

УДК 532.525.5:537.2:621.45

© 1997 г. А.Б. ВАТАЖИН, Д.А. ГОЛЕНЦОВ, В.А. ЛИХТЕР, В.И. ШУЛЬГИН

ПРОБЛЕМА БЕСКОНТАКТНОЙ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЙ ДИАГНОСТИКИ СОСТОЯНИЯ АВИАЦИОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ И ЛАБОРАТОРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Рассмотрены теоретические и экспериментальные аспекты проблемы бесконтактной электростатической диагностики состояния реактивных авиационных двигателей. В основе этой проблемы лежит следующая причинно-следственная связь: реактивные струи двигателей содержат нескомпенсированный электрический заряд; заряженными частицами являются ионы, частицы сажи, а также заряженные частицы, возникающие на ранней стадии механического разрушения элементов конструкции двигателя; распределение заряженных частиц в струе может иметь непрерывный, а также дискретный характер и порождает внутри двигательной струи и в окружающем ее пространстве нестационарные электрические поля E (при непрерывном распределении заряда нестационарность обусловлена вовлечением малоинерционных заряженных частиц в турбулентное движение несущего газа); регистрация нестационарных E -полей вне струи специальными зондами-антеннами с последующей математической обработкой их сигналов дает информацию об особенностях распределения заряда в струе, а следовательно, и об особенностях работы двигателя. Известны различные варианты технического анализа рассматриваемой проблемы [1]. Некоторые теоретические аспекты пульсационных E -полей, генерируемых заряженными турбулентными струями, рассмотрены в монографии [2]. В данной статье проанализированы следующие принципиальные вопросы: моделирование различных режимов движения заряженных частиц в реактивных струях на физических лабораторных установках; теория нестационарных E -полей при различном характере движения заряженных частиц; теория зонда-антенны для регистрации нестационарных E -полей; анализ полученных в лабораторных условиях временных реализаций на зондах-антеннах и идентификация режимов движения заряженных частиц в струях.

Реактивные струи авиационных двигателей являются электрически заряженными [2–4], причем в большинстве случаев их нескомпенсированный заряд – положительный. Заряженными частицами могут быть ионы, возникающие в камере сгорания вследствие хемионизационных реакций [5], частицы сажи, а также заряженные частицы, появляющиеся при возникновении и развитии дефекта в конструкции двигателя. Имеются два различных режима движения частиц. Первый характеризуется непрерывным распределением заряженных частиц, когда они без видимых разрывов заполняют объем струи. При этом достаточно мелкие частицы вовлекаются в турбулентное движение несущего газа. Второй режим характеризуется движением заряженных частиц в виде отдельных сгустков. Такой дискретный режим может возникать при нарушении нормального режима работы камеры сгорания, например при колебаниях коэффициента избытка воздуха, когда в проточную часть двигателя периодически попадает избыточное количество сажи, при наличии механических повреждений конструкции двигателя, при изменении газодинамических условий течения в проточной части (возникновение пульсирующих отрывных зон), а также может отражать периодические процессы в двигателе.

Существенно, что в обоих указанных режимах движение заряженных частиц нестационарно. Поэтому внутри струи и вне ее возникают нестационарные электрические

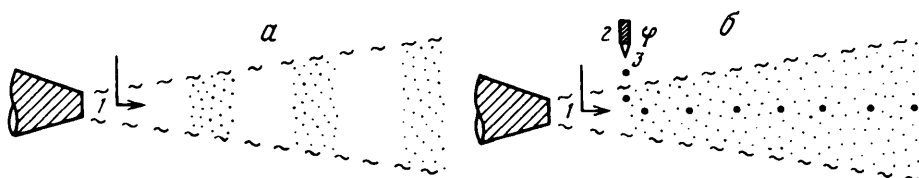
поля $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$, структура которых обусловлена особенностями движения заряженных частиц. Поле $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ вызывает протекание переменного электрического тока и возникновение потенциала $\Phi(t)$ на сопротивлении в электрической цепи зонда, устанавливаемого в различных точках пространства вне струи. Математический анализ сигнала $\Phi(t)$ позволяет получить сведения об электрогазодинамическом (ЭГД) течении непосредственно в струе. Из проведенного качественного описания проблемы возникают следующие задачи: создание лабораторных ЭГД-установок для моделирования различных режимов движения заряженных частиц в струях; разработка теории $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ -полей применительно к струям с движущимися заряженными частицами; создание приближенной и удобной теории зонда-антенны, передаточная функция которого связывает электрический потенциал $\Phi_\infty(\mathbf{r}_*, t)$, существующий при отсутствии зонда в точке \mathbf{r}_* установки последнего, с сигналом зонда $\Phi(t)$; математический анализ реализаций $\Phi(t)$ при лабораторном моделировании различных режимов движения заряженных частиц; разработка надежных конструкций зондов-антенн и выбор мест их установки вне двигательной самолетной струи; проведение аэродромных и затем летных испытаний. Ниже представлены результаты анализа первой части проблемы – ее теоретическое и лабораторное моделирование. Аэродромные испытания предложенных конструкций зондов-антенн проводятся по отдельной специальной программе в настоящее время. Вопрос летных испытаний связан с финансовыми возможностями заинтересованных организаций.

1. Модельные установки. Для моделирования различных распределений заряженных частиц в струях использовались следующие устройства.

Турбулентная паровоздушная струя с отрицательным коронным разрядом (фиг. 1, а). Дозвуковая турбулентная паровоздушная струя создавалась в результате истечения водяного пара из сопла диаметром 0,28 см в затопленное воздушное пространство с давлением $p = 980$ мбар [3, 6, 7]. Параметры на срезе сопла (температура $T_0 = 380\text{--}630$ К, скорость пара $u_0 = 200\text{--}300$ м/с) обеспечивали режимы течения с различным пересыщением пара. В струе имелись классические начальный, переходный и основной участки течения (на срезе сопла число Рейнольдса $Re \sim 2 \cdot 10^4$). В струю, в различных ее сечениях, вводилась коронирующая игла – электрод отрицательного коронного разряда. Выбирались такие газодинамические условия на срезе сопла, при которых в отсутствие коронного разряда конденсация протекала вяло или вообще отсутствовала, но при введении отрицательных ионов конденсация на них могла развиваться. Такая "электрическая" конденсация в струях подробно описана в [7].

Образующиеся в таком процессе капли приобретают достаточно большой отрицательный электрический заряд вследствие электрокинетического обмена с ионной компонентой коронного разряда. (Эта компонента постепенно истощается как в результате "перехода" ионов в капли-зародыши, так и в результате указанного обменного процесса с уже развившимися каплями.) Существенно, что отрицательный коронный разряд при малом перенапряжении имеет не непрерывную, а дискретную структуру: ионы движутся в виде отдельных сгустков с определенной частотой следования – частотой Тричела [8]. Поэтому образовавшиеся на ионах капли также движутся в виде дискретных сгустков – возникает дискретная структура конденсации [7].

На фиг. 1, а схематично показаны отдельные сгустки, состоящие из электрически заряженных капель (диаметром $d \leq 1$ мкм). Точками условно обозначены ионы или более мелкие капли, которые не формируют сгустков. Движущиеся заряженные сгустки конденсированной дисперсной фазы моделируют дискретный режим движения заряженных частиц в двигательных струях. При увеличении перенапряжения коронного разряда частота следования ионных сгустков возрастает, расстояние между ними уменьшается и сгустковый режим движения ионов, а следовательно, и развившихся на них капель переходит в непрерывный режим движения. В таком режиме определяющим является пульсационное движение заряженных капель (обладающих малой инерцией), обусловленное их вовлечением в турбулентное струйное движение.



Фиг. 1. Лабораторные модельные установки с турбулентной паровоздушной струей, отрицательным коронным разрядом и с генератором крупных заряженных капель: 1 – коронирующая игла; 2 – генератор капель; 3 – конус Тейлора

Турбулентная паровоздушная струя с коронным разрядом и крупными заряженными каплями. Эта установка представляет собой описанное выше устройство (фиг. 1, а), работающее при больших перенапряжениях коронного разряда, когда реализуется непрерывное пульсационное распределение относительно мелких ($d \leq 1$ мкм) заряженных капель. Крупные заряженные капли создаются в генераторе капель 2, представляющем собой вертикально расположенный заполненный водой капилляр диаметром 0,5 мм, к которому приложено электрическое напряжение. Образование капель происходит в режиме возникновения конуса Тейлора 3. Варьируя высоту расположения капилляра над струей и величину подводимого напряжения, можно добиться того, чтобы отсутствовало дробление капель и, попадая в струю, они увлекались потоком. Характерный диаметр образующихся крупных заряженных капель в струе составлял 0,5 мм. Таким образом, на описываемой установке одновременно моделируются непрерывный и дискретный режимы движения заряженных частиц. Существенно, что частота следования капель в струе является заданной величиной, совпадающей (в стационарном режиме) с частотой образования капель в конусе Тейлора. Расстояние же между каплями вследствие уменьшения по длине скорости газа вдоль струи сокращается. Этот эффект в наиболее чистом виде проявлялся бы при полной "вымороженности" капель в несущую среду.

Маятниковая система. На этой установке моделируется движение крупных заряженных объемов в двигательных струях. Металлический шар маятника первоначально заряжается в его верхнем (горизонтальном) положении. Для этого шар помещается в металлический желоб, находящийся под высоким напряжением, который затем убирается. В нижнем положении маятника заряженный шар движется практически горизонтально с заданной скоростью.

2. Нестационарные электрические поля. В общем случае заряженные частицы в реактивной струе генерируют электрическое поле \mathbf{E} и магнитное поле \mathbf{H} , определяемые из уравнений Максвелла

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\mu}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{4\pi}{\epsilon} q \quad (2.1)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} + \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \mathbf{H} = 0 \quad (\mathbf{j} = q\mathbf{v}_s) \quad (2.2)$$

Поле \mathbf{E} складывается из поля \mathbf{E}_r , обусловленного объемным электрическим зарядом q , и вихревого поля \mathbf{E}_v , связанного с изменением по времени индуцированного магнитного поля $\mathbf{H} = \mathbf{H}_r$. Внешние магнитное и электрическое поля отсутствуют. В (2.1)–(2.2) \mathbf{j} – вектор плотности электрического тока, \mathbf{v}_s – скорость заряженных частиц (для дальнейших оценок рассматривается простейший случай, когда имеется только один сорт заряженных частиц), ϵ и μ – магнитная проницаемость и диэлектрическая постоянная среды, которые предполагаются постоянными и одинаковыми внутри и вне струи, c – скорость света.

Из (2.1)–(2.2) следуют оценки

$$H = H_i \sim \max\left(\frac{4\pi l q v_s}{c}, \frac{\epsilon \omega l E}{c}\right), \quad E_i \sim \frac{4\pi l q}{\epsilon}, \quad \frac{E_v}{E} \sim \mu \epsilon \max\left(\frac{4\pi l q \omega l v_s}{\epsilon E c^2}, \frac{\omega^2 l^2}{c^2}\right) \quad (2.3)$$

В этих (и во всех дальнейших) оценках используются характерные положительные величины, ω и l – характерные частота нестационарного процесса и длина изменения параметров в струе, по порядку величины равная ее ширине. Оценим величину безразмерного параметра $\omega l/c$. В случае непрерывного пульсационного движения заряженных частиц частота ω совпадает с характерной частотой турбулентных пульсаций $\omega \sim \nu \text{Sh}/l$, где ν – характерная осредненная скорость газа, Sh – число Струхала, которое для струй имеет порядок единицы. При дискретном движении заряженных частиц выполняется оценка $\omega \sim (\Delta t)^{-1}$, где Δt – временной интервал между пролетом двух последовательных сгустков. В результате для указанных режимов получим соответственно

$$\frac{\omega l}{c} \sim \text{Sh} \frac{\nu}{c} \ll 1, \quad \frac{\omega l}{c} \sim \frac{l}{c \Delta t} \ll 1 \quad (l \sim 1 \text{ м}, \nu \sim 300 \text{ м/с}, \Delta t \sim 10^{-4} - 1 \text{ с}) \quad (2.4)$$

Предполагая, что $E_i/E < 1$ и $v_s \sim \nu$, из (2.3), (2.4) находим, что $E_v/E \ll 1$ (электрическое поле потенциально) и $H/E \ll 1$ (магнитным полем можно пренебречь).

Из второго соотношения в (2.1) следует уравнение

$$\Delta \phi = -\frac{4\pi}{\epsilon} q, \quad (\mathbf{E} = -\nabla \phi, \quad q = q(P, t)) \quad (2.5)$$

где ϕ – потенциал электрического поля, P – точка внутри струи. (Для полного замыкания "электрической" задачи в рассматриваемом ЭГД-приближении к уравнению (2.5) необходимо добавить уравнение сохранения заряда q и закон Ома. В данной статье проблема совместного решения указанных уравнений не рассматривается: предполагается, что распределение $q = q(P, t)$ является заданным и моделирующим различные режимы движения заряда в струях.)

Электромагнитное поле вне струи описывается уравнениями (2.1)–(2.2), в которых надо положить $\mathbf{j} = 0$, $q = 0$. Эти уравнения допускают решения в виде электромагнитных волн, распространяющихся со скоростью $c_* = c(\epsilon\mu)^{-1/2}$, причем $c_* = \nu\lambda$, где ν – частота и λ – длина волны. В рассматриваемом случае электромагнитные волны возбуждаются нестационарным процессом движения зарядов в струе, характерная частота которого во всяком случае не превосходит 10^4 Гц. Поэтому длина волны λ оказывается чрезвычайно большой (не менее 10^3 – 10^4 м), и зонд, установленный на расстоянии нескольких метров от струи, не фиксирует эту волну. С другой стороны, зонд зафиксирует "электростатическую" волну, которая распространяется с бесконечной скоростью и определяется уравнением Пуассона (2.5). Это уравнение описывает эффект "дальнодействия": в любой точке пространства (внутри или вне струи) зарядом q создается электрическое поле \mathbf{E} , которое мгновенно "отслеживает" изменение заряда по времени или его движение. Поэтому заряд $q(P, t)$, сосредоточенный в ограниченной области струи V ($P \in V$), генерирует в области V и в расположенной вне струи области V^+ переменные электрическое поле и потенциал. Величины $\mathbf{E}(P_0, t)$ и $\phi(P_0, t)$, где $P_0 \in V^+$, и будут восприниматься зондом, расположенным в точке P_0 .

Предположим, что на внешней границе Σ области V^+ потенциал равен нулю: $\phi(P_\Sigma, t) = 0$. Тогда решение уравнения (2.5) имеет вид [2]

$$\phi(P_*, t) = \frac{4\pi}{\epsilon} \int_V \Omega(P_*, P) q(P, t) dV_P, \quad P_* \in V + V^+, \quad P \in V \quad (2.6)$$

$$\mathbf{E}(P_*, t) = -\frac{4\pi}{\varepsilon} \int_V [\nabla_{P_*} \Omega(P_*, P)] q(P, t) dV_P \quad (2.7)$$

$$\Delta_{P_*} \Omega(P_*, P) = -\delta(P_*, P), \quad \Omega(P_{\Sigma}, P) = 0, \quad P_{\Sigma} \in \Sigma$$

Здесь Ω – функция Грина для области $V + V^+$, δ – дельта-функция, символ $\Delta_{P_*} \Omega$ указывает, что дифференцирование производится по координатам точки P_* . Область V , в которой сосредоточен заряд, в общем случае может сама изменяться со временем. При вычислении φ и \mathbf{E} в точке P_0 расположения зонда под точкой P_* необходимо понимать точку P_0 .

Естественно, что формулы (2.6) и (2.7) получены в предположении, что в области V^+ отсутствуют посторонние тела (в том числе зонд). Зонд, помещенный в точку P_0 , деформирует поле (2.6). Этот вопрос будет рассмотрен в разд. 4.

Проведенный выше анализ относился к условиям в реальных двигательных струях. Так как оценки, сформулированные в виде неравенств, сделаны с большим запасом, то нетрудно показать, что такие же выводы имеют место и для рассмотренных в разд. 1 условий в лабораторных установках.

3. Примеры нестационарных электрических полей. Будем считать, что внешняя поверхность области V^+ расположена на бесконечности. Тогда область $V + V^+$ представляет собой безграничное пространство, функция Грина для которого равна $(4\pi r_{PP_*})^{-1}$. Рассмотрим несколько простейших ситуаций. Пусть распределение q представляет собой систему точечных зарядов Q_i , расположенных в движущихся точках P_i . В этом случае

$$q(P, t) = \sum_{i=1}^N Q_i \delta(P - P_i(t)) \quad (3.1)$$

$$\varphi(P_0, t) = \varepsilon^{-1} \sum_{i=1}^N \frac{Q_i}{r_{P_i P_0}}, \quad r_{P_i P_0} = |\mathbf{r}_{P_0} - \mathbf{r}_{P_i}| \quad (3.2)$$

Здесь \mathbf{r}_M – радиус-вектор точки M .

Пусть в объеме V распределение заряда однородно: $q = Q/V$, где Q – суммарный электрический заряд. Из формулы (2.6) находим

$$\varphi(P_0, t) = \frac{Q}{\varepsilon} \left[\frac{1}{V} \int_V \frac{dV_P}{r_{P P_0}} \right] \quad (3.3)$$

Выражение в квадратных скобках представляет собой среднее по объему V обратное расстояние точки P_0 от этого объема. Это расстояние при движении объема V как целого или при его деформации изменяется со временем.

Рассмотрим более подробно электрическое поле, генерируемое движением вдоль оси x со скоростью v одной заряженной частицы с зарядом Q (вариант I). Электрический потенциал $\varphi(P_0, t)$ в фиксированной точке $P_0 = (0, y_0, 0)$ и его производная по времени равны

$$\varphi(P_0, t) = \frac{Q}{\varepsilon \sqrt{y_0^2 + x^2}}, \quad x = x(t), \quad \frac{dx}{dt} = v \quad (3.4)$$

$$\frac{d\varphi(P_0, t)}{dt} = -\frac{Qxv}{\varepsilon (y_0^2 + x^2)^{3/2}}$$

Эта зависимость, как будет показано ниже, характерна для зондовых измерений. В качестве примеров были также определены переменные электрические поля, ге-

нерируемые: движением с одинаковой скоростью одинаково заряженных частиц, образующих бесконечную последовательность (вариант II); движением одинаково заряженных частиц, появляющихся на срезе сопла через равные промежутки времени Δt и далее перемещающихся вниз по потоку турбулентной струи как замороженные в нее частицы (вариант III); движением "линии" с однородной линейной плотностью заряда (вариант IV); движением тела (шара, цилиндра) с однородным распределением заряда (вариант V).

4. Приближенная теория зонда. Пусть сферический зонд радиусом a из хорошо проводящего материала расположен в некоторой фиксированной точке P_0 вне струи и соединен с землей через сопротивление R . В отсутствие зонда в этой точке имеется электрический потенциал $\varphi(P_0, t)$, который создается системой зарядов в струе с объемной плотностью $q(P, t)$. Этот потенциал в дальнейшем будем обозначать посредством $\varphi_\infty(t)$. В нестационарном процессе на зонде вырабатывается потенциал $\Phi(t)$ и поверхностный заряд $Q_w(t)$. Будем считать, что размер зонда достаточно мал по сравнению с характерным размером изменения (в окружающем струю пространстве) электрического поля, генерируемого струей, и что зонд не эмитирует заряженные частицы, так что в его окрестности $q = 0$. При сделанных допущениях распределение потенциала вблизи зонда описывается решением задачи

$$\Delta\varphi = 0; \quad r = a: \quad \varphi = \Phi; \quad r = \infty: \quad \varphi = \varphi_\infty \quad (4.1)$$

которое имеет вид

$$\varphi = \varphi_\infty + (\Phi - \varphi_\infty) \frac{a}{r}, \quad Q_w = a\varepsilon(\Phi - \varphi_\infty) \quad (4.2)$$

Из уравнения сохранения заряда для зонда

$$\frac{dQ_w}{dt} = -I, \quad I = \frac{\Phi}{R} \quad (4.3)$$

где I – стекающий с зонда через сопротивление R электрический ток, с учетом (4.2) получаем основное уравнение

$$a\varepsilon \frac{d\Phi}{dt} + \frac{\Phi}{R} = a\varepsilon \frac{d\varphi_\infty}{dt} \quad (4.4)$$

Правая часть этого уравнения известна из решения задачи о нестационарном электрическом поле вне струи при отсутствии зонда. Из решения этого уравнения находится функция $\Phi(t)$, которая, таким образом, зависит от величины $\varphi_\infty(t)$, определяемой интегралом (2.6).

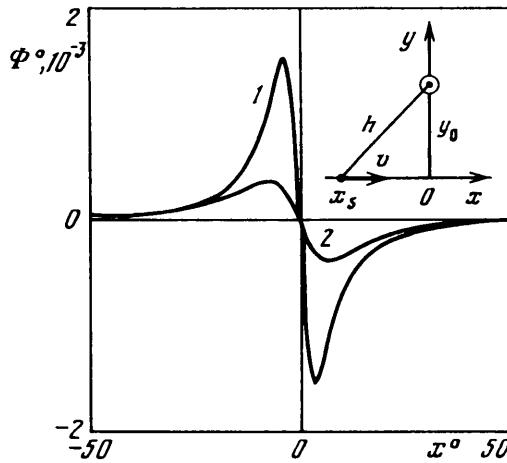
Для оценки точности приближенной теории зонда используем известное точное решение [9] об электростатическом поле, создаваемом двумя проводящими сферами с радиусами R_1 и a , расстояние между центрами которых равно h (диэлектрическая проницаемость ε пространства вне сфер полагается равной единице). Обозначим потенциал и поверхностный заряд первой сферы φ_1 и Q_1 , а второй – Φ и Q_w . Указанные интегральные характеристики связаны между собой соотношениями

$$Q_1 = \beta_{11}\varphi_1 + \beta_{12}\Phi, \quad Q_w = \beta_{21}\varphi_1 + \beta_{22}\Phi, \quad \beta_{12} = \beta_{21} \quad (4.5)$$

$$\beta_{ik} = R_1 g_{ik}(h/R_1, a/R_1) \quad (4.6)$$

Величины g_{ik} представляются в виде рядов. Пусть заданы Q_1 и Φ . Тогда из (4.5) находим

$$Q_w = \alpha Q_1 + \gamma \Phi, \quad \alpha = \frac{\beta_{21}}{\beta_{11}}, \quad \gamma = \beta_{22} - \frac{\beta_{12}^2}{\beta_{11}} \quad (4.7)$$



Фиг. 2. Результаты интегрирования уравнений (4.4) и (4.8): 1 - $y_0/a = 10$; 2 - $y_0/a = 20$. На врезке - схема взаимного расположения зонда и частицы

Пусть сфера радиусом a фиксирована и соединена с землей через сопротивление R (ею моделируется сферический зонд), а вторая сфера движется и ею моделируется движущийся заряд Q_1 . В этом случае расстояние h , а следовательно, и величины α и γ становятся заданными функциями времени. Используя (4.3) и (4.7), получаем уравнение

$$\frac{d}{dt}(\gamma\Phi) + \frac{\Phi}{R} = -Q_1 \frac{d\alpha}{dt} \quad (4.8)$$

Сопоставим между собой результаты решения приближенного уравнения (4.4) для сферического зонда радиуса a при прямолинейном движении с постоянной скоростью v точечного заряда Q_1 и точного уравнения (4.8) для того же самого зонда при прямолинейном движении со скоростью $v = \text{const}$ второй сферы с зарядом Q_1 и малым радиусом R_1 ($R_1/a \ll 1$). (При последнем условии вторая сфера моделирует точечный заряд.)

На фиг. 2 представлены результаты интегрирования приближенного (4.4) и точного (4.8) уравнений при $\epsilon = 1$, $R_1/a = 0,001$, $Rv = 0,1$ и различных значениях параметра y_0/a . (Результаты интегрирования уравнения (4.8) при уменьшении параметра R_1/a переставали изменяться - это свидетельствовало об адекватном моделировании точечного заряда.) Кривые 1 и 2 - зависимости величины $\Phi^\circ = \Phi a / Q_1$ от положения движущегося заряда $x^\circ = x_s/a$. Каждая кривая получена интегрированием как уравнения (4.4), так и (4.8). Таким образом, результаты точной и приближенной теории практически совпадают - различие результатов в масштабе приведенных графиков отсутствует.

Параметр $\delta = Rv\epsilon$ пропорционален отношению характерного времени стекания заряда в электрической цепи зонда к характерному времени пролета заряда около зонда. Этот параметр мал: при $\epsilon \sim 1$, $R = 1$ МОм и $v = 100$ м/с он приблизительно равен 0,1. При $\delta < 1$ решение уравнения (4.4) после его записи в безразмерном виде

$$\frac{d\Phi^\circ}{dx^\circ} + \frac{\Phi^\circ}{\delta} = \frac{d\varphi_\infty^\circ}{dx^\circ}, \quad x^\circ = -\infty: \Phi^\circ = 0 \quad (4.9)$$

$$\Phi = \frac{Q_1}{a\epsilon} \Phi^\circ, \quad \varphi_\infty = \frac{Q_1}{a\epsilon} \varphi_\infty^\circ, \quad x_s = ax^\circ, \quad \frac{dx_s}{dt} = v = \text{const}$$

может быть представлено рядом по степеням δ

$$\Phi^{\circ} = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \delta^k \frac{d^k \varphi_{\infty}^{\circ}}{dx^{\circ k}} \quad (4.10)$$

Ограничиваясь членом порядка δ , из (4.10) получим

$$\Phi^{\circ} = Rv\epsilon \frac{d\varphi_{\infty}^{\circ}}{dx^{\circ}} \quad (4.11)$$

Для рассматриваемого движения точечного заряда, используя (3.4), находим выражения

$$\Phi^{\circ} = -Rv\epsilon x^{\circ} \left(\left(\frac{y_0}{a} \right)^2 + x^{\circ 2} \right)^{-\frac{3}{2}}, \quad \Phi = -\frac{aQRvx_s}{(y_0^2 + x_s^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (4.12)$$

Существенно, что кривые 1 и 2 на фиг. 2, полученные путем интегрирования полных уравнений (4.8) или (4.9) для движения точечного заряда при $\epsilon = 1$, $Rv = 0,1$, практически точно описываются первой формулой в (4.12). Различие результатов в масштабе представленных графиков отсутствует.

Обобщая эти данные, можно заключить, что в практических приложениях, когда имеются и гораздо более сложные конфигурации движущихся зарядов, при условии $Rv\epsilon < 1$ (где v – характерная скорость движения зарядов), в первом приближении достаточно использовать простое эффективное выражение

$$\Phi = Ra\epsilon \frac{d\varphi_{\infty}}{dt} \quad (4.13)$$

Здесь φ_{∞} – потенциал, создаваемый всеми зарядами двигательной струи в точке расположения зонда, когда сам зонд отсутствует.

Таким образом, для сферического зонда проблема зондовой методики свелась к описанной в разд. 2 процедуре определения электрического потенциала φ_{∞} вне заряженной струи.

Обобщим полученные результаты на зонд малых размеров произвольной формы. Решение уравнения $\Delta\varphi = 0$ в окрестности зонда при условиях: $\varphi = \varphi_{\infty}$ на бесконечности и $\varphi = \Phi$ на поверхности зонда имеет вид

$$\varphi = \varphi_{\infty} + (\Phi - \varphi_{\infty})f(\Gamma; x^{\circ}, y^{\circ}, z^{\circ}), \quad x_i = ax_i^{\circ}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (4.14)$$

$$\Delta f = 0, \quad f(\Gamma; x_W^{\circ}, y_W^{\circ}, z_W^{\circ}) = 1; \quad r^{\circ} \rightarrow \infty: \quad f \sim (r^{\circ})^{-1} \quad (4.15)$$

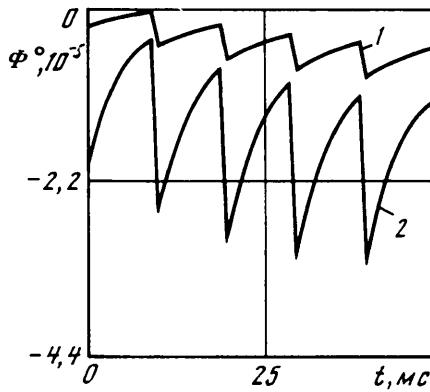
$$(r^{\circ 2} = x^{\circ 2} + y^{\circ 2} + z^{\circ 2})$$

Здесь a – один из характерных размеров зонда, Γ – совокупность безразмерных геометрических параметров, определяющих форму зонда. Функция f зависит также от безразмерных констант, которые входят в безразмерное уравнение для формы зонда. Поверхностный заряд Q_W представляется формулой

$$Q_W = \oint_{\Sigma} \sigma d\Sigma = -\oint_{\Sigma} \frac{\epsilon}{4\pi} \left(\frac{d\varphi}{dn} \right)_W = \epsilon a (\Phi - \varphi_{\infty}) \chi(\Gamma) \quad (4.16)$$

$$\chi(\Gamma) = -\oint_{\Sigma} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i^{\circ}} \right) n_i d\Sigma', \quad d\Sigma = a^2 d\Sigma' \quad (4.17)$$

Здесь n_i – косинусы угла между нормалью \mathbf{n} к зонду и осью x_i ; по индексам, встречающимся дважды, производится суммирование.



Фиг. 3. Расчетные зависимости сигнала зонда от времени: 1 – $y_0/a = 10$; 2 – $y_0/a = 5$

Подставляя (4.16), (4.17) в выражение (4.3), находим уравнение для потенциала зонда, которое отличается от уравнения для сферического зонда заменой величины a на $a\chi$. Если параметр $\delta = \epsilon Rv$ мал (v – характерная скорость заряженной компоненты в струе), то аналогично (4.13) находим

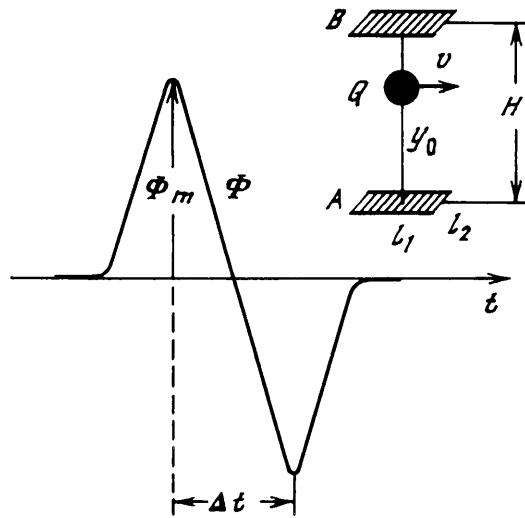
$$\Phi = \epsilon a R \chi(\Gamma) \frac{d\varphi_\infty}{dt} \quad (4.18)$$

Согласно (4.18), теория зонда сведена к определению потенциала φ_∞ и решению электростатической задачи о поле, создаваемом зондом произвольной геометрии при отсутствии в его окрестности заряженных частиц (из этого решения находится величина $\chi(\Gamma)$).

В качестве примера определения сигнала зонда рассмотрим ситуацию III, когда частицы с одинаковым зарядом Q появляются на срезе сопла через равные промежутки времени Δt и далее перемещаются со скоростью турбулентной струи. Так как скорость струи убывает вдоль ее оси от величины v_0 на срезе сопла до нуля на бесконечности, то расстояние между частицами вдоль струи уменьшается (см. фиг. 3). Зонд малого размера a установлен в плоскости среза сопла на расстоянии y_0 от оси струи. Результаты расчетов по формулам (3.2) и (4.13) при $v_0 = 20$ м/с, радиусе сопла 0,14 см, времени $\Delta t = 0,01$ с, $Rv_0\epsilon = 0,1$ приведены на фиг. 3, где представлены зависимости безразмерного потенциала $\Phi^\circ = a\epsilon\Phi/Q$. Кривым 1 и 2 соответствуют значения параметра y_0/a , равные 10 и 5. Используемые в расчете величины характерны для лабораторной турбулентной паровоздушной струи с коронным разрядом и крупными заряженными каплями (см. разд. 1).

Из фиг. 3 следует, что с увеличением расстояния зонда от струи величина регистрируемого зондом сигнала уменьшается. В связи с этим возникает вопрос о чувствительности зонда. Оценим с помощью фиг. 3 величину полезного сигнала $\Phi = Q\Phi^\circ/a\epsilon$ при указанных выше значениях параметров, размере зонда $a = 1$ см и расстоянии зонда от оси струи $y_0 = 5$ см. Заряд частицы Q , приобретаемый ею в генераторе капель, по порядку величины равен $3 r^2 E_*$ [10], где $r \approx 0,5$ мм – размер капель, $E_* \approx 10$ кВ/см – характерное поле зарядки капель. С помощью приведенных соотношений и данных на фиг. 3 находим, что полезный сигнал зонда оказывается порядка 1 мВ. Этот сигнал с помощью усилительной аппаратуры четко выделяется из шумового фона.

Оценим теперь величину полезного сигнала на зонде в случае реальной двигательной самолетной струи. Пусть в ней осуществляется сгустковый режим движения



Фиг. 4. Маятниковая система. A и B – зонды-антенны; $\Phi(t)$ – характерный сигнал на зонде при пролете заряженного шара (маятника) с зарядом Q и скоростью v

заряженных частиц с характерной частотой движения сгустков 200 Гц ($\Delta t = 0,005$ с) и током выноса из двигателя $I = 50$ мкА. Заряд сгустка $Q = I\Delta t$. Аппроксимируем в первом приближении сгусток точечным зарядом и воспользуемся формулой (4.12) для определения текущего потенциала Φ на зонде. Максимальное значение потенциала Φ_m при изменении положения заряда x_0 , согласно (4.12), равно

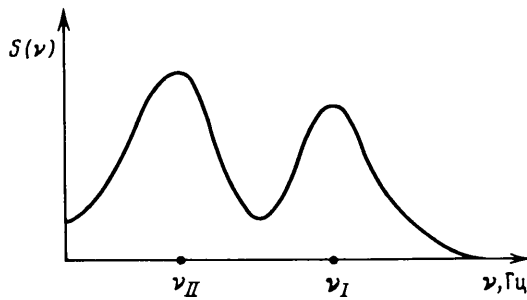
$$\Phi_m = \frac{2}{\sqrt{27}} \frac{aQRv}{y_0^2} \quad (4.19)$$

Полагая $a = 1$ см, $R = 1$ МОм, $v = 400$ м/с, $y_0 = 2$ м, из (4.19) получим $\Phi_m \approx 100$ мВ, что является весьма большой регистрируемой величиной. Заметим, однако, что с увеличением расстояния между зондом и траекторией сгустка регистрируемый зондом сигнал уменьшается обратно пропорционально квадрату этого расстояния.

Определим размеры рассматриваемых заряженных сгустков в двигательной самолетной струе, среднюю объемную концентрацию q электрического заряда в сгустках и среднюю концентрацию n элементарных зарядов. Продольный размер l сгустка по порядку величины равен $\beta v \Delta t$, где параметр $\beta < 1$ характеризует скважность процесса. Поперечный размер сгустка будем считать равным диаметру струи d . Принимая $d = 1$ м, $\beta = 0,1$, находим: $l = 0,2$ м, $q = 1,5 \cdot 10^{-6}$ Кл/м³, $n = 10^{13}$ см⁻³.

Развитая выше теория зонда справедлива при относительно малых размерах зонда. В практических же приложениях зонды-антенны могут иметь сложную конфигурацию и значительные размеры. Однако характер регистрируемых сигналов во многих случаях изменяется незначительно: соответствующие кривые имеют два ярко выраженных экстремума $\Phi = \pm \Phi_m$ с хорошо фиксируемым расстоянием Δt между ними. Для этих случаев, используя теорию подобия и размерности, можно получить следующие выражения:

$$\Phi_m = \frac{Q}{h\epsilon} F(Rv\epsilon, \Gamma), \quad \Delta t = \frac{h}{v} \Psi(Rv\epsilon, \Gamma) \quad (4.20)$$



Фиг. 5. Спектр мощности сигнала, регистрируемого зондом, установленным вне турбулентной струи, содержащей мелкие и крупные заряженные капли

Здесь Q – суммарный заряд сгустка, v – характерная скорость движения зарядов, h – один из размеров, характеризующих расстояние между зондом и сгустком, Γ – система безразмерных параметров, определяющих геометрию зонда, характерную геометрию сгустка и их характерное взаимное расположение. Функции F и Ψ должны также содержать безразмерные константы, входящие в математические выражения, которые описывают геометрическую форму зонда, конфигурацию сгустка, а также поле скоростей заряженных частиц.

Если параметр $\delta = Rv\epsilon$ мал, то можно провести разложение в ряд Тейлора функций F и Ψ по этому параметру. (При этом предполагается, что эти функции – аналитические.) Разложение функции F должно начинаться с члена порядка δ ; в противном случае, если бы существовал член порядка δ^0 , то при $\delta \rightarrow 0$ потенциал Φ_m не зависел бы от скорости, что физически невозможно. Разложение же функции Ψ должно начинаться с члена порядка δ^0 : если бы разложение начиналось с члена порядка δ , то первый член в формуле для Δt не зависел бы от скорости, что также противоречит физике явления. Таким образом, ограничиваясь главными членами разложений, из формул (4.20) получаем

$$\Phi_m = \frac{QRv}{h} F'(\Gamma), \quad \Delta t = \frac{h}{v} \Psi'(\Gamma) \quad (4.21)$$

Функции F' и Ψ' должны определяться экспериментально.

Для случая прямолинейного движения точечного заряда с постоянной скоростью, который описывается точным решением (4.12), величины Φ_m и Δt находятся точно и представляются в виде (4.19), где (если проводить аналогию с формулой (4.21)) $h = y_0$, $F' = (2\sqrt{27})a/y_0$ и $\Delta t = \sqrt{2} y_0/v$.

5. Экспериментальные исследования. На описанных в разд. 1 модельных установках с помощью зондов различных конструкций были найдены временные зависимости $\Phi(t)$, которые сопоставлялись с некоторыми теоретическими зависимостями, полученными в разд. 4. Так, была обнаружена хорошая корреляция между теоретическими результатами на фиг. 3 и экспериментальными данными для турбулентной паровоздушной струи с крупными каплями, показанной на фиг. 1, б (в частном случае, когда отсутствовал коронный разряд).

Были также проведены методические экспериментальные исследования на маятниковой системе (см. фиг. 4). Для регистрации переменного электрического поля использовался тонкий плоский зонд-антенна A с характерными размерами l_1 и l_2 . Форма типичного экспериментального сигнала на зонде показана на фиг. 4. Она качественно совпадает с формой сигнала на фиг. 2 и имеет два характерных параметра Φ_m и Δt . Согласно развитой выше общей теории, эти параметры представляются в

виде (4.21), где $h = y_0$, а комплекс Γ включает параметры l_1/l_2 , l_1/y_0 , b/l_2 (b – радиус заряженного металлического шара). Имея возможность варьировать в широких пределах все геометрические размерные величины и проводя эксперимент при некотором фиксированном значении величины QRu , можно было определить безразмерные функции F' и Ψ' .

Поставим теперь перед собой простейшую обратную задачу, состоящую в определении скорости v и заряда шара Q , а также его расстояния от зонда y_0 по фиксируемой в эксперименте временной зависимости $\Phi(t)$. Нетрудно видеть, что, используя формулы (4.21) с уже известными функциями F' и Ψ' , нельзя определить указанные три величины. (Возможно только определить отношения каких-либо двух из этих величин к третьей.) Для решения задачи необходимо использовать второй зонд B , отстоящий от первого на расстояние H . Тогда два соотношения для величин Φ_m для зондов A и B и какое-либо одно соотношение для величины Δt на одном из зондов позволяют решить поставленную задачу. (В этом случае функции F' и Ψ' для обоих зондов одинаковы, однако аргументы различны: для зонда A в систему Γ входит неизвестная величина $h = y_0$, а для зонда B – величина $h = H - y_0$. Решение существует, если $y_0 \neq H/2$.)

Конечно, наибольший интерес представляют исследования на модельной установке, показанной на фиг. 1, б (турбулентная струя, содержащая замороженные в поток и непрерывно по нему распределенные мелкие заряженные капли и крупные заряженные капли, создаваемые в генераторе капель). Спектр мощности $S(\nu)$ сигнала $\Phi(t)$ для такой экспериментальной ситуации показан на фиг. 5. Он имеет два максимума на частотах ν_I и ν_{II} . Частота ν_I совпадает с характерной частотой турбулентных пульсаций в струе и соответствует вкладу в величину $\Phi(t)$ пульсаций замороженных в поток мелких заряженных капель. Частота же ν_{II} близка к частоте следования крупных заряженных капель. Таким образом, анализ спектра регистрируемого зондом сигнала $\Phi(t)$ позволяет выявить в потоке движущиеся заряженные сгустки (частота ν_{II}) и непрерывно распределенную в потоке пульсирующую электрически заряженную мелкую дисперсную фазу (частота ν_I).

Заключение. Созданы электрогазодинамические лабораторные установки, позволяющие регистрировать в окружающем турбулентную струю пространстве нестационарные электрические поля, которые генерируются находящимися в струе заряженными частицами. Воспроизведены режимы с непрерывным распределением заряженных частиц (когда мелкие частицы заморожены в турбулентную струю и "отслеживают" турбулентные пульсации) и дискретные режимы, когда заряженные частицы движутся в виде отдельных сгустков.

С помощью электрогазодинамических оценок показано, что расположенный вблизи струи зонд-антенна не может регистрировать генерируемые струей электромагнитные волны вследствие не очень высокой их частоты $\omega < 10^4 - 10^5$ Гц и соответственно большой длины волны. Зонд регистрирует распространяющуюся с бесконечной скоростью электростатическую волну, когда электрические параметры в точке расположения зонда изменяются в соответствии с уравнением Пуассона, в котором правая часть – объемная плотность электрического заряда – является функцией времени.

Разработана теория зонда для регистрации переменных электрических полей и на ее основе найдены временные реализации сигнала зонда при различных распределениях заряда в струе.

Сформулирована и решена обратная задача, состоящая в определении скорости и заряда шара и его положения в пространстве (при прямолинейном движении шара с постоянной скоростью) на основе временных сигналов, регистрируемых двумя зондами.

Экспериментально определены спектры мощности регистрируемых зондом сигналов для турбулентной струи, содержащей непрерывно и дискретно распределенный элект-

рический заряд. Спектр имеет два максимума, соответствующих частоте турбулентных пульсаций в струе и частоте следования дискретных зарядов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 96-01-01450).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Couch R.P.* Detecting abnormal turbine engine deterioration using electrostatic methods // AIAA Paper. 1978. № 1473. 17 p.
2. *Ватажин А.Б., Грабовский В.И., Лихтер В.А., Шульгин В.И.* Электрогазодинамические течения. М.: Наука, 1983. 344 с.
3. Турбулентные струйные течения с конденсационными и электрофизическими эффектами // Тр. ЦИАМ. 1991. Вып. 1. № 1288. 172 с.
4. *Ватажин А.Б., Рушайло А.М.* Электростатический зонд для определения характеристик частиц в дисперсном потоке // Турбулентные струйные течения с конденсационными и электрофизическими эффектами. Тр. ЦИАМ, 1991. Вып. 1. № 1288. С. 22–47.
5. *Lawton J., Weinberg F.J.* Electrical aspects of combustion. Oxford: Claredon Press, 1969. 355 p.
6. *Ватажин А.Б., Валеев Р.С., Лихтер В.А. и др.* Исследование турбулентных паровоздушных струй при наличии конденсации и введении в поток посторонних частиц // Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 3. С. 53–61.
7. *Vatazhin A., Lebedev A., Likhter V. et al.* Turbulent air-steam jets with a condensed dispersed phase: theory, experiment, numerical modeling // J. Aerosol Sci. 1995. V. 26. № 1. P. 71–93.
8. *Капцов Н.А.* Коронный разряд и его применение в электрофильтрах. М.: Гостехиздат, 1947. 226 с.
9. *Миролюбов Н.Н., Костенко М.В., Левиштейн М.Л., Тиходеев Н.Н.* Методы расчета электростатических полей. М.: Высш. шк., 1963. 415 с.
10. *Верецагин И.П., Левитов В.И., Мирзабекян Г.З., Пашин М.М.* Основы электрогазодинамики дисперсных систем. М.: Энергия, 1974. 480 с.

Москва

Поступила в редакцию
18.VI.1996