5 – экспериментальные данные [2] для пульсаций температуры и скорости (вертикальный масштаб не соответствует указанному на вертикальной оси)

и, следовательно, угол турбулентного клина на порядок больше, чем скорость расширения турбулентного пограничного слоя в направлении, перпендикулярном стенке [2].

Таким образом, более точное описание течения в турбулентном клине возможно лишь при учете упомянутого выше недиффузионного механизма распространения пульсаций.

Заключение. Рассмотрены три подхода различной степени обоснованности применительно к описанию течения в турбулентном клине. Первый подход – система уравнений Навье–Стокса, второй – система укороченных уравнений Навье–Стокса, третий – система уравнений пограничного слоя. Сопоставление между собой расчетных данных, полученных по всем трем подходам, показало, что процессы неизобаричности и конвекции изменяют расчетный угол турбулентного клина не более чем на 20% и поэтому влиянием этих процессов можно пренебречь. Расчетные данные для угла турбулентного клина, полученные по всем трем рассмотренным моделям турбулентности, примерно в 3 раза меньше экспериментальных данных. Устранение указанного недостатка моделей турбулентности связано с необходимостью учета недиффузионного механизма распространения пульсаций скорости.

Данная работа финансировалась Российским фондом фундаментальных исследований (код проекта 95-01-00251а), а также Московским научно-техническим центром Боинг.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Schubauer G.B., Klebanoff P.S. Contributions on the mechanics of boundary-layer transition // NACA. 1956. Report № 1289. P. 11.
2. Gad-El-Hak M., Blackwelder R.F., Riley J.J. On the growth of turbulent regions in laminar boundary layers // J. Fluid Mech. 1981. V. 110. P. 73–95.
3. Motohashi T., Blackwelder R.F. Decreasing the side wall contamination in wind tunnels // Trans. ASME. J. Fluids Eng. 1983. V. 105. № 4. P. 435–438.
4. Spalart P.R., Allmaras S.R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows // Rech. Aerospat. 1994. № 1. P. 5–21.

5. Гуляев А.Н., Козлов В.Е., Секундов А.Н. К созданию универсальной однопараметрической модели для турбулентной вязкости // Изв. РАН. МЖГ. 1993. № 4. С. 69–81.
6. Menter F.R. Zonal two equation $k-\omega$ turbulence models for aerodynamic flows // AIAA Paper. 1993. № 93-2906. 21 p.
7. Hinze J.O. Turbulence. 2nd ed. N.Y.: McGraw-Hill, 1975. 790 p.
8. Стрелец М.Х., Шур М.Л. Метод масштабирования сжимаемости для расчета стационарных течений вязкого газа при произвольных числах Маха // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1988. Т. 28. № 2. С. 254–266.
9. Rogers S.E., Kwak D. Upwind differencing scheme for the time-accurate incompressible Navier–Stokes equations // AIAA Journal. 1990. V. 28. № 2. P. 253–262.
10. Rogers S.E., Kwak D., Kiris C. Steady and unsteady solutions of the incompressible Navier–Stokes equations // AIAA Journal. 1991. V. 29. № 4. P. 603–610.
11. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980. 616 с.
12. Briley W.R. Numerical method for prediction three-dimensional steady viscous flow in ducts // J. Comput. Phys. 1974. V. 14. № 1. P. 8–28.
13. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. Т. 2. М.: Мир, 1991. 552 с.

Москва
Сизэтл

Поступила в редакцию
10.XII.1996