МЕХАНИКА
ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 2 • 1998

УДК 533.95:537.84

© 1998 г. В.Ю. ЗАХАРОВ

О ВЛИЯНИИ ХОЛЛОВСКОЙ ДИСПЕРСИИ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ВОЛН В МАГНИТНОЙ ГИДРОДИНАМИКЕ С ИЗОТРОПНЫМ ДАВЛЕНИЕМ

Изучается влияние конечной холловской дисперсии на распространение линейных волн в рамках системы изотропной МГД. В [1] рассмотрен случай слабой дисперсии. Показано, что наличие конечной дисперсии не приводит к неустойчивости однородного состояния плазмы.

Рассмотрим распространение линейных волн в безграничном объеме плазмы в рамках системы МГД-уравнений [1], предполагая, что параметры плазмы зависят только от координаты x и времени t

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}\right)=-\frac{\partial}{\partial x}\left(p+\frac{B^2}{8\pi}\right),\quad \rho\left(\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}\right)=\frac{B_x}{4\pi}\frac{\partial B_y}{\partial x}$$

$$\rho\left(\frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}\right)=\frac{B_x}{4\pi}\frac{\partial B_z}{\partial x},\quad \frac{\partial \rho}{\partial t}+u\frac{\partial \rho}{\partial x}+\rho\frac{\partial u}{\partial x}=0$$

$$\frac{\partial p}{\partial t}+u\frac{\partial p}{\partial x}-\gamma\frac{p}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial t}+u\frac{\partial \rho}{\partial x}\right)=0,\quad B_x=\text{const}$$

$$\frac{\partial B_y}{\partial t}=-\frac{\partial}{\partial x}(uB_y-vB_x)-\frac{cm_iB_x}{4\pi e\rho}\left(-\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial B_z}{\partial x}\frac{\partial \rho}{\partial x}\right)$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}(wB_x-uB_z)-\frac{cm_iB_x}{4\pi e\rho}\left(\frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2}-\frac{1}{\rho}\frac{\partial B_y}{\partial x}\frac{\partial \rho}{\partial x}\right)$$

Здесь u, v, w – проекции скорости $\mathbf{v}$ на оси x, y и z соответственно, ρ и p – плотность и давление плазмы, $\gamma=c_p/c_v=5/3$ для полностью ионизованного водорода. Диссипативные процессы не учитываются. Последние слагаемые в уравнении индукции учитывают эффект Холла.

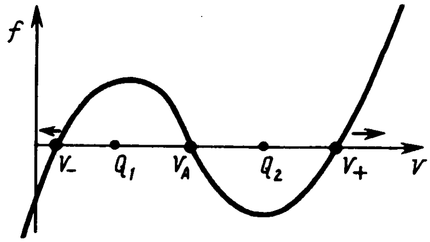
Представим полученное в [1] дисперсионное уравнение для скоростей альфвеновской и магнитозвуковых линейных волн в виде

$$f(\mathrm{V})\equiv \mathrm{V}^3-(\mathrm{K}_1+\mathrm{K}_2)\mathrm{V}^2+(\mathrm{K}_1\mathrm{K}_3+\mathrm{V}_0\mathrm{K}_2)\mathrm{V}-\mathrm{V}_0\mathrm{K}_3^2=0 \tag{1}$$

$$\mathrm{V}=a^2,\ a=\frac{\omega}{k},\ \mathrm{K}_1=\mathrm{V}_A+\mathrm{V}_0,\ \mathrm{K}_2=\mathrm{V}_{AX}+\mathrm{H}^2k^2,\ \mathrm{K}_3=\mathrm{V}_{AX}$$

$$\mathrm{V}_0=\frac{\gamma p_0}{\rho_0},\quad \mathrm{V}_{AX}=B_x^2(4\pi\rho_0)^{-1},\quad \mathrm{V}_A=B_0^2(4\pi\rho_0)^{-1},\quad \mathrm{H}=\frac{cm_iB_x}{4\pi e\rho_0}$$

(индекс ноль отмечает параметры невозмущенного состояния).



Качественный график дисперсионного уравнения

Уравнение (1) имеет три положительных корня при любом значении параметра Холла **H**.

Пусть $Q_1 = \min(\mathbf{V}_0, \mathbf{V}_{AX})$, $Q_2 = \max(\mathbf{V}_0, \mathbf{V}_{AX})$. Так как

$$f(\mathbf{V}_0) = \mathbf{V}_0(\mathbf{V}_A - \mathbf{V}_{AX})(\mathbf{V}_{AX} - \mathbf{V}_0), \quad f(\mathbf{V}_{AX}) = \mathbf{H}^2 k^2 \mathbf{V}_{AX}(\mathbf{V}_0 - \mathbf{V}_{AX})$$

то $f(Q_1) > 0$, $f(Q_2) < 0$. С учетом этих неравенств и $f(0) < 0$ нетрудно изобразить качественный график функции $f(V)$ (фигура), а также характер изменения значения корней в зависимости от роста **H** (стрелки на фигуре). Из фигуры видно, что дисперсионное уравнение (1) всегда имеет три положительных корня $\mathbf{V}_A$, $\mathbf{V}_-$, $\mathbf{V}_+$, которым соответствуют шесть значений для скоростей альфвеновской и магнитозвуковых волн. С ростом параметра Холла скорость a_- медленной магнитозвуковой волны монотонно уменьшается от ее значения без дисперсии до нуля, скорость a_+ быстрой волны монотонно увеличивается от ее значения без дисперсии, скорость альфвеновской волны a_A находится на интервале $(Q_1^{1/2}, Q_2^{1/2})$, монотонно приближаясь к скорости звука a_0 с ростом **H**. В частном случае $Q_1 = Q_2$ имеем $a_A^2 = a_0^2 = \mathbf{V}_{AX}$, т. е. скорость не зависит от длины волны.

Заключение. Холловская дисперсия не приводит к неустойчивости однородного состояния изотропной плазмы, а в частном случае $\gamma p_0 = B_x^2(4\pi)^{-1}$ она не влияет на скорость альфвеновской волны.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 94-01-01383).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Баранов В.Б., Краснобаев К.В.* Гидродинамическая теория космической плазмы. М.: Наука, 1977. 335 с.

Калуга

Поступила в редакцию
9.IX.1996