

УДК 532.517.3

© 1997 г. Н.В. НИКИТИН

О ВОЗНИКНОВЕНИИ ТУРБУЛЕНТНЫХ ЦЕНТРОВ В ПРИСТЕННЫХ ТЕЧЕНИЯХ

Путем прямого численного моделирования течения в трубе кругового сечения изучаются условия возникновения и характер развития турбулентных центров – локализованных в пространстве областей с повышенной интенсивностью мелкомасштабных возмущений. Возникновению турбулентных центров предшествует образование полос ускоренного и замедленного течения, чередующихся в угловом направлении. Полосы формируются в пристенном слое под действием слабых движений в плоскости, перпендикулярной направлению потока. На внешней (по отношению к стенке) границе области замедления в профилях скорости возникают точки перегиба, в окрестности которых развиваются мелкомасштабные возмущения. Результаты вычислений сравниваются с экспериментальными данными. Делается вывод о едином механизме возникновения турбулентных центров в зоне перехода и поддержания турбулентности в развитых течениях.

Переход к турбулентности в пристенных течениях может происходить различными путями в зависимости от интенсивности начальных возмущений. При низком уровне возмущений в набегающем потоке определяющим фактором является устойчивость течения к малым возмущениям. Инкременты нарастания волн Толмина – Шлихтинга, измеренные в экспериментах в пограничном слое [1] и в плоском канале [2], согласуются с результатами линейной теории устойчивости. После усиления волн Толмина – Шлихтинга возникает вторичная неустойчивость, проявляющаяся в быстром росте трехмерных возмущений, ведущем к образованию турбулентности. Возбуждение трехмерности вследствие вторичной неустойчивости изучалось многими авторами как численно, так и экспериментально [3–5]. Результаты теоретических и экспериментальных исследований хорошо согласуются между собой.

Переход к турбулентности может происходить и в условиях устойчивости течения к малым возмущениям. Классическим примером является течение Пуазейля в трубе кругового сечения, устойчивое к малым возмущениям при всех числах Рейнольдса [6, 7]. Согласно [8], турбулентность в трубах может возникать при числах Рейнольдса $Re > 2700$ ($Re = 2U_m r_0 / \nu$, U_m – средняя скорость движения, r_0 – радиус трубы, ν – кинематический коэффициент вязкости жидкости). Переход происходит при превышении амплитудой возмущений на входе в трубу некоторого порогового уровня, который уменьшается с ростом числа Рейнольдса. В тех случаях, когда интенсивность входных возмущений не сильно превышает пороговую, переход начинается с образования локализованных турбулентных центров в пристенной области трубы. Сносясь потоком, турбулентные центры расширяются во всех направлениях, перекрывают сечение трубы и превращаются в турбулентные пробки. Протяженность пробок увеличивается со временем – скорость их переднего фронта больше скорости заднего. Полностью развитое турбулентное течение возникает на некотором расстоянии от входа, где все пробки сливаются в единую турбулентную область. Аналогичный сценарий перехода с образованием турбулентных центров наблюдался экспериментально в [9] и в численных расчетах [10].

Возникновение турбулентных центров в [8] объясняется линейной неустойчивостью пограничного слоя, развивающегося на стенке начального участка трубы. Существующие данные об устойчивости развивающегося течения в трубе свидетельствуют о неудовлетворительности такого объяснения. Проведенный в [11, 12] анализ показывает, что течение на начальном участке трубы действительно может быть неустойчивым к малым возмущениям, однако неустойчивость возникает только при очень больших числах Рейнольдса. Для критического числа Рейнольдса в [11, 12] получены значения $Re = 39560$ и 23400 соответственно.

В эксперименте [13] с помощью специальных устройств профиль скорости, близкий к параболическому, был создан непосредственно во входном сечении трубы. Зафиксирована возможность локального усиления пульсаций – интенсивность колебаний с одной стороны от оси трубы нарастала гораздо сильнее, чем с другой. Это явление объясняется неоднородностью распределения возмущений во входном сечении трубы. Возникновение турбулентных пятен под действием локализованных возмущений подробно изучалось многими авторами (см. обзор в [14]). Однако возникновение турбулентных центров не во всех случаях объясняется наличием концентрированных возмущений во входном потоке, так как они могут появляться на расстоянии в несколько десятков калибров от входа в трубу [8, 9].

Неоднородность пульсационного движения наблюдается и в развитых пристенных турбулентных течениях. Коэффициенты эксцесса колебаний нормальной и боковой компоненты скорости вблизи стенки имеют очень большие значения [15, 16]. Это свидетельствует о перемежающемся характере течения – слабые колебания чередуются с более мощными. Экспериментально установлено, что большая часть кинетической энергии турбулентных пульсаций производится в процессе так называемых "турбулентных всплесков", когда частицы жидкости из пристенной области выплескиваются во внешние слои потока. Турбулентные всплески возникают в случайные моменты времени в случайных точках потока и связаны с образованием и разрушением вытянутых вдоль стенки полос ускоренного и замедленного движения [17–19].

Образование вытянутых вдоль потока полос ускоренного и замедленного движения является специфическим свойством трехмерных возмущений в течениях с градиентом скорости. При отсутствии вязкости любое параллельное течение со сдвигом алгебраически неустойчиво к возмущениям, не зависящим от продольной координаты [20]. Поясним это на примере течения с профилем скорости $U(y)$, направленной вдоль координаты x . В декартовых координатах линеаризованные уравнения Эйлера для возмущений, зависящих от y, z и не зависящих от x , имеют вид

$$\frac{\partial u}{\partial t} + vU'(y) = 0$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial y}, \quad \frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial z}, \quad \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

Эта система уравнений имеет решение

$$v(y, z) = \frac{\partial \psi(y, z)}{\partial z}, \quad w(y, z) = -\frac{\partial \psi(y, z)}{\partial y}, \quad u(y, z, t) = u_0(y, z) - vU'(y)t$$

где $\psi(y, z)$ и $u_0(y, z)$ – произвольные функции. Таким образом, независимо от начальной интенсивности возмущения продольной компоненты скорости u_0 наличие в потоке движения в плоскости, перпендикулярной основному течению, ведет к линейному во времени росту возмущения u , искажающему профиль скорости в боковом направлении. В вязком случае при больших числах Рейнольдса и малых продольных волновых числах декременты затухания возмущений очень малы, в результате даже на фоне затухающих продольных вихрей (движений в плоскости (y, z) , соответствующих функции тока ψ) возмущение продольной компоненты скорости может достигать

значительной величины. Суммарная скорость течения $U + u$, зависящая от u и z и слабо меняющаяся в направлении x , имеет точки перегиба в направлении z , могут появляться точки перегиба и в направлении y . Это делает вероятной неустойчивость течения, причем неустойчивость невязкой природы, обладающей гораздо большими инкрементами нарастания, чем инкременты нарастания волн Толмина – Шлихтинга.

Определяющее значение продольных вихрей и искажения профиля скорости в угловом направлении в процессе возникновения турбулентности в трубах подчеркивается в [10, 21]. Важность неоднородности скорости в направлении размаха на начальных этапах развития турбулентных пятен в пограничном слое отмечается в [22]. В настоящей работе на примере прямого численного моделирования течения в трубе кругового сечения делается попытка объяснения возникновения турбулентных центров на этапе перехода и способа поддержания турбулентности в развитом течении с позиций единого механизма. Основными его элементами являются циклическое возникновение вытянутых вдоль потока вихрей небольшой интенсивности, деформация профиля скорости, возбуждение коротковолновых пульсаций в результате неустойчивости и генерация новых продольных вихрей на разностных частотах турбулентных пульсаций.

1. Постановка и метод решения задачи. Течение в трубе кругового сечения описывается уравнениями Навье – Стокса для несжимаемой жидкости. На стенке трубы ставятся условия прилипания, вдоль трубы – условия периодичности. Приближенное решение отыскивается в виде ряда Фурье

$$\mathbf{V}(t, x, r, \theta) = \sum_{|k| < K} \sum_{|n| < N} \mathbf{V}^{k,n}(t, r) \exp[i(k\alpha x + n\theta)] \quad (1.1)$$

Здесь \mathbf{V} – вектор скорости, его проекции на оси цилиндрической системы координат x, r, θ обозначаются через u, v, w соответственно; $\mathbf{V}^{k,n} = (u^{k,n}, v^{k,n}, w^{k,n})$; $\alpha = 2\pi / X_0$, X_0 – период течения в осевом направлении. В радиальном направлении применяется конечно-разностная аппроксимация по методу [23], интегрирование по времени ведется с помощью полуявной схемы [16]. Точность аппроксимации уравнений характеризуется пространственным разрешением $L = (2K - 1) \times M \times (2N - 1)$, где M – число узлов радиальной сетки.

В дальнейшем изложении все величины представлены в безразмерном виде. За масштаб длины выбран радиус трубы r_0 , за масштаб скорости – максимальная скорость невозмущенного течения Пуазейля $U_0 = 2U_m$, U_m – средняя скорость движения. Вычисления проводились при числе Рейнольдса $Re = U_0 r_0 / \nu = 4000$. Уравнения интегрировались по времени с условием постоянства расхода. Начальное поле скорости представлялось в виде суммы течения Пуазейля

$$u^{0,0} = 1 - r^2$$

и возмущения, которое в большинстве расчетов задавалось следующим образом:

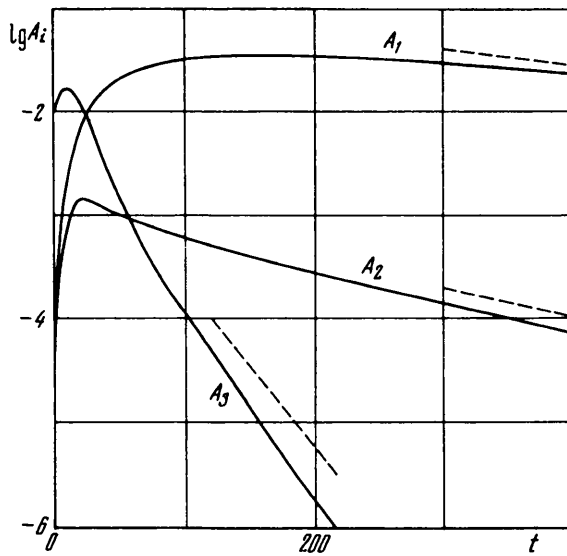
$$v^{k,n} = \epsilon r^{|n|-1} (1 - r^2)^2 (a_1^{k,n} + r^2 a_2^{k,n}), \quad |n| \leq 2, \quad k = 1, 2 \quad (1.2)$$

$$\eta^{k,n} = \epsilon r^{|n|-1} (1 - r^2) (a_3^{k,n} + r^2 a_4^{k,n}), \quad |n| \leq 2, \quad k = 1, 2$$

Здесь η – радиальная компонента завихренности, $a_i^{k,n}$ – случайные комплексные числа, ϵ – нормирующий множитель, задающий интенсивность начального возмущения. Значения фурье-амплитуд при отрицательных значениях индекса k определяются из условия сопряженной симметричности

$$v^{-k,-n} = \overline{v^{k,n}}, \quad \eta^{-k,-n} = \overline{\eta^{k,n}}$$

Осевая и азимутальная компоненты скорости находятся из уравнения неразрывности и определения η .



Фиг. 1. Зависимость от времени амплитуд трех видов возмущений (2.1) при начальном условии $A_3(0) = 0.01$. Штриховые линии – затухание в соответствии с линейной теорией: $A_i \sim e^{-\sigma_i t}$

2. Генерация длинных волн. Рассмотрим эволюцию течения при начальном возмущении (1.2). Продольный период X_0 выберем небольшим, чтобы декременты затухания собственных колебаний с длиной волны X_0 были много больше декрементов для возмущений, не зависящих от x . В этом случае длинные волны, которые могут возникать в экспериментальных условиях, моделируются слагаемыми суммы (1.1), имеющими индекс $k = 0$. Будем называть их боковыми возмущениями, поскольку они не зависят от продольной координаты. Среди боковых возмущений выделим два кинематически независимых типа. К первому отнесем возмущения продольной компоненты скорости и будем называть их боковым искажением течения. Второй тип боковых возмущений – возмущения с вектором скорости, перпендикулярным скорости основного потока. Такие движения однозначно определяются по осевой компоненте завихренности, поэтому назовем их продольными вихрями. Составляющие поля возмущений, зависящие от x , отнесем к третьему типу и будем называть пространственными возмущениями. К боковым возмущениям относятся слагаемые (1.1) при $n \neq 0$, т.е. меняющиеся в угловом направлении. Слагаемое $u^{0,0}(t, r) = U$ назовем профилем скорости среднего течения или, проще, профилем средней скорости. Таким образом, все поле скорости представляется в виде суммы

$$\begin{pmatrix} u(t, x, r, \theta) \\ v(t, x, r, \theta) \\ w(t, x, r, \theta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U(t, r) \\ 0 \\ w^{0,0}(t, r) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_1(t, r, \theta) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ v_2(t, r, \theta) \\ w_2(t, r, \theta) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_3(t, x, r, \theta) \\ v_3(t, x, r, \theta) \\ w_3(t, x, r, \theta) \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Азимутальная компонента скорости среднего течения $w^{0,0}$, появляющаяся при $t > 0$, имеет очень незначительную величину. Вероятно, она не играет какой-либо заметной роли в динамике течения.

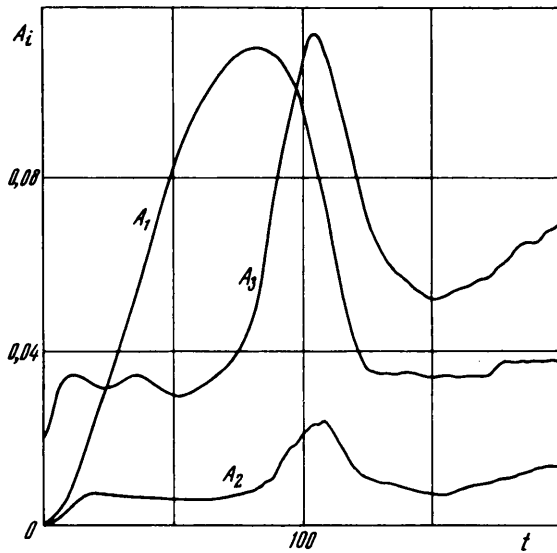
При $X_0 = 2\pi$ ($\alpha = 1$) наименее затухающая пространственная мода имеет декремент $\sigma_3 = 0,036$ (т.е. затухает со временем пропорционально $e^{-\sigma_3 t}$). Наименьшие декременты затухания продольных вихрей и боковых искажений течения равны соот-

ветственно $\sigma_2 = 0,0066$ и $\sigma_1 = 0,0037$, т.е. существенно меньше σ_3 . На фиг. 1 изображены графики изменения со временем интегральных амплитуд трех составляющих возмущения A_1, A_2, A_3 (A_i отвечает i -му типу возмущений по классификации (2.1)) при начальной амплитуде $A_3 = 0,01$. Как видно из (1.2), начальное возмущение такого вида содержит только пространственную составляющую, поэтому в начальный момент времени $A_1 = A_2 = 0$. Под интегральной амплитудой понимается среднеквадратичная величина модуля скорости по всей области движения. Расчет проведен с пространственным разрешением $L = 11 \times 32 \times 21$. В рассматриваемом случае этого вполне достаточно, поскольку мелкомасштабные составляющие, возникающие при $t > 0$, имеют пренебрежимо малые амплитуды. Штриховые линии вдоль соответствующих кривых на фиг. 1 показывают асимптотическое затухание возмущений в соответствии с линейной теорией устойчивости $A_i \sim e^{-\sigma_i t}$. После непродолжительного периода начальной перестройки пространственные возмущения затухают со скоростью, приближающейся при больших t к $e^{-\sigma_3 t}$. Нелинейное взаимодействие пространственных возмущений порождает продольные вихри, максимальная амплитуда которых достигается при $t \approx 20$. После этого продольные вихри медленно диссипируют в соответствии с законом $e^{-\sigma_2 t}$.

Возникновение движений в плоскости поперечного сечения трубы даже при небольшой амплитуде вызывает заметное боковое искажение течения. Динамика этой составляющей движения определяется членом $-v_2 \partial U / \partial r$ в правой части уравнений Навье – Стокса. В областях с положительной радиальной скоростью v_2 жидкость из приосевой области трубы, обладающая высоким импульсом, переносится к стенке, вызывая местное повышение скорости. И наоборот, в областях отрицательных значений v_2 возникает замедление течения. Рост бокового искажения скорости продолжается до $t \approx 150$. Только в этот момент, когда амплитуда продольных вихрей A_2 уже на два порядка меньше A_1 , вязкая диссипация скорости u_1 начинает доминировать и A_1 прекращает свой рост, постепенно приближаясь к закону $A_1 \sim e^{-\sigma_1 t}$. Таким образом, видно, что боковое искажение течения очень восприимчиво к продольным вихрям. В момент наибольшего искажения течения $t = 150$ максимум $|u_1|$ равен 0,08 и достигается при $r = 0,55$. Это составляет 11% местной скорости среднего течения, тогда как значение $|v_2|$ в этих областях не превышает 0,05%. Попытки экспериментального подтверждения связи бокового искажения скорости в турбулентных потоках с вытянутыми вдоль потока вихрями предпринимались многими авторами. В настоящее время имеются лишь косвенные данные, подтверждающие наличие такой связи [24]. Последнее наблюдение о соотношении амплитуд продольных вихрей и вызываемых ими искажений скорости объясняет трудность экспериментального обнаружения продольных вихрей в развитых турбулентных течениях.

В окрестности точки максимума A_2 , когда амплитуда продольных вихрей меняется слабо, A_1 растет практически линейно. Распределение $u_1(r, \theta)$ при этом по всему сечению трубы пропорционально $-v_2 \partial U / \partial r$, что подтверждает определяющую роль продольных вихрей и незначительность влияния пространственных возмущений на динамику бокового искажения скорости.

3. Неустойчивость течения с боковым искажением скорости. Начальная амплитуда $A_3(0) = 0,01$ близка к пороговой. При меньших ее значениях характер эволюции всех трех амплитуд практически не отличается от описанного в разд. 2. Значения $A_3(t)$ пропорциональны $A_3(0)$, а значения $A_1(t)$ и $A_2(t)$ пропорциональны $A_3^2(0)$. Последнее объясняется тем, что боковые возмущения возникают в результате нелинейного взаимодействия пространственных. Близость функций $A_3(t)/A_3(0)$ при различных $A_3(0) < 0,01$ свидетельствует о том, что обратное влияние боковых возмущений на пространственные в этом диапазоне амплитуд несущественно.



Фиг. 2. Зависимость от времени амплитуд трех видов возмущений (2.1) при начальном условии $A_3(0) = 0,02$

Изменения поведения $A_3(t)$ начинают проявляться при увеличении начальной амплитуды. После прохождения начального этапа скорость затухания $A_3(t)$ становится все меньше и меньше и начиная с $A_3(0) = 0,018$ затухание $A_3(t)$ сменяется ростом. Графики функций $A_1(t)$, $A_2(t)$, $A_3(t)$ при начальном условии $A_3(0) = 0,02$ изображены на фиг. 2. Этот расчет выполнен с более подробным пространственным разрешением $L = 31 \times 64 \times 31$. Как и при меньших начальных амплитудах, рост $A_1(t)$ при $t > 10$ близок к линейному и происходит на фоне почти постоянной A_2 . После достижения A_1 значения $0,08$ (при этом $\max|u_1|$ составляет около $15\% U_0$) начинается рост амплитуды A_3 . Увеличение энергии пространственных возмущений происходит за счет притока от возмущения u_1 . Рост последнего замедляется, а затем сменяется затуханием. Нарастание A_3 заканчивается примерно при той же величине бокового искажения скорости $A_1 \approx 0,08$, при которой это нарастание начиналось. Часть энергии от пространственных возмущений передается к продольным вихрям – рост и затухание A_2 происходит синфазно с A_3 .

С началом нарастания пространственных возмущений профиль скорости среднего течения начинает заметно отклоняться от параболического. В момент наивысшей интенсивности возмущений скорость на оси трубы падает до $0,6$, трение на стенке увеличивается в $3,5$ раза. В дальнейшем амплитуды всех составляющих возмущений несколько уменьшаются, течение постепенно выходит на режим развитой турбулентности, статистические характеристики которой хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Сценарий перехода к турбулентности, описанный на примере развития возмущений (1.2), наблюдается и при возмущениях другой формы, в тех случаях, когда их начальная амплитуда не сильно превышает пороговое значение. Основным фактором, ведущим к росту пульсаций, является боковое искажение течения, возбуждаемое продольными вихрями. В рассмотренных примерах боковое искажение, достаточное для перехода, возникало тогда, когда A_2 превышало $\sim 0,005$. Поскольку в начальном распределении (1.2) продольные вихри отсутствовали, для их генерации требовались пространственные возмущения большей амплитуды. Пороговое значение суммарной начальной амплитуды возмущений понижается, когда начальные возмущения содер-

жат продольные вихри. Отсюда следует важный вывод о восприимчивости течения к внешним возмущениям. В качестве показателя уровня турбулентности во входном потоке экспериментаторы обычно используют максимальное или среднеквадратичное значение продольных пульсаций скорости. Из приведенных рассуждений можно заключить, что не менее важным при исследовании перехода к турбулентности является уровень нормальных к потоку возмущений, особенно в низкочастотной части спектра.

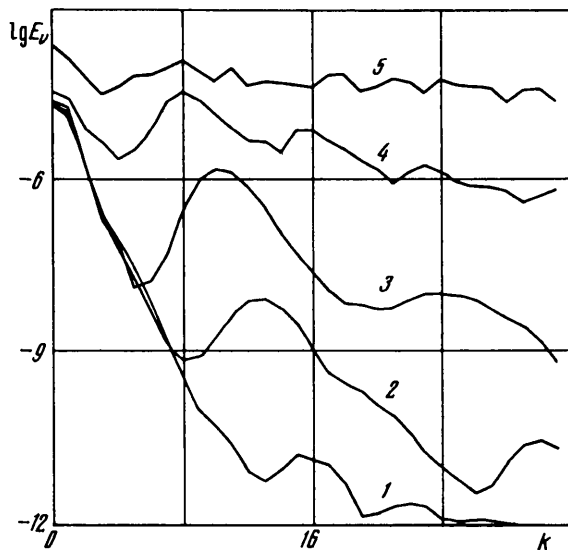
4. Возникновение и эволюция турбулентных центров. Анализ распределений пространственных возмущений, растущих на фоне бокового искажения течения, показывает, что их возбуждение происходит неравномерно по сечению трубы. На всей фазе роста пространственных возмущений можно отчетливо выделить область в плоскости (r, θ) , интенсивность пульсаций в которой значительно превышает средний уровень. Эта область расширяется со временем и в момент наивысшей интенсивности пульсаций перекрывает все сечение трубы. Ранее такое поведение течения на переходном этапе было описано в [10]. Небольшая протяженность расчетной области, использовавшаяся в расчетах предыдущих разделов, не позволяет исследовать изменение течения в осевом направлении. Для более детального изучения условий возникновения и закономерностей развития центров турбулизации были проведены расчеты с большим периодом течения в осевом направлении $X_0 = 20$ ($\alpha = \pi/10$). В данном разделе приводятся результаты расчета, проведенного при пространственном разрешении $L = 63 \times 64 \times 43$ и начальном возмущении (1.2) с амплитудой 0,02.

Как и в расчетах с небольшим периодом X_0 , на начальном этапе развития формируется течение, содержащее только длинноволновые составляющие в продольном направлении с заметными неоднородностями в угловом направлении. Начиная с момента времени $t \sim 60$, когда максимальная амплитуда углового изменения продольной компоненты скорости достигает значения около 25% скорости на оси трубы, возбуждаются коротковолновые возмущения. Впервые они становятся заметными при $r \approx 0,6$, где амплитуда углового искажения скорости максимальна. Возбуждение коротковолновых возмущений наиболее отчетливо проявляется в одномерных спектрах мощности

$$E_f(k;t,r) = \sum_{|n| < N} |f^{k,n}(t,r)|^2$$

где f обозначает возмущение одной из компонент скорости u , v или w . На фиг. 3 изображены спектры $E_v(k)$, вычисленные для $r = 0,6$ в различные моменты времени от $t = 60$ до $t = 100$. Характер поведения спектров E_w близок к изображенным, спектры продольных пульсаций E_u отличаются существенно большей энергией (примерно на 3 порядка) самых длинных волн $k \leq 3$. В момент времени $t = 60$ интенсивность возмущений быстро уменьшается с ростом волнового числа $k\alpha$, падение энергии старших гармоник составляет 7–8 порядков для радиальной и азимутальной компонент скорости и почти 10 порядков для осевой компоненты. Однако уже в этот момент в спектрах E_v и E_w проявляется зарождение коротковолнового пакета с максимумом интенсивности в районе $k\alpha = 5$, что отвечает длинам волн чуть больше одного радиуса трубы. С течением времени интенсивность коротковолновых возмущений возрастает. До $t = 90$ диапазон волновых чисел возбужденного пакета ясно выделен. После этого выделенная длина волны пропадает. К моменту времени $t = 100$ амплитуда самых коротких волн, учитываемых в расчете, становится сравнимой с амплитудой длинных волн. Падение энергии старших гармоник для v - и w -компонент скорости в этот момент не превышает одного порядка, что свидетельствует о недостаточности пространственного разрешения. Несколько неожиданным является увеличение со временем основной длины волны пакета – локальный максимум в спектрах мощности смещается в область длинных волн.

Форма спектров мощности, представленных на фиг. 3, с отчетливо выраженными диапазонами возбужденных коротковолновых возмущений, позволяет в каждый момент



Фиг. 3. Одномерные пространственные спектры колебаний радиальной компоненты скорости в различные моменты времени: 1 - $t = 60$, 2 - 70, 3 - 80, 4 - 90, 5 - 100

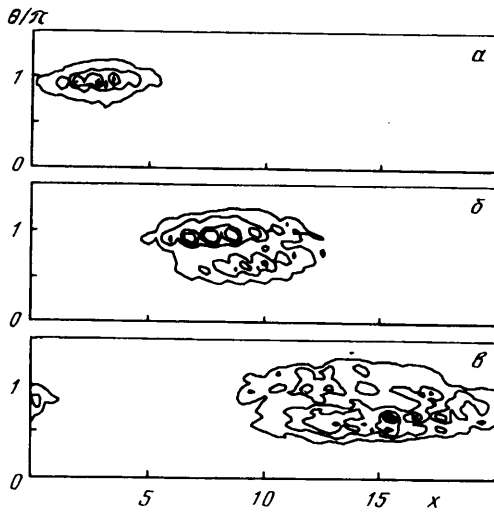
времени провести разбиение течения на сумму длинноволновой и коротковолновой составляющей. Длинноволновым назовем течение с вектором скорости \mathbf{V}_L в виде части суммы (1.1), включающей слагаемые с небольшими продольными волновыми номерами $|k| < k_0$, где $k_0 = k_0(t)$ - номер гармоники, начиная с которой наблюдается характерный рост энергии в спектре E_v . Сумма слагаемых (1.1) при $|k| \geq k_0$ представляет коротковолновую составляющую движения \mathbf{V}_S . В соответствии с принятым критерием $k_0(t)$ имеет следующие значения: $k_0(60) = 14$, $k_0(70) = 9$, $k_0(80) = 6$, $k_0(90) = 5$, $k_0(100) = 4$.

С целью визуализации движения введем амплитуды коротковолновых пульсаций, осредненных по одному из трех пространственных направлений

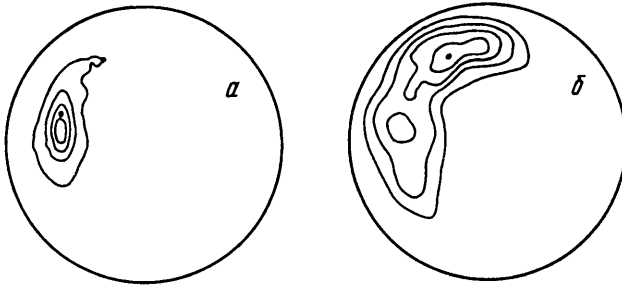
$$A_r(t, x, \theta) = \left(\int_0^1 |\mathbf{V}_S|^2 r dr \right)^{1/2}$$

$$A_x(t, r, \theta) = \left(\frac{1}{X_0} \int_0^{X_0} |\mathbf{V}_S|^2 dx \right)^{1/2}$$

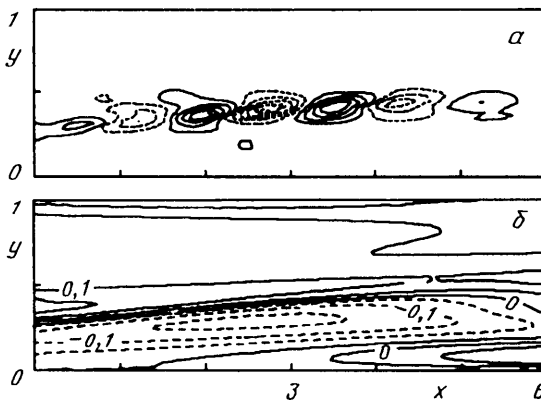
Линии уровня амплитуды A_r в плоскости (x, θ) в моменты времени $t = 70, 80$ и 90 изображены на фиг. 4, а, б и в соответственно. На фигурах разница амплитуд между соседними уровнями Δ_A увеличивается со временем и составляет 0,0005 при $t = 70$; 0,005 при $t = 80$ и 0,02 при $t = 90$. Самому внешнему уровню на каждом рисунке соответствует $A_r = \Delta_A$. Линии уровня амплитуды A_x в плоскости (r, θ) в моменты $t = 70$ и 90 с теми же приращениями амплитуды между уровнями, что и на фиг. 4, а, в, приведены на фиг. 5, а, б. Приведенные графики отчетливо показывают, что область коротковолнового движения имеет форму локализованного в пространстве центра, который уместно назвать турбулентным центром или, что более точно, центром турбулизации течения. Интенсивность мелкомасштабных пульсаций внутри центра в каждый момент времени более чем на порядок превышает интенсивность пульсаций в окружающей области. С течением времени центр турбулизации расширяется во всех



Фиг. 4. Линии уровня осредненной по r интенсивности коротковолновых пульсаций: $a - t = 70$, $b - 80$, $v - 90$



Фиг. 5. Линии уровня осредненной по x интенсивности коротковолновых пульсаций: $a - t = 70$, $b - 90$



Фиг. 6. Линии уровня возмущений осевой скорости на отрезке $x \in [0, 6]$ в плоскости $\theta/\pi = 0,95$, $t = 70$: a – коротковолновая составляющая, b – длинноволновая составляющая

направлениях, уровень возмущений внутри него повышается, в том числе и за счет роста возмущений с самыми мелкими масштабами.

Наиболее быстрое расширение центра турбулизации происходит в осевом направлении. Скорости перемещения его переднего и заднего фронта на отрезке времени от $t = 70$ до $t = 90$ составляют примерно 0,8 и 0,4. Эти значения согласуются со скоростями границ турбулентных пробок, приведенных в [8]. На фиг. 6, *a* изображены линии уровня осевой компоненты скорости коротковолнового движения $u_S = u_S(x, y = 1 - r)$ на отрезке $x \in [0, 6]$ в сечении $\theta/\pi = 0,95$ ($t = 70$), где, согласно фиг. 4, *a*, интенсивность коротковолнового движения максимальна. Положительным значениям $u_S(x, y)$ соответствуют сплошные линии, а отрицательным – штриховые. Линия в плоскости (x, y) , вдоль которой сосредоточены коротковолновые пульсации, расположена под небольшим углом к стенке, причем передний фронт центра турбулизации находится на большем расстоянии от стенки, чем задний: $y \approx 0,45$ и $y \approx 0,3$ соответственно. Этим может объясняться разница скоростей переднего и заднего фронта, если предположить, что вихри, составляющие турбулентный центр, сносятся вдоль трубы с местной скоростью среднего течения. Смещение локальных максимумов в спектрах мощности в сторону длинных волн также может объясняться продольным растяжением вихрей за счет градиента средней скорости.

Интересно попытаться установить связь между расположением турбулентного центра и распределением скорости в длинноволновой составляющей движения. На фиг. 6, *б* изображены линии уровня длинноволнового возмущения скорости $u_L - U$ на отрезке $x \in [0, 6]$ в плоскости $\theta/\pi = 0,95$ и момент времени $t = 70$. Области замедленного и ускоренного движения в рассматриваемой плоскости следуют друг за другом, располагаясь под небольшим углом к стенке. Область ускорения, отходя от стенки, уступает свое место области замедления. Сравнение фиг. 6, *a* и *б* показывает, что коротковолновые возмущения сосредоточены вдоль внешней (по отношению к стенке трубы) границы полосы замедленного движения, где замедление течения сменяется ускорением. Профили скорости $u_L(r)$ в области расположения турбулентного центра имеют точки перегиба. При каждом x коротковолновые пульсации возникают в точке наибольшего градиента скорости.

В [19] приведено следующее описание картины образования турбулентных всплесков, в процессе которых производится большая доля энергии пульсаций: "ручьи замедленного движения, медленно поднимаясь над стенкой, начинают осциллировать в боковом и нормальном направлениях и выплескиваются во внешние слои, хаотически перемешиваясь с быстрыми частицами внешнего потока". Это описание качественно соответствует условиям возникновения центров турбулизации, полученным в настоящей работе, что позволяет высказать предположение о едином механизме образования турбулентных центров в зоне перехода и поддержания турбулентности в развитых течениях.

Заключение. Сравнение результатов вычислений с экспериментальными наблюдениями позволяют заключить, что расчеты правильно воспроизводят основные качественные черты образования и развития турбулентных центров в пристенных течениях. В рассмотренных случаях определяющим условием возникновения центров турбулизации является длинноволновая неоднородность течения, а не наличие концентрированных возмущений в начальном потоке. Неоднородность течения, наиболее ярко проявляющаяся в чередующихся в боковом направлении полосах замедленного и ускоренного движения, связана с наличием в потоке слабых продольных вихрей – движений с вектором скорости, перпендикулярным направлению основного течения. Восприимчивость течения к продольным вихрям очень высокая, боковое искажение осевой компоненты скорости может на два порядка и более превышать амплитуду продольных вихрей. Это объясняет практическую трудность экспериментального подтверждения связи боковых искажений течения с наличием продольных вихрей. В развитом турбулентном потоке продольные вихри могут возникать в результате

нелинейного взаимодействия пульсаций на разностных частотах. На начальном участке экспериментальной установки могут быть существенными и входные возмущения, содержащие движения такой формы. Отсюда следует важность такой характеристики входного потока, как уровень низкочастотных колебаний, нормальных к направлению движения.

Области ускоренного и замедленного движения располагаются не строго параллельно стенке, а под некоторым небольшим углом к ней. Отходя от стенки, область ускорения уступает место области замедления. При таком их расположении в профиле скорости возникает точка перегиба, в окрестности которой развиваются мелко-масштабные возмущения, принимающие форму локализованного в пространстве центра. Сносясь потоком, центр турбулизации расширяется во всех пространственных направлениях, интенсивность пульсаций внутри него быстро нарастает. Скорость распространения переднего фронта составляет около $1,6U_m$, а заднего – $0,8U_m$ (U_m – средняя скорость течения), что совпадает со скоростями границ турбулентных пробок, измеренных в эксперименте [8]. Большая разница приведенных скоростей частично может объясняться тем, что передняя кромка турбулентного центра расположена на большем расстоянии от стенки, в области большей скорости потока, чем задняя.

Полученные результаты качественно и количественно соответствуют имеющимся экспериментальным данным по возникновению турбулентных пробок в трубах и генерации турбулентных пульсаций в развитых пристенных турбулентных течениях. Это позволяет сделать вывод о том, что в основе обоих этих явлений лежит единый механизм. Основным элементом этого механизма является длинноволновое искажение течения и возникновение мелкомасштабной неустойчивости на локальных неоднородностях потока.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 94-01-00856).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Klebanoff P.S., Tidstrom K.D., Sargent L.M. The three-dimensional nature of boundary-layer instability // J. Fluid. Mech. 1962. V. 2. Pt 1. P. 1–34.
2. Nishioka N., Iida S., Ichikawa Y. An experimental investigation of the stability of plane Poiseuille flow // J. Fluid Mech. 1975. V. 72. Pt. 4. P. 731–751.
3. Herbert T. Secondary instability of boundary layers // Annu. Rev. Fluid Mech. 1988. V. 20. P. 487–526.
4. Orszag S.A., Patera A.T. Secondary instability of wall-bounded shear flows // J. Fluid Mech. 1983. V. 128. P. 347–385.
5. Качанов Ю.С., Козлов В.В., Левченко В.Я. Возникновение турбулентности в пограничном слое. Новосибирск: Наука, 1982. 151 с.
6. Salwen H., Grosch C.E. The stability of Poiseuille flow in a pipe of circular cross-section // J. Fluid Mech. 1972. V. 54. Pt 1. P. 93–112.
7. Вильгельми Т.А., Гольдштик М.А., Сапожников В.А. Устойчивость течения в круглой трубе // Изв. АН СССР. МЖГ. 1973. № 1. С. 20–24.
8. Wignanski I.J., Champagne F.H. On transition in a pipe. Pt 1. The origin of puffs and slugs and the flow in a turbulent slug // J. Fluid Mech. 1973. V. 59. Pt 2. P. 281–335.
9. Филиппов В.М. Экспериментальное исследование возникновения и развития турбулентности в трубах и каналах // Тр. ЦАГИ. 1980. Вып. 2042. 80 с.
10. Никитин И.В. Прямое численное моделирование трехмерных турбулентных течений в трубах кругового сечения // Изв. РАН. МЖГ. 1994. № 6. С. 14–26.
11. Huang L.M., Chen T.S. Stability of developing pipe flow subjected to non-axisymmetric disturbances // J. Fluid Mech. 1974. V. 63. Pt 1. P. 183–193.
12. Garg V.K. Stability of developing flow in a pipe: non-axisymmetric disturbances // J. Fluid Mech. 1981. V. 110. P. 209–216.

13. Коляда В.В., Павельев А.А. Влияние профиля скорости на входе в круглую трубу на переход к турбулентности // Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 4. С. 166–169.
14. Henningson D.S., Kim J. On turbulent spots in plane Poiseuille flow // J. Fluid Mech. 1991. V. 228. P. 183–205.
15. Kim J., Moin P., Moser R. Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number // J. Fluid Mech. 1987. V. 177. P. 133–166.
16. Никитин Н.В. Статистические характеристики пристенной турбулентности // Изв. АН. МЖГ. 1996. № 3. С. 32–43.
17. Kline S.J., Reynolds W.C., Schraub F.A., Runstadler P.W. The structure of turbulent boundary layers // J. Fluid Mech. 1967. V. 30, Pt 4. P. 741–773.
18. Corino E.R., Brodkey R.S. A visual investigation of the wall region turbulent flow // J. Fluid Mech. 1969. V. 37, Pt 1. P. 1–30.
19. Kim H.T., Kline S.J., Reynolds W.G. The production of turbulence near a smooth wall in a turbulent boundary layer // J. Fluid Mech. 1971. V. 50, Pt 1. P. 133–160.
20. Landahl M.T. A note on an algebraic instability of inviscid parallel shear flows // J. Fluid Mech. 1980. V. 98, Pt. 2. P. 243–251.
21. Никитин Н.В. Пространственный подход к численному моделированию турбулентности в трубах // Докл. РАН. 1995. Т. 343. № 6. С. 767–770.
22. Chambers F.W., Thomas A.S.W. Turbulent spots, wave packets, and growth // Phys. Fluids 1983. V. 26. № 5. P. 1160–1162.
23. Никитин Н.В. Спектрально-конечно-разностный метод расчета турбулентных течений несжимаемой жидкости в трубах и каналах // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1994. Т. 34. № 6. С. 909–925.
24. Blackwelder R.F., Eckelmann H. Streamwise vortices associated with the bursting phenomenon // J. Fluid Mech. 1979. V. 94, Pt 3. P. 577–594.

Москва

Поступила в редакцию
22.XII.1995