

УДК 532.516:532.528

© 1997 г. Э.Л. АМРОМИН

ПРИБЛИЖЕННОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧИСЕЛ ВОЗНИКНОВЕНИЯ КАВИТАЦИИ В ТУРБУЛЕНТНОМ ОТРЫВЕ ЗА УСТУПОМ

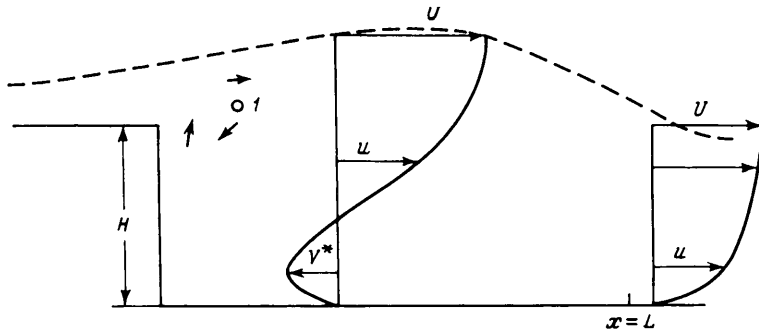
Предложен метод вычисления числа возникновения кавитации в вихрях, находящихся в отрывной зоне за уступом. Расчет течения в ней основан на использовании интегральных соотношений для вязкого потока в рамках теории вязко-невязкого взаимодействия. Приводятся сопоставления расчетов плоских и осесимметричных течений с известными экспериментами.

Число возникновения кавитации σ_i , описывающее условия появления каверн на телах или вблизи них, для тел с плавными очертаниями отслеживает минимум безразмерного коэффициента давления C_p в отсутствие кавитации. При небольшом газосодержании жидкости значение σ_i для таких тел не превосходит $-\min\{C_p\}$, зависящего в свою очередь от числа Рейнольдса Re [1, 2], а каверны возникают в виде расположенных непосредственно на поверхности тела полостей или пузырей. Удовлетворительные методы вычисления σ_i для таких тел были разработаны в [3, 4] с использованием приближенной теории вязкого отрыва [5].

Однако эти методы оказались неудовлетворительными для анализа кавитации уступов, σ_i которых гораздо больше упомянутого минимума, причем возникающие за ними каверны не присоединены к поверхности тел. Общепринято, что такие каверны располагаются в сходящих с уступа или другого подобного препятствия вихрях. Поэтому расчет кавитационного течения в отрывной зоне за уступом потребовал не только вычисления давления внутри этой зоны, но и оценки размеров и интенсивности таких вихрей. Здесь для определения давления используются концепция вязко-невязкого взаимодействия и интегральные соотношения для вязкого слоя, возможности которых возросли благодаря появлению новых экспериментальных данных [6, 7] для профилей скорости внутри зон возвратного течения. Сопоставления расчетов с экспериментами [8–10] по определению σ_i завершают статью, а сравнение промежуточных результатов вычислений с измерениями [9, 11] позволяет оценить возможности интегральных методов для расчета гидродинамических величин внутри отрывных зон.

1. Рассматривается плоское установившееся течение несжимаемой жидкости. Поток состоит из вязкого слоя и невязкой жидкости, которые разделены штриховой линией на изображенной на фиг. 1 схеме. Вязкий слой включает в себя отрывную зону и пристенные пограничные слои вверх и вниз по потоку от нее. Кавитационная каверна возникает внутри вязкого вихря некоторой интенсивности Γ , локализованного в передней практически изобарической части этой зоны. Граница каверны является в этом случае кругом радиуса r и условие ее равновесия имеет вид

$$P = \frac{2\gamma}{r} + P_c$$



Фиг. 1. Схема течения за уступом. Стрелками указано направление скорости. Штриховая линия – граница пограничного слоя, l – сечение каверны

Здесь P_c – давление в каверне, которое при небольшом газосодержании жидкости может быть принято равным давлению насыщенных паров; P – давление в жидкости на границе каверны, γ – коэффициент поверхностного натяжения. Это условие переписывается в безразмерном виде

$$C_p + \sigma = 2 / (r We) \quad (1.1)$$

где число Вебера We построено по характерному размеру преграды H и скорости набегающего потока V

$$C_p = \frac{2(P_0 - P)}{\rho V^2}, \quad \sigma = \frac{2(P_0 - P_c)}{\rho V^2}, \quad We = \frac{\rho H V^2}{\gamma}$$

где P_0 – невозмущенное давление в жидкости, ρ – ее плотность. Можно полагать [5], что изменение давления поперек зоны отрыва незначительно и $C_p = C_{pe} - U_r^2$, где C_{pe} – значение C_p на внешней границе вязкого слоя толщины δ , скорость $U_r = \Gamma r / (2\pi R^2)$, а R – радиус вязкого ядра вихря. Тогда из (1.1) выводится следующее определение:

$$\sigma_i = \max \left\{ \frac{\Gamma^2 r^2}{4\pi^2 R^4} - C_{pe} - \frac{2}{We r} \right\} \quad (1.2)$$

Если пренебрегать обратным влиянием возникающей каверны на C_{pe} , то покажется очевидным, что искомый максимум будет достигнут при $r = R$. Однако и тогда в (1.2) останутся три неизвестные величины: C_{pe} , R и Γ . В данной работе сначала будет производиться вычисление C_{pe} (при фиксированном значении построенного по H и V числа Рейнольдса и без учета существования каверн или вихрей в зоне отрыва). Затем вычисляются Γ и R (без поиска местоположения возникающей каверны).

2. Для определения R здесь используется формула [12], связывающая эту величину с Γ , кинематической вязкостью ν и кинетической энергией турбулентности k : $R^2 = 0,69\Gamma\nu/k$. В безразмерных переменных $\Gamma^* = \Gamma / (UH)$, $K = k/U^2$ и Re эта формула переписывается в виде

$$R = 0,69 H \Gamma^* V / (K Re U) \quad (2.1)$$

Из (1.2) и (2.1) следует

$$\sigma_i = \max \left\{ \frac{\text{Re } K\Gamma^*}{(2,76\pi^2)} - C_{pe} - \frac{2}{(\text{We } R)} \right\} \quad (2.2)$$

и при соответствующих экспериментах [9–11] значениях $\{\text{We}, \text{Re}\}$ число возникновения кавитации оказывается пропорциональным не просто K , а максимуму этой величины в изобарической части отрывной зоны. Здесь в соответствии с наблюдениями [13] выбрано $K = 0,04V/U$. Далее удобно принять V за единицу скорости и тогда $U^2 = 1 - C_{pe}$.

Для оценки Γ^* ниже будут использованы три предположения. Во-первых, здесь предлагается аналогия между течением у основания уступа (или рассмотренного в [10] треугольника) и описанным в [14] истечением вязкой жидкости из угла. Скорость жидкости в этом случае меняет знак на исходящих из вершины лучах. Логично поэтому полагать, что область закручивающейся при сходе с уступа жидкости ограничена подобным лучом и ее горизонтальная протяженность пропорциональна H . Во-вторых, ее же вертикальный размер скорее всего равен толщине либо вязкого, либо переходного (к логарифмическому) подслоя, т.е., согласно [15], построенное по этому размеру y^* лежит между 7 и 30; но даже не уточняя самого размера, можно выявить структуру формулы для Γ^*

$$\Gamma^* = AH\gamma^* / v^* \quad (2.3)$$

где v^* – динамическая скорость, A – некоторая постоянная, а γ^* – среднее значение завихренности в этой области. В-третьих, это среднее значение естественно связать как с U , так и с какими-то характерными толщинами пограничного слоя, причем очевидна его некоторая зависимость как от толщины этого слоя непосредственно над уступом, так и от высоты последнего. Было опробовано несколько комбинаций этих размеров и наиболее удачным оказалось их среднегеометрическое, т.е. $B = \gamma^* (\delta H)^{0,5} / U = \text{const.}$ но поскольку в (2.3) должно войти только произведение еще неопределенных коэффициентов A и B , то для этой формулы надо подбирать именно его

$$\Gamma^* = \frac{C}{\text{Re}v^*} \left(\frac{H}{\delta} \right)^{0,5} \quad (2.4)$$

причем значение 29 для постоянной C было подобрано в результате сопоставления описываемых расчетов с измерениями [10] для треугольных преград.

Таким образом, для вычисления входящих в правую часть (1.2) величин Γ^* и K были использованы четыре независимых предположения, которые можно отдельно уточнять. Однако из этой формулы видно, что при использовании (2.4) для Γ^* превышение σ_i над C_{pe} зависит преимущественно от произведения CK и, поскольку в тестовых расчетах практически подбирается не C , а это произведение, целесообразность отдельных уточнений здесь не очевидна.

3. Расчет течения в слое вязкой жидкости производится здесь с помощью интегральных соотношений, причем используется сочетание эмпирических профилей скорости [6, 7] для зон возвратного течения с традиционным [5, 16] профилем следа во внешней части вязкого слоя

$$u = \begin{cases} V^*(0,3z - 1,3 - 0,3Z), & z < 1 \\ 1 + V^*(1,154 + 0,3Z)(3 - 2\eta)\eta^2 - V^*(0,3Z + 1,154), & z > 1 \end{cases} \quad (3.1)$$

$$Z = \ln|z|, \quad \eta = y/\delta, \quad z = y/Y$$

Здесь V^* – наибольшая скорость возвратного течения, а Y – расстояние от стенки, на котором она достигается. Функция $Y(x)$ есть решение системы

$$u(x, Y) = -V^*, \quad \frac{du}{dy}(x, \delta) = 0, \quad u(x, \delta) = U(x)$$

которое хорошо аппроксимируется функцией $Y = 0,3V^* / (1 - 1,01V^*)$. Двухпараметрический профиль скорости (3.1) близок к хорошо известному профилю Коулса [16] для турбулентного пограничного слоя и при отыскании параметров $\{V^*, \delta\}$ естественно использовать традиционную пару интегральных соотношений – уравнения Кармана и эжекции. Хотя на малом расстоянии за уступом нет вполне строгих оснований пренебрегать поперечным перепадом давления в вязком слое и ортогональной к стенке компонентой скорости, здесь уравнение Кармана использовано в обычной форме

$$\frac{d\delta^{**}}{dx} + \frac{\delta^* + 2\delta^{**}}{U} \frac{dU}{dx} = \frac{C_f}{2} \quad (3.2)$$

Форма [16] уравнения эжекции изменена дифференцированием по x

$$U \frac{d^2\delta^*}{dx^2} - \frac{dU}{dx} \left(\frac{d\delta}{dx} - 2 \frac{d\delta^*}{dx} \right) - \frac{d^2U}{dx^2} (\delta - \delta^*) = \frac{dV_e}{dx} \quad (3.3)$$

поскольку используемые для тонких слоев эмпирические зависимости [16], связывающие $V_e = v(x, \delta)$ с характерными толщинами пограничного слоя δ^*, δ^{**} , не предназначались для отрывных течений. Здесь C_f – трение на стенке, а v – ортогональная ей компонента скорости.

Уравнения Кармана и эжекции традиционно применяются к тонким пристенным пограничным слоям, где для отыскания двух его параметров требуется знание распределения $U(x)$ и задание значений этих параметров в начале интервала интегрирования, а $U(x)$ для такого слоя есть результат решения задачи

$$\Delta\Phi = 0, \quad \left. \frac{\partial\Phi}{\partial N} \right|_S = 0 \quad (3.4)$$

для потенциала скорости Φ и последующего вычисления $U = |\text{grad } \Phi|$ на границе тела вытеснения S . Однако в отрывной зоне такое разделение вычислений оказывается неудачным, потому что трудно заранее задать форму S , на которой решение задачи (3.4) было бы близко к реальному распределению $U(x)$. Оказывается более эффективным находить S по U , причем это распределение возможно либо заранее задать в параметрической форме [3–5], либо искать из уравнений вязкого слоя [17].

В настоящей работе применен следующий порядок определения $\{\delta, V^*, U\}$ в зоне отрыва: в многоуровневых итерациях решения этой нелинейной задачи задается некоторое исходное значение длины этой зоны L , для которого итеративно уточняются значения трех неизвестных функций, причем сначала, как и в [3–5], для заданных $\{\delta(x), V^*(x)\}$ определяется $U(x)$ из уравнения (3.3). Эти функции даже в начальном приближении должны задаваться так, чтобы удовлетворять условиям

$$\delta^*(e) - H = \delta^*(-e), \quad \delta^{**}(e) = \delta^{**}(-e) \quad (3.5)$$

10^{-4} Re	$H, \text{ мм}$	Расчетное σ_i	Эксперименты [10]
2,5	2	1,18	1,04–1,17
3,6	2	1,19	1,09–1,24
5,0	2	1,25	1,18–1,34
5,0	8	1,21	1,18–1,34
7,2	8	1,53	1,43–1,62
10,0	6	1,58	1,55–1,75

Здесь начало координат совмещено с нижним углом уступа и положительное $e \rightarrow 0$. Правые части (3.5) получены в результате интегрирования уравнений Кармана и эжекции для тонкого пристенного пограничного слоя с использованием профиля Коулса [16] для $u(y)$ и формулы Гедда для V_c . Кроме того, V^* надо задавать так, чтобы

$$V^*(L) = 0 \quad (3.6)$$

Уравнение (3.3) интегрируется при условиях

$$6U(L) = 5U(2L/3); \quad U(x) = \text{const}, \quad x < 2L/3 \quad (3.7)$$

$$\int_0^L \frac{U(x) - U_0(x)}{R(x)} dx = 0 \quad (3.8)$$

где $R(x) = (L-x)^{1/2}(x)^{1/2}$, а $U_0(x)$ – начальное распределение $U(x)$ для S , которая соответствует $\delta^*(x) = \delta_0^*(x)$. Условие (3.7) – обобщение эмпирических данных [9, 11], а (3.8) обеспечивает правомерность определения $\delta^*(x)$ из квазилинеаризованного на S условия непротекания, следствием которого является формула

$$\delta_c^*(x) = \delta_0^*(x) + \frac{1}{U(x)} \int_0^x \frac{R(z)}{(x-z)} \int_0^L \frac{U(t) - U_0(t)}{R(t)(z-t)} dt dz \quad (3.9)$$

Условие (3.8) может трактоваться как интеграл обыкновенного дифференциального уравнения (3.3).

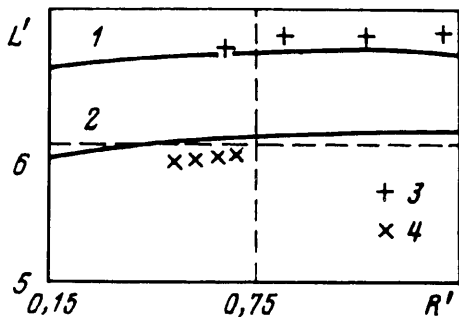
Надо отметить, что пара соотношений (3.9), (3.8) соответствует такой коррекции $\delta^*(x)$, при которой значение $d(\delta^*U)/dx$ в точке $x = L$ сохраняется в процессе итераций и, следовательно, является одним из параметров расчета.

После отыскания U из (3.3) и δ_c^* из (3.9) дифференциальное уравнение (3.2) используется совместно с трансцендентным уравнением

$$\delta^*(x) = \delta_c^*(x) \quad (3.10)$$

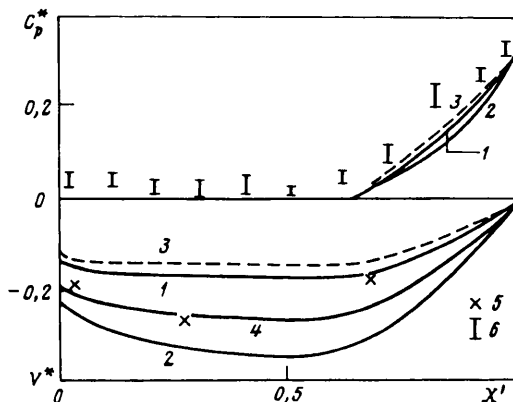
для нахождения $\{V^*, \delta\}$ на промежутке $(0, L)$, но если правая и левая части условия (3.6) различаются на его правом конце более чем на допустимую величину, то варьируется L . При этом обратным влиянием присоединившегося пограничного слоя на отрывную зону пренебрегают.

4. Обсуждение результатов начинается с сопоставления рассчитанных характеристик отрывных зон с известными экспериментальными данными. На фиг. 2 приводятся сопоставления расчетных зависимостей $L(\text{Re})$ с измеренными [9]. На фиг. 3 приводятся зависимости V^* от x/L . Там же представлены в используемой в [9, 11] форме распределения коэффициента давления по стенке $C_p^* = (C_p - \min C_p) / (1 - \min C_p)$. Согласование этих численных результатов с измеренными можно признать удовлетворительным. Профили же скорости $u(x/L, y/\delta)$, сопоставленные на фиг. 4 с комплектом измерений из [11], вполне соответствуют им только в пристенной части зоны отрыва.



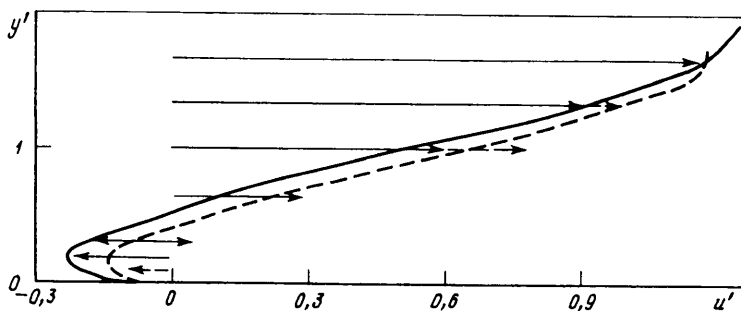
Фиг. 2

Фиг. 2. Зависимость относительной длины зоны отрыва $L' = L/H$ от $R' = 10^{-5} Re$: 1 – расчет для отношения высоты уступа к ширине трубы $b = 0,14$; 2 – для $b = 0,07$; 3 и 4 – экспериментальные данные [7] для $b = 0,14$ и $0,07$



Фиг. 3

Фиг. 3. Коэффициент давления и наибольшая скорость возвратного течения как функции $X' = x/L$: 1 – расчет для $Re = 2 \cdot 10^4$, $H = 0,42\delta$, 2 – $7 \cdot 10^4$, $1,06\delta$, 3 – $7 \cdot 10^4$, $0,38\delta$, 4 – $1,9 \cdot 10^5$, $0,65\delta$; 5 – измерения v^* из [11] для $Re = 1,9 \cdot 10^5$; 6 – обобщение измерений C_p из [7], величина значка соответствует разбросу измерений



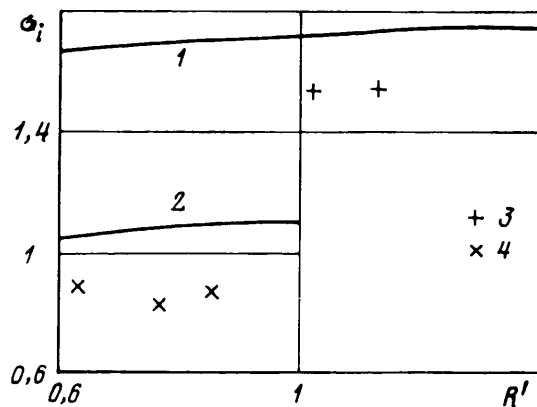
Фиг. 4. Сопоставление профилей продольной скорости $u' = u/U_0$ при $Re = 1,9 \cdot 10^5$. Стрелки – измерения. Сплошные линии и стрелки относятся к $x/H = 3$, штриховые – к $x/H = 5$

Сопоставления расчетов σ_i с измерениями проводились для обратного уступа на плоскости стенки трубы [9] и для обратного уступа на удлиненном теле вращения с полусферической носовой оконечностью [8]. Однако предварительно посредством таких расчетов и с помощью экспериментальных данных из [10] был подобран коэффициент для (2.4). Эти данные для кавитации треугольника были аппроксимированы формулой, которая применительно к его размещению на плоской стенке в неограниченном потоке принимает в используемых обозначениях вид

$$\sigma_i = 0,152(H/\delta)^{0,361}(Re\delta/H)^{0,196} \quad (4.1)$$

Согласно [10], (4.1) описывает экспериментальные данные с разбросом 6,5%, если H изменяется от 0,102 до 12,7 мм, а скорость набегающего потока – от 9 до 21 м/с. При этом отношение H/δ изменялось в интервале от 0,0136 до 3,4. Типичные сопоставления приведены в таблице.

Приведенные на фиг. 5 экспериментальные данные из [9] сильнее зависят от стеснения потока в трубе, формы скругленной передней части уступа и толщины погранич-



Фиг. 5. Зависимости σ_i от Re . Обозначения те же, что и на фиг. 2

ного слоя на стенке трубы, чем непосредственно от Re . Пограничный слой на этой стенке рассчитывался от конца указанного на схеме трубы в [9] конфузора. При сопоставлении описанных расчетов с результатами визуальной регистрации каверн надо иметь в виду некоторые ограничения снизу для R [4]. Возможно, что в экспериментах [9] возникновение кавитации наблюдалось с некоторым опозданием.

Измерения [6] σ_i тела с турбулизатором были получены для $Re = 4,5 \cdot 10^5$ при двух отношениях H к диаметру тела D , у которого уступ срезал часть диаметра цилиндрической части. Для $H/D = 0,01$ и $0,05$ эксперимент дал $\sigma_i = 0,82$ и $1,22$. Расчет же соответствовал $0,88$ и $1,23$, причем длины зон отрыва ($6,2$ и $4,6 H$) оказались в потоке с положительным градиентом давления меньше их длин в безградиентном потоке, а расчетные $H/\delta = 0,6$ и $3,36$. Трехмерность течения учитывалась только при вычислении U_0 (это допустимо, поскольку здесь $L \ll D$), а турбулизатор имитировался при расчете пристенного пограничного слоя скачкообразным переходом к турбулентному на середине носового заострения тела.

Заключение. Приведенные результаты не только дают основание надеяться на использование предложенной схемы в расчетах кавитационного обтекания различных поверхностных нерегулярностей на телах, но и позволяют лучше оценить возможности интегральных методов при расчетах двумерных отрывных течений.

Автор признателен Г.Ю. Степанову за полезные дискуссии и ценные рекомендации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Holl J.W., Carroll A.J. Observation of the various types of limited cavitation on axisymmetric bodies // Trans. ASME, J. Fluids Eng. 1981. V. 103. № 3. P. 415–424.
2. Van der Meulen J. H.J. Boundary layer and cavitation studies of NACA-16-012 and NACA-4412 hydrofoils // Proc. 13th Symp. on Naval Hydrodynam., Tokyo, 1980. Tokyo, 1981. P. 195–219.
3. Амромин Э.Л., Александров К.В., Левковский Ю.Л. Определение условий возникновения кавитации на телах, обтекаемых с отрывом и присоединением пограничного слоя // ПМТФ. 1986. № 2. С. 34–40.
4. Амромин Э.Л., Васильев А.В., Сыркин Е.Н. Об учете нестационарности течения при определении критического числа кавитации гребных винтов // Изв. РАН. МЖГ. 1993. № 1. С. 78–85.
5. Гогини Л.В., Степанов Г.Ю. Турбулентные отрывные течения. М.: Наука, 1979. 367 с.
6. Simpson R.L. A model for the backflow mean velocity profile // AIAA Journal. 1983. V. 21. № 1. P. 142–143.
7. Devenport W.J., Sutton E.P. Near-wall behavior of separated and reattached flows // AIAA Journal. 1991. V. 29. № 1. P. 25–31.

8. *Arakeri V.H., Ramarajan V.* Inception of cavitation from a backward facing step // *Trans. ASME. J. Fluids Eng.* 1981. V. 103. № 2. P. 288–293.
9. *Ramamurthy A.S., Balachandar R., Covinda Ram M.S.* Characteristics of flow past backward facing steps including cavitation effects // *Trans. ASME. J. Fluids Eng.* 1991. V. 113. P. 278–284.
10. *Arndt R.E.A., Holl J.W., Bohn J.C., Bechtel W.T.* Influence of surface irregularities on cavitation performance // *J. Ship Res.* 1979. V. 23. № 3. P. 157–170.
11. *O'Malley K., Fitt A.D., Jones T.V. et al.* Models for high-Reynolds-number flow down a step // *J. Fluid Mech.* 1991. V. 222. P. 139–155.
12. *Амромин Э.Л.* Оценка радиуса вязкого ядра вихря // *ПММ.* 1994. Т. 58. Вып. 6. С. 150–151.
13. *Ota T, Motegi H.* Turbulence measurements in an axisymmetric separated and reattached flow over a longitudinal blunt circular cilinder // *Trans. ASME. J. Appl. Mech.* 1980. V. 47. № 1. P. 1–6.
14. *Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В.* Теоретическая гидромеханика. Ч. 2. М.: Физматгиз, 1963. 727 с.
15. *Santwell B.J.* Organized motion in turbulent flow // *Ann. Rev. Fluid Mech.* 1981. V. 13. P. 457–515.
16. *Федневский К.К., Гиневский А.С., Колесников А.В.* Расчет турбулентного пограничного слоя несжимаемой жидкости. Л.: Судостроение, 1973. 256 с.
17. *Horton H.P.* Separating laminar boundary layer with prescribed wall shear // *ATAA Journal.* 1974. V. 12. № 12. P. 1772–1777.

Санкт-Петербург

Поступила в редакцию
10.V.1994